Мальцевские чтения
Новосибирск (2007)
Тезисы докладов

Автоморфизмы простого порядка, почти регулярные в смысле ранга

Е. И. Хухро

Пусть φ — автоморфизм простого порядка p конечной группы G. Если φ регулярен, т. е. $C_G(\varphi) = 1$, то группа G нильпотентна (Томпсон, 1959) p-ограниченной ступени (Хигмэн, 1957; Крекнин–Кострикин, 1963). Естественно ожидать, что почти регулярность φ должна влечь почти нильпотентность G. Так, если $|C_G(\varphi)| = n$, то G обладает подгруппой (p, n)-ограниченного индекса, которая разрешима (Фонг, 1976), нильпотентна (Хартли–Майкснер, 1981 и Петтет, 1981) и ее ступень нильпотентности p-ограничена (Хухро, 1990).

Считать автоморфизм φ почти регулярным в смысле ранга — значит ограничивать строение G в зависимости от $|\varphi| = p$ и (секционного) ранга $C_G(\varphi)$. Мазуров и Хухро (2005) доказали ранговые аналоги теорем Фонга и Хартли–Майкснера–Петтета, что давало сведение вопроса к нильпотентным группам. В определенном смысле завершая изучение конечных групп с автоморфизмом простого порядка, который почти регулярен в смысле ранга, мы теперь доказываем ранговое обобщение теоремы Хигмэна–Крекнина–Кострикина (ранее только случай $p = 2$ был разобран Шумяцким, 1998).

Теорема. *Пусть конечная нильпотентная группа G допускает автоморфизм φ простого порядка p с подгруппой неподвижных точек $C_G(\varphi)$ ранга r. Тогда G обладает характеристической подгруппой C, у которой ступень нильпотентности p-ограничена, а фактор-группа G/C имеет (p, r)-ограниченный ранг.*

Доказательство опирается на предыдущие работы автора и на недавний результат Макаренко–Хухро (2007) о характеристических нильпотентных подгруппах ограниченного ко-ранга. Следствия для локально конечных групп, в частности, дают положительное решение проблемы 13.58 в Коуровский тетради. В сочетании с результатами Мазурова и Хухро (2005) получаем

Следствие. *Пусть конечная группа G допускает автоморфизм φ простого порядка p с подгруппой неподвижных точек $C_G(\varphi)$ ранга r. Если G неразрешима, то пусть дополнительно $(p, |G|) = 1$. Тогда G обладает характеристическими подгруппами $R \leqslant N \leqslant G$, для которых группа N/R нильпотентна p-ограниченной ступени, а ранги групп R и G/N ограничены в терминах r и p.*

30 октября 2007

Примеры показывают, что условие копростоты нельзя опустить для неразрешимых групп и нельзя избавиться от подгруппы R (как и от фактор-групп G/C, G/N).

E-mail: khukhro@yahoo.co.uk