

Возможности диагонального метода и его разновидности

И. В. Латкин

В [1] построены такие оракулы A и B , что $\mathcal{P}^A = \mathcal{NP}^A$, но при этом $\mathcal{P}^B \neq \mathcal{NP}^B$. Из первого равенства авторами работы [1] делается вывод: “Кажется невозможным, что обычный диагональный метод адекватно подходит для построения примера языка, лежащего в \mathcal{NP} , но не попадающего в \mathcal{P} ; такая диагонализация, как мы ожидаем, будет применима одинаково хорошо ко всем релятивизированным классам, подразумевая отрицательный ответ на вопрос о равенстве \mathcal{P} и \mathcal{NP} ко всем этим классам...”. Естественно, что этот предполагаемый отрицательный ответ кажется противоречащим существованию оракула A .

Однако это утверждение необходимо уточнить относительно того, что означает “обычный диагональный метод”. Дело в том, что оракул B построен в [1] с применением именно этого самого “обычного диагонального метода”. Кроме того, в [2] доказывается, что язык

$$E \rightleftharpoons \{\langle cM, x \rangle \mid \text{машина } M, \text{ имеющая код } cM, \\ \text{ допускает вход } x \text{ не более, чем за } 2^{|x|} \text{ шагов}\}$$

не принадлежит классу \mathcal{P} , тем же самым методом.

Таким образом, диагональный метод для различения каких-то классов полиномиально-ограниченной иерархии языков вроде бы в какой-то мере применим.

С другой стороны, к самим теоремам о существовании оракулов A и B можно применить те же доводы о возможности релятивизации для произвольного оракула Y , которыми получен тезис из [1], так как при доказательстве этих теорем используются только утверждения о машинах Тьюринга и сложности производимых на них вычислений. Не столкнёмся ли мы на этом пути с парадоксом, т.е. не противоречит ли метод обоснования процитированного выше тезиса наличию уравнивающего и расщепляющего оракулов?

Оказывается парадокса не возникает, если проделать все достаточно аккуратно. В данной работе обсуждаются два варианта диагонального метода — *канторовский* и *гедлевский*. Их сходство и различие демонстрируется примерами — частью заимствованными, а некоторые построены специально.

ЛИТЕРАТУРА.

1. *Baker Th., Gill J., Solovay R.* Relativizations of the $\mathcal{P} = ? \mathcal{NP}$ question // SIAM J. Comput. V. 4, 1975, P. 431-442.
2. *Lewis H. R., Papadimitriou C.H.* Elements of the theory of computation. Prentice Hall, Inc. Upper Saddle River, 1998.

ВОСТОЧНО-КАЗАХСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
E-mail: lativan@yandex.ru