

Кольцо нильтреугольных матриц и ассоциированные с ним кольца: автоморфизмы и изоморфизмы

Е. В. Минакова

Пусть K есть произвольное (не обязательно ассоциативное) кольцо с единицей и Γ – цепь (или линейно упорядоченное множество) с отношением порядка \leq . Устанавливается следующая теорема об изоморфизмах кольца $NT(\Gamma, K)$ всех финитарных Γ -матриц $\| a_{ij} \|_{i,j \in \Gamma}$ над K с условием нильтреугольности $a_{ij} = 0, i \leq j$.

Теорема 1. *Допустим, кольца $R = NT(\Gamma, K)$ и $R_S = NT(\Omega, S)$ изоморфны для колец K, S с единицами и цепей $\Omega, \Gamma, |\Gamma| > 2$. Если кольцо K ассоциативно и либо цепь Γ конечна, либо кольцо K без делителей нуля, то $K \simeq S, \Gamma \simeq \Omega$ и всякий изоморфизм $R_S \rightarrow R$ есть произведение изоморфизма, индуцированного изоморфизмами цепей $\Omega \rightarrow \Gamma$ и колец $S \rightarrow K$, на автоморфизм кольца R .*

При условии ассоциативности колец K и S теорема 1 была доказана в [1].

Кольцо R является локально нильпотентным, а следовательно, и радикальным. Для конечной цепи Γ порядка n его присоединенная группа $G(R)$ изоморфна унитарной группе $UT(n, K)$. С кольцом R ассоциируют также кольцо Ли $\Lambda(R) = (R, +, *)$ и йорданово кольцо $J(R) = (R, +, \circ)$ [2], где $\alpha * \beta = \alpha\beta - \beta\alpha, \alpha \circ \beta = \alpha\beta + \beta\alpha$ ($\alpha, \beta \in R$). Автоморфизмы кольца R известны. Группы автоморфизмов $Aut G(R)$ и $Aut \Lambda(R)$ известны в случае любой конечной цепи Γ порядка > 4 , а для исключительных случаев $|\Gamma| = 3, 4$ они изучены при некоторых ограничениях на основное кольцо K , см. [3] и ссылки там же; они (а также $Aut J(R)$) существенно шире $Aut R$.

Исследуются автоморфизмы и изоморфизмы колец $\Lambda(R), J(R)$ и группы $G(R)$ для исключительных случаев.

Список литературы

- [1] F. Kuzucuoglu, V. M. Levchuk. *Isomorphism of Certain Locally Nilpotent Finitary Groups and Associated Rings.* – Acta Appl. Math. 82, №2, 2004, 169-181.
- [2] I. N. Herstein. *Topics in Ring Theory.* – Univ. Chicago Press, Chicago and London, 1969.
- [3] В.М. Левчук. *Некоторые локально нильпотентные кольца и их присоединенные группы.* – Мат. заметки 42 (1987), 5, 631-641.

СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, КРАСНОЯРСК
E-mail: nimdar@inbox.ru

Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 06-01-00824).