

Временная логика линейно упорядоченных α -пространств

В. Ф. Мурзина

В [1], [2] и [3] исследовались полимодальные логики, связанные с топологическими пространствами Ершова [4], [5] (α -пространствами, f -пространствами, f_0 -пространствами). При этом рассматривался следующий вопрос: построение логики, описывающей данный класс топологических пространств, и исследование ее свойств. В [1] введено разрешимое модальное исчисление Lf в языке с одной модальностью \Box_R и дополнительной константой β , которое является полным относительно строго линейно упорядоченных f -моделей. В [2] найдены временные исчисления L^*f , L^*f_0 в языке с двумя модальностями \Box_R , \Box_R^* и константой β . Доказано, что L^*f является полным относительно класса всех строго линейно упорядоченных f -моделей, а исчисление L^*f_0 — относительно класса всех строго линейно упорядоченных f -моделей с наименьшим элементом. В [3] найдено разрешимое полимодальное исчисление $L\alpha$ в языке с двумя модальностями \Box_R , \Box_{\prec} и константой β , связанное с линейно упорядоченными α -пространствами.

В данной работе также рассматривается класс линейно упорядоченных α -пространств с выделенным базисным подмножеством. С этим классом пространств, как и в [3], связывается класс строго линейно упорядоченных α -шкал. Но в данной работе для шкал такого вида рассматривается язык временной логики с двумя модальными операторами «будущего» \Box_{\prec} , \Box_{\prec}^* и двумя модальными операторами «прошлого» \Box_{\prec}^* , \Box_{\prec} , и дополнительной константой. В этом языке строится разрешимое исчисление $L^*\alpha$, полученное добавлением к минимальной временной логике K следующих аксиом:

- (I.1) $\Box_{\prec}(\Box_{\prec}A_1 \longrightarrow A_2) \vee \Box_{\prec}(A_2 \& \Box_{\prec}A_2 \longrightarrow A_1)$;
- (I.1*) $\Box_{\prec}^*(\Box_{\prec}^*A_1 \longrightarrow A_2) \vee \Box_{\prec}^*(A_2 \& \Box_{\prec}^*A_2 \longrightarrow A_1)$;
- (I.2) $\Box_{\prec}A \longrightarrow \Box_{\prec}\Box_{\prec}A$;
- (I.2*) $\Box_{\prec}^*A \longrightarrow \Box_{\prec}^*\Box_{\prec}^*A$;
- (I.3) $\Box_{\prec}A \& A \longrightarrow \Box_{\prec}A$;
- (I.3*) $\Box_{\prec}^*A \& A \longrightarrow \Box_{\prec}^*A$;
- (I.4) $\Box_{\prec}A \longrightarrow \Box_{\prec}\Box_{\prec}A$;
- (I.4*) $\Box_{\prec}^*A \longrightarrow \Box_{\prec}^*\Box_{\prec}^*A$;
- (I.5) $\Box_{\prec}A \longrightarrow \Box_{\prec}\Box_{\prec}A$.
- (I.5*) $\Box_{\prec}^*A \longrightarrow \Box_{\prec}^*\Box_{\prec}^*A$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06-01-00358).

- (II.1) $\Diamond_{<} A \& \beta \longrightarrow \Diamond_{<} (\beta \& \Diamond_{<} A)$;
 (II.2) $\Diamond_{<} A \longrightarrow (\Diamond_{<} (\beta \& \Diamond_{<} A) \vee \beta)$;
 (II.3) $\Diamond_{<} A \longrightarrow (\Diamond_{<} (\beta \& \Diamond_{<} A))$;
 (II.4) $\Diamond_{<}^* \beta$.

Доказывается, что $L^* \alpha$ полно относительно класса всех строго линейно упорядоченных α -шкал:

Теорема. Формула A выводима в исчислении $L^* \alpha$ тогда и только тогда, когда A истинна во всех строго линейно упорядоченных α -моделях.

Список литературы

- [1] Мурзина В. Ф., Модальная логика на основе линейно упорядоченных f -пространств, Алгебра и логика, **42**, 3 (2003), 320–337
- [2] Мурзина В.Ф. Временные логики, полные относительно строго линейно упорядоченных f -моделей, Вестник НГУ, Новосибирск, 2003, 61–82
- [3] Мурзина В.Ф. Модальная логика, полная относительно строго линейно упорядоченных A -моделей, Алгебра и логика, **44**, 5 (2005), 560–582
- [4] Ершов Ю.Л. Теория A -пространств. Алгебра и логика, **12**, 4 (1973), 369–418.
- [5] Ershov Yu.L. Theory of Domains and Nearby. Intern. Conference Formal Methods in Programming and Their Applications, Novosibirsk, Russia. Lec. Not. in Comp. Sci. **735** (1993), 1–7.

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА СО РАН, НОВОСИБИРСК
E-mail: `veta_v@mail.ru`