

Вычислимо представимые квазидискретные линейные порядки

Фролов А.Н.

Одним из основных направлений исследований вычислимых структур является описание достаточных (и необходимых) условий существования вычислимого представления структуры. Одним из естественных таких достаточных условий, накладываемых на представление структуры, является условие "низкости" (представление структуры называется низким, если оно вычислимо относительно такого оракула X , что $X' \equiv 0'$). Известно, например, что не каждый низкий линейный порядок имеет вычислимое представление (в отличие от низких булевых алгебр). Однако, рассматривая дополнительные условия, накладываемые на порядковые типы, условие "низкости" может обеспечить вычислимую представимость линейных порядков. Так Р. Доуни и М. Мозес установили, что для каждого низкого дискретного порядка существует вычислимая копия (линейный порядок называется дискретным, если каждый элемент имеет последователя и предшественника). Естественно возникает вопрос об описании порядковых типов, для которых условие "низкости" достаточно для вычислимой представимости (R. G. Downey *Computability theory and linear orders* // Handbook of Recursive Mathematics (Yu. L. Ershov, S. S. Goncharov, A. Nerode and J. B. Remmel, eds.), volume 138 of *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, chapter 14. Elsevier, (1998).).

Ранее автором было установлено, что каждый низкий линейный порядок, все блоки которого имеют конечную мощность, ограниченную некоторым заранее заданным числом, имеет вычислимую копию. Так же автором было замечено, что для каждого низкого линейного порядка, любая пара соседних элементов которого содержится в бесконечном блоке (такие порядки ниже будут называться квазидискретными с нормой 1), существует вычислимая копия. Описанные выше два класса линейных порядков не имеют нетривиального пересечения, а именно, линейны-

ми порядками, лежащими в обоих классах, являются плотные линейные порядки (не важно содержащие или нет концевые элементы). Ниже вводится класс порядков, содержащий оба указанных класса, для которого условие "низкости" является достаточным для существования вычислимого представления.

Определение Линейный порядок называется *квазидискретным с нормой k* , если любой его блок либо бесконечный, либо имеет мощность не более k .

Теорема *Каждый низкий квазидискретный порядок (с любой нормой k) имеет вычислимое представление.*

Указанное порядковое условие может претендовать на описание вычислимо представимых низких линейных порядков, если ограничиться только лишь условиями, накладываемыми на мощность блоков. Понятно, что решение задачи полного описания, которая поставлена в работе Доуни, должно быть более тонким и учитывать не только мощность блоков, но и их взаимное расположение. Сложность описанной задачи связано еще с тем, что на данный момент времени не известно даже полного описания порядковых типов, имеющих вычислимого представления.