ПЕРЕСЕЧЕНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ ПОДГРУПП В КОНЕЧНОЙ ГРУППЕ

Пусть H — подгруппа конечной группы G индекса n. Тогда $H_G = \cap_{x \in G} H^x$ — нормальная подгруппа группы G, содержащаяся в H и

$$|G : H_G| \leqslant n!. \tag{1}$$

Если в качестве группы G рассмотреть симметрическую группу Sym_n и в качестве H её подгруппу Sym_{n-1}, то $|G : H_G| = n!$, т. е. оценка индекса подгруппы H_G является достижимой. Однако, во многих важных случаях оценка, приведённая в неравенстве (1), может быть существенно улучшена. Для улучшения этой оценки необходимо решение следующей проблемы:

Проблема. Для данных конечной группы G и подгруппы H найти такое минимальное k, что существуют элементы $1 = x_1, x_2, \ldots, x_k \in G$, для которых справедливо равенство

$$H^{x_1} \cap H^{x_2} \cap \ldots \cap H^{x_k} = H_G.$$

В докладе планируется рассказать о следствиях, которые можно получить из решения данной проблемы, а также о результатах, полученных при решении данной проблемы в том случае, когда H — это разрешимая холлова, разрешимая, нильпотентная или абелева подгруппа.