ПОЛУРЕШЕТКИ РОДЖЕРСА В АНАЛИТИЧЕСКОЙ ИЕРАРХИИ

М. В. Доржиева

Семейство $\mathcal{A}$, у которого $Com^1_{n+1}(\mathcal{A}) \neq \emptyset$ будем называть Σ^1_{n+1} - вычислимым. Отношение $\equiv$ является отношением эквивалентности на $Com^1_{n+1}(\mathcal{A})$, а отношение $\leq$ вводит частичный порядок на множестве классов эквивалентности. Класс эквивалентности нумерации α называется степенью α, обозначается $deg(\alpha)$. Частично упорядоченное множество $\langle Com^1_{n+1}(\mathcal{A})/\equiv, \leq\rangle$ степеней Σ^1_{n+1} - вычислимых нумераций $\mathcal{A}$ будем обозначать $\mathcal{R}^1_{n+1}(\mathcal{A})$. Если $\alpha, \beta \in Com^1_{n+1}(\mathcal{A})$, то нумерация $\alpha \oplus \beta$ семейства $\mathcal{A}$ определяется так: $\alpha \oplus \beta(2n) = \alpha(n)$ и $\alpha \oplus \beta(2n+1) = \beta(n)$ — и $deg(\alpha \oplus \beta)$ является наименьшей верхней гранью пары $deg(\alpha), deg(\beta)$ в $\mathcal{R}^1_{n+1}(\mathcal{A})$. Таким образом, $\mathcal{R}^1_{n+1}(\mathcal{A})$ является верхней полурешеткой.

Изучаются некоторые свойства полурешетки Роджерса в аналитической иерархии.

Теорема 1. *Полурешетка Роджерса любого бесконечного Π^1_{n+1}-вычислимого семейства содержит содержит бесконечное число минимальных элемен- тов.*

Теорема 2. *Для семейства всех Π^1_{n+1}-множеств не существует однозначной Π^1_{n+1}-вычислимой нумерации.*

Теорема 3.

Если у семейства S Π^1_{n+1}-множеств есть Π^1_{n+1}-вычислимая нумерация с гиперарифметическим отношением нумерационной эквивалентности, в том числе, нет пози- тивная, то есть однозначная Π^1_{n+1}-вычислимая нумерация.

Теорема 4. *Элементарная теория любой нетривиальной полурешетки Роджерса $R^1_{n+1}(A)$ является наследственно неразрешимой.*

Список литературы

[1] James C. Owings, Jr, The meta-r.e. sets, but not the Π^1_1 sets, can be enumerated without repetition, The Journal of Symbolic Logic, Volume 35, Number 2, June 1970.

[2] Х. Роджерс, Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость, 1972 г.

[3] *Ю. Л. Ершов*, Теория нумераций, 1977 г.

[4] *С.Ю. Подзоров*. Начальные сегменты в полурешетках Роджерса Σ^0_n-вычислимых нумераций // Алгебра и логика, 2003, т. 42, N 2, с. 211-226.

[5] *С.А. Бадаев, С.С. Гончаров* О полурешетках Роджерса семейств арифметических множеств // Алгебра и логика, 2001, т. 40, N 5, с. 507-522.

[6] *S. Badaev, S. Goncharov, S. Podzorov, A. Sorbi*, Algebraic properties of Rogers semilattices of arithmetical numberings. In Computability and Models, S.B. Cooper and S.S. Goncharov eds.—Kluwer / Plenum Publishers, New York, 2003, pp. 45–77.

[7] *С. С. Гончаров, А. Сорби*, Обобщенно-вычислимые нумерации и нетривиальные полурешетки Роджерса // Алгебра и логика.-1997.-Т.36, №6.-С. 621-641.

НГУ, Новосибирск
E-mail address: dm-3004@inbox.ru