УСИЛЕННАЯ ВЕРСИЯ ГИПОТЕЗЫ СИМСА ДЛЯ КОНЕЧНЫХ ПРИМИТИВНЫХ ГРУПП ПОДСТАНОВОК

А. С. Кондратьев

Хорошо известная гипотеза Симса для конечных примитивных групп подстановок может быть сформулирована в терминах графов следующим образом. Пусть Γ — неориентированный связный граф с множеством вершин $V(\Gamma)$, $G \leq Aut(\Gamma)$, $x \in V(\Gamma)$ и $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Обозначим через $G_x^{[i]}$ поэлементный стабилизатор в G шара радиуса i графа Γ с центром в x в естественной метрике на $V(\Gamma)$. Тогда гипотеза Симса равносильна следующему утверждению: существует функция $\psi : \mathbb{N} \cup \{0\} \longrightarrow \mathbb{N}$ такая, что если Γ — неориентированный связный конечный граф и G — его группа автоморфизмов, действующая примитивно на $V(\Gamma)$, то $G_x^{[\psi(d)]} = 1$ для $x \in V(\Gamma)$, где d — валентность графа Γ . Справедливость гипотезы Симса была доказана Π . Камероном, Ч. Прэгер, Я. Сакслом и Γ . Зейцем в [2].

Докладчик и В.И. Трофимов в [1] получили следующую усиленную версию гипотезы Симса: если Γ — неориентированный связный конечный граф и G — его группа автоморфизмов, действующая примитивно на $V(\Gamma)$, то $G_x^{[6]}=1$ для $x\in V(\Gamma)$. Заметим, что существуют граф Γ и его группа автоморфизмов, действующая примитивно на $V(\Gamma)$, такие, что $G_x^{[5]}\neq 1$ для $x\in V(\Gamma)$.

Теперь мы исследуем более общую проблему описания всех пар (Γ, G) , где Γ — неориентированный связный конечный граф, G — некоторая его группа автоморфизмов, действующая примитивно на $V(\Gamma)$, и $G_x^{[2]} \neq 1$ для $x \in V(\Gamma)$.

В докладе обсуждаются результаты, полученные автором совместно с В.В. Кораблевой и В.И. Трофимовым по этой проблеме.

Список литературы

- [1] А. С. Кондратьев, В. И. Трофимов, Стабилизаторы вершин графов и усиленная версия гипотезы Симса // Докл. АН. 1999. Т. 364, № 6. С. 741–743.
- [2] P. J. Cameron, C. E. Praeger, J. Saxl, G. M. Seitz, On the Sims conjecture and distance transitive graphs // Bull. London Math. Soc. 1983. Vol. 15, no. 5. P. 499–506.

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрO PAH, Екатеринбург $E\text{-}mail\ address:}$ a.s.kondratiev@imm.uran.ru