

Докладчик:
Гордиенко Алексей Сергеевич

Название доклада:
Квантовые симметрии и поднятие локально отталкивающих объектов

Аннотация:

Когда аффинная алгебраическая группа действует на аффинном алгебраическом многообразии, алгебра регулярных функций на многообразии является коммутативной комодульной алгеброй над коммутативной алгеброй Хопфа регулярных функций на группе и модульной алгеброй над (являющейся кокоммутативной алгеброй Хопфа) универсальной обёртывающей алгебры Ли данной группы. Такие действия называются классическими симметриями. В случае же когда необязательно (ко)коммутативная алгебра Хопфа (ко)действует на необязательно коммутативной алгебре, можно говорить о квантовых симметриях (возможно, некоммутативного) многообразия.

При классификации квантовых симметрий находят своё применение универсальная группа градуировки, введённая И. Патерой и Х. Цассенхаузом, универсальные алгебры Хопфа заданной (ко)модульной структуры, а также универсальные (ко)действующие биалгебры и алгебры Хопфа Ю.И. Манина - М. Свидлера - Д. Тамбары. Все перечисленные объекты являются универсальными отталкивающими и притягивающими объектами в соответствующих категориях. Однако в общем случае такие объекты существуют далеко не всегда, и, чтобы обеспечить их существование, вводится понятие носителя, которое обобщает понятие носителя градуировки и используется для того, чтобы задать ограничение на рассматриваемые объекты. При этом сами задачи о существовании универсальных объектов становятся частными случаями задачи о поднятии локально отталкивающего объекта, которая несложно формулируется на чисто категорном языке. На этом же языке можно сформулировать и теорему двойственности между универсальными действующим и кодействующим объектами. Существование поднятия локально отталкивающего объекта также оказывается возможным доказать категорно, наложив на базовую заплетённую или симметрическую моноидальную категорию некоторые условия.

В качестве следствий, когда базовая категория является категорией векторных пространств над полем, множеств или двойственной к ним, получаются уже известные результаты о существовании вышеперечисленных универсальных объектов и двойственности между ними. Разработанная теория применяется и в новых случаях, в частности, когда базовая категория сама является категорией модулей над кокоммутативной алгеброй Хопфа, комодулей над коммутативной алгеброй Хопфа, категорией модулей Йеттера-Дринфельда, градуированных множеств или множеств с действием группы.

(Часть совместного проекта с А. Агоре и Й. Веркрёйссе.)