ШИРИНА БЭРА–СУДЗУКИ НЕКОТОРЫХ ТЕОРЕТИКО-ГРУППОВЫХ КЛАССОВ

Д. О. Ревин

Тематика доклада восходит к известной теореме Бэра–Судзуки: *если p -простое число, то p-радикал (т.е. наибольшая нормальная p-подгруппа) любой конечной группы состоит из таких элементов x, что любые два сопряженных с x элемента порождают p-подгруппу.* Эквивалентная формулировка дает полностью аналогичную характреризацию нильпотентного радикала конечной группы.

В [1, 2] независимыми группами математиков доказано, что в любой конечной группе разрешимый радикал состоит из таких элементов x, что любые *четыре* сопряженных с x элемента порождают разрешимую подгруппу. Уменьшить число *четыре* не только до *двух*, но даже до *трех* нельзя.

Такого рода аналоги теоремы Бэра–Судзуки имеет смысл изучать для радикалов конечных групп, соответствующих классам $\mathfrak{X}$ с определенными свойствами замкнутости, а именно, замкнутых относительно взятия изоморфных образов, подгрупп и произведений нормальных подгрупп. Для класса $\mathfrak{X}$ с перечисленными свойствами любая конечная группа G обладает $\mathfrak{X}$-*радикалом* — наибольшей нормальной $\mathfrak{X}$-подгруппой $G_{\mathfrak{X}}$ ($\mathfrak{X}$-*группой* называют группы, принадлежащие $\mathfrak{X}$) и определена *ширина Бэра–Судзуки класса* $\mathfrak{X}$. Согласно [3] это ординал $\mathrm{BS}(\mathfrak{X}) \in \omega \cup \{\omega\}$, задаваемый следующим свойством: $\mathrm{BS}(\mathfrak{X}) \leqslant m$ для $m \in \omega$, если в любой конечной группе G выполнено равенство

$$(1) \quad G_{\mathfrak{X}} = \{x \in G \mid \langle x_1, \ldots, x_m \rangle \in \mathfrak{X} \text{ для любых } x_1, \ldots, x_m, \text{ сопряженных с } x\}.$$

Если же для любого $m \in \omega$ найдется конечная группа G, для которой (1) нарушается, то по пределению $\mathrm{BS}(\mathfrak{X}) = \omega$.

Например, ширина Бэра–Судзуки класса всех конечных групп равна нулю, класса групп порядка 1 — единице, класса p-групп или класса нильпотентных групп — двойке, класса разрешимых групп — четверке и т.д. Н.Гордеев, Ф.Груневальд, Б.Кунявский и Е.Плоткин [3] предложили изучить классы конечных групп с конечной шириной Бэра–Судзуки. Основной результат доклада состоит в том, что *если*, подобно классу разрешимых групп или классу p-групп, *класс $\mathfrak{X}$ замкнут относительно взятия подгрупп, гомоморфных образов и расширений, то* $\mathrm{BS}(\mathfrak{X}) < \omega$. Будут обсуждаться также уточнения этого результата применительно к конкретным классам конечных групп.

Список литературы

[1] P. Flavell, S. Guest, R. Guralnick, Characterizations of the solvable radical,*Proc. Amer. Math. Soc.*, **138**:4 (2010), 1161–1170.

[2] N. Gordeev, F. Grunewald, B. Kunyavskii, E. Plotkin, From Thompson to Baer–Suzuki: a sharp characterization of the solvable radical, *J. Algebra*, **323**:10 (2010), 2888–290.

[3] N. Gordeev, F. Grunewald, B. Kunyavskii, E. Plotkin, A description of Baer–Suzuki type of the solvable radical of a finite group, *J. Pure Appl. Algebra* **213**:2 (2009) 250–258.

ИМ СО РАН, Новосибирск
Email address: revin@math.nsc.ru