

О ПРОБЛЕМЕ СООТВЕТСТВИЯ ПОСТА ДЛЯ СВОБОДНЫХ ГРУПП

В. А. Романьков

Проблема соответствия Поста (Post Correspondence Problem – PCP) – это вопрос о существовании алгоритма, который двум произвольным гомоморфизмам $\varphi, \psi : \Sigma_n \rightarrow \Sigma_m$ свободных моноидов определяет существование неединичного элемента $g \in \Sigma_n$ такого, что $\varphi(g) = \psi(g)$. PCP – это одна из наиболее известных и полезных для приложений в компьютерных науках алгоритмически неразрешимых проблем. Ее неразрешимость установлена Э. Постом в 1946 году. В настоящей работе рассматривается аналог PCP для свободных групп. Искомый алгоритм должен определить по произвольным гомоморфизмам $\varphi, \psi : F_n \rightarrow F_m$ свободных групп существование неединичного элемента $g \in F_n$ такого, что $\varphi(g) = \psi(g)$. В случае пары не инъективных гомоморфизмов φ и ψ легко доказывается существование такого решения g . В частном случае, когда $n = m$, а φ и ψ автоморфизмы, PCP сводится к случаю, когда один из автоморфизмов, скажем, ψ , тождественный и нужно определить нетривиальность группы фиксированных точек $\text{Fix}(\varphi) = \{g \in F_n \mid \varphi(g) = g\}$. Эта задача, как показано О. Богопольским и О. Маслаковой в [1], алгоритмически разрешима. Совсем недавно Ж.-П. Мутангуха [2] топологическими методами доказал вычислимость $\text{Fix}(\varphi)$ для произвольного эндоморфизма φ группы F_n , $n \geq 2$. Отсюда следует разрешимость PCP, если $F_n = F_m$ и хотя бы один из эндоморфизмов φ, ψ – автоморфизм. Данная проблема для свободных групп хорошо известна и давно привлекает внимание исследователей. Аналоги PCP рассматривались также для различных классов групп. Разрешимость PCP установлена автором для конечно порожденных нильпотентных групп в [3], а также автором и А.Г. Мясниковым для конечно порожденных метабелевых и полициклических групп (см. [4]). Основным результатом доклада является

Теорема. *PCP алгоритмически разрешима для любой пары инъективных (при $n = 2$ – любой пары) гомоморфизмов φ и ψ .*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] O. Bogopolski, O. Maslakova, An algorithm for finding a basis of the fixed point subgroup of an automorphism of a free group, *Internat. J. Algebra Comput.* 26(2016), no. 1, 29–67.
- [2] J.-P. Mutanguha, Constructing stable images, *Max-Planck-Institut für Mathematik, Preprint Series 2021 (41)*, Bonn, Germany.
- [3] V.A. Romankov, On the solvability of equations with endomorphisms in nilpotent groups, *SEMR*, 13 (2016), 716–725.
- [4] V.A. Roman'kov, The Post Correspondence Problem in metabelian and polycyclic groups, *Materiali conf. "Algebra and math logic: theory and appl."*, 32, Kazan, KFU, 2014, 176 p.

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С.Л. СОВОЛЕВА СО РАН (ОМСКИЙ ФИЛИАЛ), ОМСК. РАБОТА ВЫПОЛНЕНА ЗА СЧЕТ РНФ (ПРОЕКТ 22-21-00745)

Email address: romankov48@mail.ru