Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики им. С. Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»

Международная конференция

МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ

11–15 ноября 2024 г.

Тезисы докладов

Международный математический центр
в Академгородке

Новосибирск • 2024

Sobolev Institute of Mathematics

Novosibirsk State University

International Conference

MAL'TSEV MEETING

November 11–15, 2024

Collection of Abstracts

International Mathematical Center
in Akademgorodok

Novosibirsk • 2024

Содержание

I. Пленарные доклады 12
М. М. Арсланов. Структурные и сложностные свойства тьюринговых степеней неразрешимости 13
А. В. Васильев. Строение конечной группы и порядки ее элементов 14
С. С. Гончаров. Академик А. И. Мальцев и его роль в развитии математики 15
В. Ю. Губарев. Операторы Роты — Бакстера и их связи 16
В. И. Зенков. Пересечение π-холловых подгрупп в конечных D_π-группах 17
А. Я. Канель-Белов, И. Е. Воробьев. Проблемы Шпехтового типа для универсальных алгебр 18
Н. Х. Касымов. Отделимые нумерации моделей 21
Д. В. Лыткина. О периодических группах Фробениуса 22
Я. Н. Нужин. Порождающие множества инволюций почти простых групп и их приложения 23
М. Перетятькин. Выразительная сила логики первого порядка 24
В. Л. Попов. Зависимость между алгеброй и геометрией алгебраических групп 26
А. В. Степанов. О подгруппах групп Шевалле над кольцами 27
М. Х. Файзрахманов. О минимальных вычислимых и обобщенно вычислимых нумерациях 28
L. D. Beklemishev. Topological interpretation of provability logic 29
A. A. Buturlakin. Locally finite groups of finite q-dimension 30
S. L. Kuznetsov. Substructural logics with Kleene star 31
N. V. Maslova. On Gruenberg–Kegel graphs of finite groups 32
V. L. Popov. Relationship between algebra and geometry of algebraic groups 33
II. Секция «Алгебро-логические методы в информационных технологиях» 34
В. С. Авдеев. Разработка клиент-серверного приложения для задачи распознавания и классификации изображений животных 35
В. Н. Алеева. Принципы организации систем автоматизированного проектирования эффективных программ на основе логического анализа численных алгоритмов 36
С. А. Афонин. Построение реалистичных палеогеографических карт методами комбинаторной оптимизации 37
Э. Ю. Ахмедов. Анализ тональности текстов с использованием нейронной сети и нечеткой теории 38
Б. Б. Базаров. Разработка сервиса для генерации персональных мелодий на основе анализа эмоционального содержания изображений 40
М. С. Богданов. Проектирование архитектуры и разработка OLTP базы данных для сервиса оптимизации процесса выбора научной траектории студента 41

К. Ю. Болотов. Разработка веб-интерфейса для системы планирования тренировочных программ по плаванию 42
О. В. Вебер. Использование конечных автоматов при асинхронной обработке задач 43
Г. В. Винокуров. Исследование методов повышения степени сжатия сейсмических данных без потерь 44
Д. Э. Гаврилина, Д. Н. Гаврилин. Управление доступом к объектным онтологиям 45
А. Г. Галиева. Разработка методов автоматизации анализа рисков с помощью теории нечетких моделей и анализа прецедентов 46
В. Н Глушкова, К. С. Коровина. Σ-спецификации регулярных моделей систем реального времени 48
А. А. Гудков. Проектирование мобильного приложения для организации экологических акций 49
В. Д. Долгушин. Разработка программной системы автоматической фильтрации экстремистских текстов 50
М. А. Дьяченко. Методы интеграции больших языковых моделей в приложения цифровых диалоговых ассистентов 51
И. О. Дякун. Хранилище данных L-Store 52
К. В. Егоренко, К. П. Кондренко. Разработка индивидуального помощника для подбора косметических средств 53
Д. Е. Жданов. Исследование возможности rolling-upgrade кластера Apache-Ozone 54
Я. С. Завороткина. Разработка методов автоматического формирования документов кафедры с использованием адаптивных шаблонов 55
А. А. Зыкова. Проектирование цифрового помощника секретаря кафедры с применением теоретико-модельных методов 56
Т. С. Ильиных. Нахождение оптимального разложения реальной нагрузки на покрывающие ее юнит-тесты 57
С. Е. Камкина. Разработка методов выявления потребностей и намерений пользователя для создания интеллектуальных помощников 58
В. А. Киреев. Разработка методов обработки естественного языка для проведения авторoведческих экспертиз 59
А. А. Китов. Проектирование модуля выполнения бизнес-процессов для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры 60
Д. А. Клюс. Разработка системы машинного обучения на основе Wav2Vec2 для решения логопедических задач 61
Н. Д. Колесников . Разработка алгоритма обнаружения логопедических ошибок в произношении слов 62
Е. А. Лазорский. Проектирование базы знаний и поискового алгоритма для информационного портала консультационной группы факультета 63
Д. М. Ланин. Разработка сервиса выделения видеофрагмента по текстовой информации 64
Е. Д. Малаева. Интеграция тесных кванторов в систему проверки согласованности экспертных оценок 65
В. О. Малышев. Разработка базы знаний о компьютерных товарах с автоматическим обновлением информации из внешних источников 66

М. Д. Меньшиков. Проектирование модуля мониторинга документооборота для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры 67
В. С. Миронов. Методы извлечения эмоций из текстов естественного языка на основе семантических технологий и глубокого машинного обучения..... 68
Э. Б. Митупов. Разработка автоматизированных методов выявления эмоций в диалоге 69
И. С. Моторин. ZooML: animal detection 70
С. В. Мясоедов. Разработка отказоустойчивого программного комплекса и интеграция с ним предварительно оптимизированной нейронной сети по идентификации диких животных..... 71
А. К. Назаров. Проектирование клиентской части для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры 72
Ч. А. Найданов. Формализация ситуаций бизнес-процессов с помощью частичных моделей..... 73
И. С. Немцев. Разработка системы для автоматизации процессов планирования и контроля задач на кафедре 74
А. А. Осипов. Разработка серверной части сервиса для управления регистрационными данными домашних животных 75
Д. Е. Пальчунов. Логико-семантические методы создания цифровых заместителей 76
О. Д. Пальчунова. Разработка модели пользователя для рекомендаций в приложение с рецептами..... 78
С. Е. Петров. Разработка модуля сбора и анализа статистических данных в системе идентификации диких животных..... 79
М. Ю. Полухин. Разработка децентрализованного p2p чата для обеспечения безопасности и конфиденциальности сообщений 80
Н. А. Радеев. Гибридное построение признаков для моделей машинного обучения..... 81
А. М. Романов. О ранге нелинейных квазисовершенных кодов над конечными полями..... 82
П. А. Сазонова. Четырехуровневая модель представления знаний для управления городской средой..... 83
В. И. Саранин. Персонализированная система рекомендаций скриптов в Adobe After Effects..... 84
М. Ю. Сартаков. Проектирование базы знаний для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры 85
А. Д. Селезнев. Разработка веб-интерфейса и проектирование рекомендательного модуля для сервиса оптимизации процесса выбора научной траектории студента..... 86
А. А. Сибирякова. Разработка интеллектуального помощника для поддержки принятия решений в сфере строительства 88
А. Р. Стещенко. Разработка интеллектуального помощника для адаптивного подбора туристических продуктов 89
А. А. Суркова. Разработка алгоритма оценки стоимости б/у мобильных телефонов на основе ассоциативных правил 90
Е. М. Сыроежкин. Клиент инструмента для визуализации и анализа работы GC в JVM 91

С. Ж. Тлеубаев. Разработка мобильного приложения с аппаратным дополнением для групповых велопоездок 92
Е. С. Трайковская. Разработка масштабируемого клиентского приложения с поддержкой мультипроектных решений для системы идентификации диких животных 93
А. А. Третьяков. Парсинг логического выражения с помощью дерева синтаксического разбора 94
Т. А. Трубинов, М. А. Цуканов. Разработка эвристического алгоритма планирования расписания учебного заведения 96
С. В. Трушков. Разработка серверной части приложения для планирования программ тренировок по плаванию 97
Д. А. Худяков. Обнаружение аномалий в производительности систем с микросервисной архитектурой 98
Я. Т. Черновская. Разработка и проектирование библиотеки пользовательского интерфейса и ее интеграция в систему идентификации диких животных..... 99
С. И. Чернявцева. Разработка интеллектуального помощника для автоматизации документооборота кафедры 100
Р. В. Чудинов, В. С. Королев. Тестирование производительности систем управления баз данных 101
Т. А. Шальнев. Система встраивания формального описания процессорных инструкций в кодогенерацию двоичного транслятора 102
А. А. Шапатин. Разработка структуры данных для ускорения выполнения запросов к базе данных RocksDB 103
А. А. Шишкин. Разработка автоматизированных методов поиска противоречий в документах с использованием онтологического моделирования и машинного обучения 104
Г. Э. Яхъяева. О классических и квантовых корреляциях в нечетких моделях 105
A .V. Glubokikh, V. P. Golubyatnikov. Bistability in gene networks models 107
A. Nechesov. Verifying the correctness of logical reasoning in large language models 108
III. Секция «Неклассические логики и универсальная алгебра» 109
С. И. Башмаков, Т. Ю. Зверева, А. А. Поляков. Логики ступенчатого времени.. 110
Е. В. Борисов, И. И. Мухаметшина. Табличная и секвенциальная теория доказательств для *CWPL* 111
М. Е. Вишникин, А. С. Охотин. Категориальные грамматики с однозначным присвоением категорий 112
К. В. Грекович. Кластерная логика и достоверность информации 113
А. В. Грефенштейн. Кванторные версии логик Хальперна для рассуждений о знании и вероятности 114
Л. В. Дворкин. О нормальных модальных логиках, точно интерпретируемых в K, GL, S4 и Grz 115
А. Е. Изъюрова. Квазимногообразие $\mathbf{SP}(M_3)$ 116
С. Э. Исомиддинов. Тождества, истинные на решетках подпорядков 117
И. Г. Козичев, А. В. Кудинов. Модальные логики дверных пространств в расширенных языках 118
Л. Л. Максимова, В. Ф. Юн. Пример логик с интерполяционным свойством CIP, сумма которых не имеет CIP 119
С. П. Одинцов. Модальное представление паранепротиворечивой равновесной логики 120

А. А. Оноприенко, М. Н. Рыбаков. Сложность логики HC с одной переменной .. 121
М. Н. Рыбаков, Д. А. Серова. Неразрешимые фрагменты расширений предикатной логики Гёделя–Дамметта 122
В. В. Римацкий. Построение базиса допустимых правил табличной Grz-логики. 123
К. В. Селиванов. Минимальные решётки, не близкие к дистрибутивным, с собственным скелетом 124
Д. В. Соломатин. Ранги планарности многообразий, порожденных не идемпотентными и не перестановочными полугруппами четвертого порядка 125
Г. Э. Яхъяева. Об аксиоматизации классов нечетких моделей 126
D. M. Anishchenko. On modal companions for $\mathbf{N4}^{\perp}$-extensions 128
D. A. Bredikhin. On conjunctive operations of rank 3 129
S. V. Gusev. Small monoids generating varieties with uncountably many subvarieties 130
M. I. Kudryashova. On H-sober spaces 131
N. A. Protsenko, V. V. Rybakov. Multilinear modal logics with a semi-reliable information operator 132
M. V. Schwidefsky. On quasi-equational bases 133
S. O. Speranski. On the decision problem for first-order logics of probability 134
V. L. Usol'tsev. On the connection between the theories of automata in varieties, algebras with operators, and acts over semigroups 135
IV. Секция «Теория вычислимости» 136
Р. Р. Багавиев. Критерии полноты для сводимостей табличного типа 137
Н. А. Баженов, И. Ш. Калимуллин. Примитивно рекурсивные степени и пунктуальная категоричность алгебраических структур 138
Н. А. Баженов, М. И. Марчук, М. Фьори-Каронес. Элементарная вложимость для простых и насыщенных моделей относительно сводимости по Вайраууху 139
М. В. Зубков, Ф. Н. Ибрагимов, М. М. Ямалеев. Представления групп над локально негативными эквивалентностями 140
В. С. Исаков. О свойствах вычислимых булевых алгебр с выделенными подалгебрами 141
Б. С. Калмурзаев, Н. А. Баженов, К.М. Нг, С. А. Бадаев, С. С. Гончаров. Мощности полурешеток Роджерса семейств иерархии Ершова 142
Н. Р. Каримова, Н. Х. Касымов. О негативности эффективно невырожденных нумераций полей конечной характеристики 143
В. Н. Ореховский, В. Л. Селиванов. О логических и топологических классификациях регулярных языков на бесконечных ординальных словах 144
А. В. Селиверстов. О полурекурсивных множествах 145
А. В. Слобожанин. Полурешетки Роджерса семейств функций начальных уровней иерархии Гжегорчика 146
P. E. Alaev. Abstract classes of algorithmic complexity 147
A. Askarbekkyzy. Note on the structure of linear orders with respect to computable reducibility 149
N. Bazhenov, M. Mustafa. On learning families of ideals in upper semilattices 150
N. T. Kogabaev. Complexity of the problem of $\forall$-representability for sentences 151
M. V. Korovina, O. V. Kudinov. Arithmetical complexity for order positive fields 152
V. L. Selivanov. On Natural Degrees of Unsolvability 153
V. Секция «Теория групп и ее приложения» 154

Р. Ж. Алеев. Единицы целочисленных групповых колец циклических групп порядков $4p$, где $p \geqslant 5$ — простое число 155
М. Г. Амаглобели, Т. З. Бокелавадзе, А. Г. Мясников. Свободные 2-ступенно нильпотентные R-группы 156
Б. Б. Бактыбеков, Я. Н. Нужин, А. В. Резанцева. О регулярных политопах ранга 3 157
И. Н. Белоусов, В. И. Зенков. О пересечении π-холловых подгрупп в D_π-группах с единичным разрешимым радикалом и спорадическими или знакопеременными секциями 158
А. Н. Бородин, М. В. Нещадим, А. А. Симонов. Групповые биекции, перестановочные с внутренними автоморфизмами 159
А. И. Будкин. О сложности решетки квазимногообразий 3-нильпотентных групп 160
А. Ф. Васильев. О слабо MP-замкнутых формациях конечных групп 161
Н. Н. Воробьев, И. И. Стаселько. Отделимые решетки классов Фиттинга 162
А. М. Гальмак. О неинвариантных подалгебрах в полиадических группах специального вида 163
Р. И. Гвоздев, Я. Н. Нужин, Т. С. Петруть, А. М. Соколовская. Минимальное число порождающих сопряженных инволюций, произведение которых равно 1, групп $PSp_4(q)$ 164
А. В. Грешнов. О горизонтальной соединимости на группах Энгеля 165
О. Ю. Дашкова, О. А. Шпырко. О группах конечного нормального неабелева ранга 166
Ф. А. Дудкин. Проблема изоморфизма GBS_n групп с центром 167
Б. Е. Дураков. Об условиях конечности в группах, порожденных элементами порядка 3 168
М. Р. Зиновьева. Существование спорадического композиционного фактора, изоморфного J_2, McL и HS, в некоторых конечных группах с условием на граф простых чисел 169
М. Э. Иванов. Циклическая упорядочиваемость и группы виртуальных узлов ... 170
А. Л. Искра. Порядки произведений транспозиций классов целых чисел 171
С. Йи, Р. В. Бородич, С. Ф. Каморников. Подгрупповые m-функторы и нормальные холловы подгруппы конечных групп 172
С. Ф. Каморников, В. Н. Тютянов. Об одной арифметической трактовке σ-проблемы Кегеля-Виландта 173
А. С. Кондратьев, В. В. Кораблева, В. И. Трофимов. О главных факторах параболических максимальных подгрупп конечных простых групп исключительного лиева типа 174
В. И. Мурашко, А. Ф. Васильев. Об $\mathfrak{F}$-длине взаимно перестановочного произведения двух подгрупп конечных групп 175
Д. Г. Новикова, М. М. Сорокина. О классах конечных групп, определяемых с помощью $\mathfrak{F}^\omega$-инъекторов 176
С. В. Путилов. Конечные группы с заданными нормализаторами силовских подгрупп 177
Д. О. Ревин. О простых спектрах подгрупп, порожденных сопряженными унипотентными элементами в конечных простых группах лиева типа 178
В. М. Родионов. Порядки элементов почти простых групп с ортогональным цоколем 179

А. В. Рожков. Периодические nAT-группы 180
В. С. Сенашов. О характеризации группы A_5 в классе всех групп 181
С. В. Скресанов. Экспандеры и рост нормальных подмножеств в группах лиева типа 182
Е. В. Соколов. Об аппроксимируемости относительно сопряженности обобщенных групп Баумслага — Солитэра 183
П. П. Соколов. Об инварианте виртуальных узлов 184
К. А. Филиппов, А. К. Шлепкин. О локально конечных группах насыщенных прямыми произведениями полудиэдральных групп 185
С. А. Шахова. О классах Леви квазимногообразий нильпотентных групп 186
В. Д. Шепелев. Конечные простые группы лиева типа ранга 1, удовлетворяющие сильной π-теореме Силова 187
А. А. Шлепкин. О группах, насыщенных группами диэдра 188
A. N. Admiralova, V. V. Beniash-Kryvets. On the variety of two dimensional representations of the knot group of a torus knot 189
V. G. Bardakov. On a group which is generated by 3 involutions 190
V. R. Danilko, I. Yu. Mogilnykh. Some binary codes from Hamming distance matrices 191
I. Deviatkova. Semigroup approach to admissible representations of the infinite symmetric group 192
M. A. Grechkoseeva. On recognition of direct products of simple groups with abelian Sylow 2-subgroups by spectrum 193
A. S. Kondrat'ev, N. A. Minigulov. On finite non-solvable groups whose Gruenberg–Kegel graphs are isomorphic to the paw 194
Ya. A. Kopylov. The first Orlicz cohomology of some discrete groups 195
T. A. Kozlovskaya. Linear representations of singular braid groups 196
V. H. Mikaelian. On constructive Higman embeddings of the groups $\mathbb{Q}$ and $GL(n, \mathbb{Q})$ into finitely presented groups 197
I. Y. Mogilnykh, A. Y. Vasil'eva. On completely regular codes in the multidimensional rectangular grid 198
M. A. Rasulova. Weakly periodic ground states for the Vannimenus model on the Cayley tree of order two 199
G. K. Ryabov. On Burnside-Schur groups 200
R. V. Skuratovskii. Subwreath product as structure of normal subgroups of permutational wreath products 201
T. I. Vasilyeva. On classes of finite groups in which maximal subgroups are k-submodular 202
K. V. Zimireva. Linear representation of cactus groups 203
VI. Секция «Теория колец» 204
Е. В. Журавлев, О. А. Филина. О классификации конечных колец характеристики p^2 205
А. В. Кислицин. Об экстремальных L-многообразиях 207
С. С. Коробков. Решеточная определяемость конечных матричных колец 209
А. С. Панасенко. Операторы Роты–Бакстера ненулевого веса на алгебре Кэли–Диксона 210
Е. П. Петров. О степени стандартного тождества в 2-алгебрах и 3-алгебрах 211
А. П. Пожидаев. Изоморфизмы прелиевых дублей Витта 213
А. В. Попов. П-устойчивые идеалы тождеств 214

Г. К. Соколова. Форма Смита для сопровождающей матрицы суперпозиции двух полиномов 216
К. М. Туленбаев. О простоте алгебр с переключателями 217
О. В. Шашков. Конечномерные правоальтернативные супералгебры с полупростой четной частью 218
G. Călugăreanu, A. Chekhlov. On perspective abelian groups 219
M. Dobritsyn. Subexponential bounds in Shirshov's height theorem 220
M. E. Goncharov. Formal integration of nilpotent Rota–Baxter Lie algebras 222
A. G. Goutor. Roots of special polynomials over division rings 223
A. F. Khodzitskii. Homogeneous monomial averaging operators on $F_0[x, y]$ 224
A. V. Kukharev. Some examples of conservative Hom-algebras 225
A. S. Monastyreva. Strong vertices of a compressed zero-divisor graph 226
A. Kunanbayev, B. S. Sartayev. Binary perm algebras and alternative algebras 227
V. N. Zhelyabin. Just-infinite Jordan algebras of self-adjoint elements of C^*-algebras 228
VII. Секция «Теория моделей» 229
Е. Л. Ефремов, Ш. К. Обидова. Полнота класса конгруэнц-перестановочных унаров 230
Д. Ю. Емельянов. О алгебрах бинарных изолирующих формул для теорий декартовых произведений графов-звезд 231
С. Б. Малышев. Наследуемость типов предгеометрий их композицией 232
И. Б. Кожухов, Д. С. Храмченок. Об аксиоматизируемости класса подпрямо неразложимых полигонов над группой 233
А. Т. Нуртазин, К. М. Туленбаев. Экзистенциально замкнутые абелевы группы 234
Н. А. Перязев, С. И. Тодиков. Алгебраическое и логическое замыкания в теории мультиопераций 235
И. А. Сахаров. Степени семантической и синтаксической жёсткости унаров 236
О. И. Ульбрихт, Н. М. Мусина, И. О. Тунгушбаева. Совершенность и нормальность гибрида фиксированных фрагментов почти йонсоновских множеств 237
А. В. Васенёва. Ранги эквациональности в теориях графов 238
В. В. Вербовский, А. Б. Даулетиярова. О понятии о-минимальности для частичных порядков на примере плотного дерева встреч 239
A. B. Altayeva, B. Sh. Kulpeshov. On algebras of binary formulas for weakly circularly minimal theories: monotonic-to-left case 240
B. Sh. Kulpeshov. On algebras of binary formulas for weakly circularly minimal theories: equivalence relations 241
B. Sh. Kulpeshov, In. I. Pavlyuk, S. V. Sudoplatov. On approximations by strongly minimal theories 242
M. T. Omarova, S. M. Amanbekov. 1-perfectness of fragments of normal Jonsson theory 243
N. V. Popova, S. M. Amanbekov. The properties of 1-model companions of Jonsson sets in normal Jonsson theory 244
T. E. Rajabov, S. V. Sudoplatov. On preservations of properties 245
V. L. Selivanov. $L_{\omega\omega}$, $L_{\omega_1\omega}$, and Wadge reducibility 246
A. A. Stepanova, E. L. Efremov, S. G. Chekanov. On T-pseudofinite acts over abelian groups 247
S. V. Sudoplatov. Axioms for spherical orders and their dependencies 248

I. O. Tungushbayeva, O. I. Ulbrikht. On theories with amalgamation and joint embedding properties 249
A. R. Yeshkeyev, A. R. Yarullina, S. M. Amanbekov. On normal Jonsson strongly minimal theory 250
A. R. Yeshkeyev, A. R. Yarullina, M. T. Kassymetova. On semantic Jonsson quasivariety of unars in the expanded signature 251
A. R. Yeshkeyev, G. E. Zhumabekova, A. K. Koshekova. The connection of stability and perfectness in the Jonsson theories 252
VIII. **Авторский указатель** 253

I. Пленарные доклады

Структурные и сложностные свойства тьюринговых степеней неразрешимости

М. М. Арсланов

В докладе будет сделан обзор основных достижений и крупных открытых вопросов теории вычислимости, одного из важнейших разделов современной математики. Будут подробно рассмотрены проблемы определимости, разрешимости, интерпретируемости, элементарной эквивалентности и изоморфизма для структуры тьюринговых степеней неразрешимости, а также ее подструктур $\mathcal{D}(\leq \mathbf{0}')(\Delta^0_2$-степени), $\mathcal{R}$ (вычислимо перечислимые степени), $\mathcal{D}_{n,1<n<\omega}$ (степени, содержащие множества из конечных уровней иерархии Ершова).

Казанский федеральный университет

Строение конечной группы и порядки ее элементов

А. В. Васильев

Хорошо известна связь между свойствами конечной группы и порядками ее элементов: классическими примерами являются теоремы Фейта–Томпсона, Хигмана, Грюнберга–Кегеля, Мазурова–Ши. В докладе мы обсудим вопрос о том, как самая общая информация о порядках элементов группы позволяет ограничить число ее неабелевых композиционных факторов.

ИМ СО РАН, Новосибирск
E-mail: vasand@math.nsc.ru

Академик А. И. Мальцев и его роль в развитии математики

С. С. Гончаров

В докладе будут представлены новые направления и подходы к развитию математики, которые были разработаны А. И. Мальцевым и их развитие в научной школе Алгебры и логики, а также современные исследования ведущиеся у нас и нашими коллегами, а также их приложения в современных задачах развития информационных технологий и системах ИИ.

ИМ СО РАН, Новосибирск
E-mail: s.s.goncharov@math.nsc.ru

Операторы Роты — Бакстера и их связи

В. Ю. Губарев

Оператор Роты — Бакстера, заданный на алгебре или кольце, служит алгебраическим аналогом оператора интегрирования. В 2021 году были предложены аналоги этого понятия для групп (Л. Гуо и др.) и алгебр Хопфа (М. Е. Гончаров).

Доклад посвящён найденным к данному моменту связям операторов Роты — Бакстера с индуцированными структурами (пре- и посталгебры, брейсы и др.), различными версиями уравнения Янга — Бакстера, двойными алгебрами Ли и многочленами Бернулли.

ИМ СО РАН, Новосибирск

Пересечение π-холловых подгрупп в конечных D_π-группах

В. И. Зенков

Начиная с работ Бернсайда, [**1**] и [**2**], изучались пересечения силовских подгрупп, т. е. π-холловых при $\pi = \{p\}$, где p – простое число. При этом для любой конечной простой группы G и любой силовской подгруппы S группы G имеем $S \cap S^x = 1$ для некоторого x из G [**3**]. В случае же произвольной конечной группы G и произвольной силовской p-подгруппы S имеем $S \cap S^x \cap S^y = O_p(G)$ для некоторых элементов x и y из G [**4**].

После завершения описания Д.О. Ревиным π-холловых подгрупп в конечной простой неабелевой D_π-группе G [**5**], возник вопрос о том, верно ли, что для π-холловой подгруппы H имеем $H \cap H^x = 1$ для некоторого x из G. Но уже в группе $G = L_2(7)$ при $\pi = \{3, 7\}$ имеем $H \cap H^g \neq 1$ для любого элемента g из G. Поэтому остается открытым вопрос: верно ли, что для конечной простой неабелевой D_π-группы G и π-холловой подгруппы H из G выпоняется $H \cap H^x \cap H^y = 1$ для некоторых элементов x и y из G? Есть продвижение в случае, когда $|H|$ нечетен.

В случае произвольной конечной D_π-группы G и π-холловой подгруппы H из G равенство $H \cap H^x \cap H^y = O_\pi(G)$ может не выполняться [**6**]. Поэтому обсуждается гипотеза о том, что $H \cap H^x \cap H^y \cap H^z = O_\pi(G)$.

Для доказательства этой гипотезы нужно, в частности, доказать, что для любой конечной группы H и любого простого числа p с $(|H|, p) = 1$ в группе $G_0 = Z_p \wr H$ имеем $H \cap H^x \cap H^y \cap H^z = 1$ для некоторых x, y и z из G_0.

Еще одна сложность связана с тем, что возникают секции вида $K_1 \wr K_2$, где, например, при $3 \mid |K_1|$ и K_1 – простой неабелевой, имеем K_2 является $3'$-группой, а K_1 при этом $5'$-группой, что следует из [**5**].

Например, $K_1 \simeq L_2(32)$ и $K_2 \simeq Sz(8)$.

В группе $G = K_1 \wr K_2$ мы можем π выбрать двумя способами: $\pi_1 = \{2, 5, 7, 13\}$ или $\pi_2 = \{2, 5, 7, 13, 31\}$. При этом $\pi_1 \cap \pi(K_1) = \{2\}$, а $\pi_2 \cap \pi(K_1) = \{2, 31\}$.

В случае же $K_2 \wr K_1$ имеем $\pi = \pi(K_1)$ и $\pi \cap \pi(K_2) = \{2\}$. В обоих случаях вопрос о равенстве $H \cap H^x \cap H^y \cap H^z = 1$ для некоторых x, y и z из $K_1 \wr K_2$ или $K_2 \wr K_1$ остается открытым.

Литература

[1] Burnside W. On groups of order $p^\alpha q^\beta$. *Proc. London Math. Soc.*, **1(2)** (1904) 388–392.

[2] Burnside W. On groups of order $p^\alpha q^\beta$ (Second paper). *Proc. London Math. Soc.*, **2(2)** (1905) 432–437.

[3] Мазуров В. Д., Зенков В.И. О пересечении силовских подгрупп в конечных группах. *Алгебра и логика*, **35(4)** (1996) 424–432.

[4] Зенков В. И. Пересечение нильпотентных подгрупп в конечных группах. *Фундамент. и прикл. матем.*, **2(1)** (1996) 1–92.

[5] Ревин Д. О. Свойство D_π в конечных простых группах. *Алгебра и логика*, **43(3)** (2008) 364–394.

[6] Зенков В. И. О пересечении π-холловых подгрупп в конечных D_π-группах. *Сиб. матем. журн.*, **63(4)** (2022) 866–869.

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург
E-mail: v1i9z52@mail.ru

Проблемы Шпехтового типа для универсальных алгебр

А. Я. Канель-Белов, И. Е. Воробьев

Посвящается светлой памяти Виктора Николаевича Латышева, Александра Васильевича Михалева и Евгения Соломоновича Голода

Хорошо известна следующая

Проблема Шпехта. *Будет ли система тождеств ассоциативной алгебры над полем характеристики ноль конечно базируема, т. е. задаваться конечным базисом тождеств?*

Она была решена А. Р. Кемером («Конечная базируемость тождеств ассоциативных алгебр», Алгебра и логика, 26:5 (1987), 597–641). На самом деле более фундаментальным являнется вопрос о *представимости*. Многообразие алгебр, удовлетворяющее системе тождеств, является полной подкатегорией категории всех алгебр. Универсальным отталкивающими объектами в этой подкатегории являются т. н. *относительно свободные алгебры. Представимость* относительно свободной ассоциативной алгебры над полем означает ее вложимость в алгебру матриц над кольцом многочленов. *Локальная представимость многообразия* означает представимость конечно порожденных ассоциативных алгебр.

Над полем нулевой характеристики и над бесконечным полем она была установлена А. Р. Кемером (А. Р. Кемер «Представимость приведенно-свободных алгебр», Алгебра и логика, 27:3 (1988), 274–294). А. Р. Кемер, «Тождества конечнопорожденных алгебр над бесконечным полем», Изв. АН СССР. Сер. матем., 54:4 (1990), 726–753).

Для алгебр над конечным полем а также над нетеровыми ассоциативно-коммутативными кольцами (без условия нетеровости основного кольца проблема конечной базируемости имеет тривиальное отрицательное решение, а именно систему тождеств $\lambda_i \cdot x = 0$, где $\{\lambda_i\}$ порождают бесконечно базируемый идеал в основном кольце) ситуация такова.

Под *представимостью* следует понимать вложимость в алгебру, являющуюся нетеровым модулем над своим центроидом. Такое же определение естественно дать в контексте универсальных алгебр, причем произвольной сигнатуры.

Автором доклада (А. Я. Белов, «Локальная конечная базируемость и локальная представимость многообразий ассоциативных колец», Изв. РАН. Сер. матем., 74:1 (2010), 3–134) была установлена следующая

Теорема. *Многообразие алгебр над нетеровым ассоциативно коммутативным кольцом* локально конечно базируемо *(т. е. любая система тождеств от конечного числа переменных следует из конечной подсистемы). и локально представимо.*

Проблему Шпехта можно рассматривать на полилинейном уровне. Под *обструкцией* понимается приводимый моном такой, что

- Все собственные подмономы неприводимы;
- Он не яляется нетривиальным изотонным образом приводимого монома.

Гипотеза В. Н. Латышева. Система ассоциативных полилинейных тождеств имеет конечный набор обструкций и потому конечно базируема.

Отметим, что многообразие ассоциативных алгебр над полем положительной характеристики бесконечно базируемо. Первые контрпримеры были построены автором и

доложены на семинаре по теории колец под руководством В. Н. Латышева, А. В. Михалева, Е. С. Голода, чуть позже и другие участники семинара построили контрпримеры. А. Я. Белов, «О нешпехтовых многообразиях», Фундамент. и прикл. матем., 5:1 (1999), 47–66; А. Я. Белов, «Контрпримеры к проблеме Шпехта», Матем. сб., 191:3 (2000), 13–24; В. В. Щиголев, «Примеры бесконечно базируемых T-идеалов», Фундамент. и прикл. матем., 5:1 (1999), 307–312; В. В. Щиголев, «Примеры бесконечно базируемых T-пространств», Матем. сб., 191:3 (2000), 143–160; А. В. Гришин, «Примеры не конечной базируемости T-пространств и T-идеалов в характеристике 2», Фундамент. и прикл. матем., 5:1 (1999), 101–118.

В этой связи возникает вопрос об обобщении ассоциативных результатов на неассоциативный случай. Огромное значение в развитии неассоциативной тематики послужила монография К. А. Жевлаков, А. М. Слинько, И. П. Шестаков, А. И. Ширшов, «Кольца, близкие к ассоциативным». А. В. Ильтяков (ученик И. П. Шестакова) доказал локальную конечную базируемость многообразий альтернативных PI-алгебр над полем характеристики ноль (А. В. Ильтяков, «Конечность базиса тождеств конечнопорожденной альтернативной PI-алгебры над полем характеристики нуль», Сиб. матем. журн., 32:6 (1991), 61–76). Для положительной характеристики он построил контрпримеры. Он же привел примеры бесконечно базируемых многообразий в альтернативном случае. Для алгебр Ли над полем нулевой характеристики была показана локальная конечная базируемость (Il'tyakov, A. V. "On finite basis of identities of Lie algebra representations". Nova J. Algebra Geom. 1, No. 3, 207–259, 1992). А. Вайс и Е. И. Зельманов установили локальную конечную базируемость многообразий йордановых PI-алгебр. (А. Я. Вайс, Е. И. Зельманов, «Теорема Кемера для конечнопорожденных йордановых алгебр», Изв. вузов. Матем., 1989, 6, 42–51).

В этой связи следует отметить, что вышеупомянутые работы доказывали только *локальную конечную базируемость* многообразий но не *локальную представимость*. Это связано со следующим обстоятельством. В доказательстве Кемера используется стартовая конечномерная алгебра, все тождества которой выполняются в данном многообразии. Существование такой алгебры выводится из теоремы Размыслова–Кемера–Брауна о нильпотентности радикала (имеющую неассоциативные аналоги), и теоремы Левина о полупрямом произведении, позволяющей переходить к степени идеала. Принципиальная трудность заключается в отсутствии аналога теоремы Левина, поэтому доказательства проблемы Шпехта используют обходной маневр.

С другой стороны в работе А. Я. Белов, «О кольцах, асимптотически близких к ассоциативным», Матем. тр., 10:1 (2007), 29–96, доказана достаточно общая

Теорема. (а) *Пусть $\mathfrak{M}$ – удобное многообразие алгебр над полем нулевой характеристики, все подмногообразия которого представимы. Тогда ряд Гильберта H_Q произвольного T -пространства Q в относительно свободной алгебре из $\mathfrak{M}$ рационален.*

(б) *Удобное многообразие алгебр над полем нулевой характеристики локально шпехтово, и относительно свободные алгебры из этого многообразия представимы.*

Определение *Многообразие $\mathfrak{M}$ называется* структурируемым*, если каждая конечномерная алгебра из $\mathfrak{M}$ разлагается в сумму простых компонент и нильпотентного радикала. Структурируемое многообразие называется* удобным*, если оно порождено некоторой конечномерной алгеброй.*

При этом выполнимость всех тождеств некоторой конечномерной алгебры пришлось постулировать.

Вместе с тем, принципиальным является понимание взаимодействия полупростых компонент через радикал, и в этой связи чрезвычайно важно исследование неассоциативных модулей Е. И. Зельмановым, И. П. Шестаковым и его школой. Здесь имеется весьма перспективное поле исследования.

Удивительно, что в высокой степени общности можно доказывать достаточно нетривиальные результаты. Имеет место

Теорема о ранге. *Первичная алгебра, в которой выпоняется система тождеств Капелли порядка $n+1$ но не порядка n после локализации центроида вкладывается в n-мерую алгебру над своим центроидом.*

Теорема Размыслова-Кушкулея. *Неизоморфные простые алгебры над алгебраически замкнутом полем произвольной характеристики порождают различные многообразия.*

Теорема. *Представимая (многоосновная) алгебра произвольной сигнатуры имеет целую размерность Гельфанда–Кириллова.*

Проблемы шпехтового типа дали новый взгляд на созданную Ф. А. Березиным теорию супералгебр. А. Р. Кемер в нулевой характеристике свёл изучение бесконечно порождённых свободных алгебр к случаю конечно порождённых супералгебр. Идеи Кемера позволили И. П. Шестакову осознать ряд контрпримеров в неассоциативной ситуации. Все они оказались грассмановыми оболочками конечномерных алгебр. (И. П. Шестаков, «Супералгебры и контрпримеры», Сиб. матем. журн., 32:6 (1991), 187–196). На этом пути ученик С. В. Пчелинцева (А. В. Бадеев, «О шпехтовости многообразий коммутативных альтернативных алгебр над полем характеристики 3 и коммутативных луп Муфанг», Сиб. матем. журн., 41:6 (2000), 1252–1268) построил бесконечно базируемое многообразие коммутативных луп Муфанг. Отметим, что работа Н. И. Санду, «Бесконечные неприводимые системы тождеств коммутативных луп Муфанг и дистрибутивных квазигрупп Штейнера», Изв. АН СССР. Сер. матем., 51:1 (1987), 171–188, по мнению В. Н. Латышева, является ошибочной.

Алгебра Грассмана обычно изучается над полем характеристики, не равной 2 (в случае характеристики 2 стандартный набор соотношений даёт обычную коммутативную алгебру). Контрпримеры к проблеме Шпехта в характеристике 2 привели к построению конструкции, нетривиально обобщающей алгебру Грассмана над любым кольцом (включая поле характеристики 2). Работа была проведена совместно с Галем Дором и Узи Вишне. При этом вместо знака перестановки (плюс или минус один) возникло понятие обобщённого знака — элемента некоторого модуля, сопоставляемого перестановке. Эти конструкции открывают путь к построению супертеории над полем произвольной характеристики (включая 2).

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект No 22-11-00177). (https://rscf.ru/project/22-11-00177/).

BIU, Moscow Center for Advanced Studies, Kulakova str. 20, Moscow 123592 (Russia)

Отделимые нумерации моделей

Н. Х. Касымов

Формулируются критерии отделимости (вычислимой отделимости) нумераций универсальных алгебр в терминах их аппроксимаций эффективно отделимыми (негативными) алгебрами и приводятся некоторые приложения этих фактов. Обсуждаются возможности расширения этих критериев на классы отделимых (вычислимо отделимых) нумераций моделей и уточнения понятия отделимости для произвольных отношений в нумерованных моделях.

О периодических группах Фробениуса

Д. В. Лыткина

Конечная группа G называется группой Фробениуса, если G содержит собственную нетривиальную подгруппу H, для которой $H \cap H^g = 1$ для любого $g \in G$. Знаменитая теорема Фробениуса (1901) утверждает, что при этих условиях множество $F = (G \setminus \{H^g | g \in G\}) \cup \{1\}$ образует нетривиальную нормальную подгруппу, и G является полупрямым произведением подгруппы F на H. Подгруппы F и H называются ядром и дополнением Фробениуса группы G соответственно. Ядро F является сильно изолированной подгруппой группы G, а именно, $C_G(f) \leq F$ для любого $1 \neq f \in F$. Дополнение H тоже является сильно изолированной подгруппой в G. С другой стороны, если F – нетривиальная собственная сильно изолированная нормальная подгруппа конечного группы G, то G является группой Фробениуса с ядром F.

Теорема Фробениуса неверна для бесконечных групп. В частности, сильно изолированная нормальная подгруппа периодической группы G не обязательно дополняема в G. Предлагаемый доклад, в частности, рассматривает возможность существования дополнения к сильно изолированной локально конечной нормальной подгруппе. Более точно, доказывается следующий результат.

Теорема. Пусть F – нетривиальная собственная нормальная локально конечная подгруппа периодической группы G. Тогда существует дополнение к F в G.

Порождающие множества инволюций почти простых групп и их приложения

Я. Н. Нужин

В докладе речь пойдет о порождающих множествах инволюций малой мощности с определенными свойствами для конечных почти простых групп и их приложениях в теории графов и геометрии. В частности, будут отмечены результаты по следующему вопросу из Коуровской тетради, записанному автором в 1999 г.

Для каждой конечной простой неабелевой группы найти минимум числа порождающих инволюций в каждом из следующих случаев.

а) Произведение порождающих инволюций равно 1.
б) (Малле-Сакcл-Вайгель). Порождающие инволюции сопряжены.
в) (Малле-Сакcл-Вайгель). Выполнены свойства а) и б).
г) Инволюции сопряжены и две из них перестановочны.

Сибирский федеральный университет, Красноярск
E-mail: nuzhin2008@rambler.ru

Выразительная сила логики первого порядка

М. Перетятькин

Общий вопрос о том, что можно выразить одной формулой классической логики предикатов первого порядка, долгое время оставался нерешённым и привлекал внимание многих специалистов по математической логике. Важный шаг в решении этого вопроса был сделан Ханфом [1], получившим локальную теорему, которая описывает класс всех начальных сегментов алгебры Тарского-Линденбаума исчисления предикатов $PC(\sigma)$ конечной богатой сигнатуры σ, а также глобальную теорему, характеризующую тип изоморфизма алгебры Тарского-Линденбаума $C(PC(\sigma))$ исчисления предикатов $PC(\sigma)$ посредством некоторой явно заданной формулы. Дальнейшим продвижением в этом направлении стала книга [2], представляющая универсальную конструкцию конечно аксиоматизируемых теорий и множество её приложений, которые показывают большие выразительные возможности логики первого порядка. В докладе представлен некоторый общий взгляд на данную проблематику в целом. Рассматриваются исследования после выхода книги [2], уточняются и систематизируются понятия, сопутствующие описанию универсальной конструкции, что даёт более полную и содержательную картину по полученным результатам в этом направлении.

В работе [3] отмечается, что существует два уровня выразительности логики первого порядка, а именно, финитарный (который можно назвать комбинаторным), и инфинитарный (также называемый вычислительным). Финитарному уровню выразительности соответствуют процедуры редукции конечных сигнатур и декартовы расширения теорий, а инфинитарному уровню соответствуют процедуры редукции бесконечных сигнатур к конечным и универсальная конструкция конечно аксиоматизируемых теорий.

Финитарный уровень выразительности логики первого порядка представлен операцией декартова расширения теории детализирующей понятие точной интерпретации. Этой операцией определяется декартов слой ACL теоретико-модельных свойств (также называемый финитарным слоем), на основе которого определено понятие виртуального изоморфизма теорий, [4], более общее по сравнению с обычным понятием формульной эквивалентности теорий. Ключевой фигурой финитарного уровня выразительности является формально точное определение неформального понятия теоретико-модельного свойства с обоснованием адекватности этого определения практике исследований в теории моделей. Доказано, что задаваемый этим определением слой $AreaL$ реальных теоретико-модельных свойств является, в известном смысле, абсолютным понятием. А именно, этот слой не зависит от выбора разных возможных вариантов его определения, он прямо выражается через отношение виртуального изоморфизма теорий, а также характеризуется некоторой естественной связью с классом смешанно-размерностных интерпретаций.

Инфинитарный уровень выразительности логики предикатов первого порядка определяется некоторыми деталями универсальной конструкции входящими в определение квазиточного слоя MQL теоретико-модельных свойств, которым управляет эта конструкция. По сути, универсальная конструкция конечно аксиоматизируемых теорий, является преобразованием из класса вычислимо аксиоматизируемых теорий различных перечислимых сигнатур в класс конечно аксиоматизируемых теорий заданной конечной богатой сигнатуры, и поэтому, такую конструкцию можно рассматривать как улучшенный вариант процедуры редукции бесконечных сигнатур к конечным. При этом, оба указанных преобразования используют общее определение квазиточного слоя MQL (также называемого инфинитарным слоем) и поэтому сохраняют один и тот же слой

теоретико-модельных свойств. Это может служить неформальным обоснованием максимальности силы существующей версии универсальной конструкции.

Получены глобальные представления (подобные глобальной формуле Ханфа) для типов изоморфизма обобщённой алгебры Тарского-Линденбаума исчисления предикатов $PC(\sigma)$ конечной богатой сигнатуры σ над финитарным слоем ACL и инфинитарным слоем MQL теоретико-модельных свойств. Кроме того, имеется утверждение, устанавливающее некоторый эффективный переход между этими двумя представлениями. Полученные глобальные формулы выражают в концентрированном виде наиболее общую информацию о выразительной силе логики предикатов первого порядка. В частности, локальные утверждения, такие как процедуры редукции конечных сигнатур и универсальная конструкция конечно аксиоматизируемых теорий, являются непосредственными следствиями этих формул. С другой стороны, сами глобальные формулы получаются в результате некоторой достаточно сложной сборки из локальных утверждений соответствующих уровней (т.е., из процедуры редукции конечных сигнатур и универсальной конструкции). Таким образом, главные результаты финитарного и инфинитарного уровня представленные в глобальной форме являются более значимыми по сравнению с локальными результатами.

Целью доклада является изложение некоторого общего взгляда на комплекс результатов по выразительной силе логики первого порядка в рамках разработанного концептуального подхода на основе комбинаторики первого порядка. К настоящему времени, в этом направлении достигнут значительный прогресс и получены ответы на большинство естественных вопросов, касающихся выразительной силы логики первого порядка.

Литература

[1] Hanf W. The Boolean algebra of Logic, Bull.Amer.Math.Soc., 31, 1975, 587-589.
[2] Peretyat'kin M. G. Finitely axiomatizable theories. Plenum, New York, 1997.
[3] Peretyat'kin M. G. Finitely axiomatizable theories and similarity relations, American Math. Soc. Transl., (2) 195, 1999, 309-346.
[4] Peretyat'kin M. G. Virtual algebraic isomorphisms between predicate calculi of finite rich signatures, Algebra and Logic, 60, No. 6, 2022, 389-406.

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty (Kazakhstan)

Зависимость между алгеброй и геометрией алгебраических групп

В. Л. Попов

Давно замечено существование зависимости между групповыми свойствами алгебраических групп и геометрическими свойствами их подлежащих многообразий: классический пример дает теорема о коммутативности связной алгебраической группы, подлежащее многообразие которой проективно. Целью доклада является обсуждение этой зависимости.

МИАН им. В. А. Стеклова, Москва

О подгруппах групп Шевалле над кольцами

А. В. Степанов

Доклад посвящен вопросу 7.40 из Коуровской тетради выпуска 1980 г.: «Дать описание решетки подгрупп, заключенных между заданной классической группой матриц над кольцом и подгруппой всех ее матриц с коэффициентами в подкольце».

Современная постановка вопроса немного изменилась, а именно, изучается решетка L подгрупп группы Шевалле $G(\Phi, A)$, содержащих элементарную подгруппу $E(\Phi, R)$, где $R \subseteq A$ – пара коммутативных колец. Стандартное описание решетки состоит в следующем.

Для любой подгруппы $H \in L$ существует единственное подкольцо P в A, содержащее R, такое что $E(\Phi, P)$ нормально в H. Таким образом, решетка L разбивается в дизъюнктное объединение "сэндвичей" от $E(\Phi, P)$ до ее нормализатора $N(P)$. При этом группа $N(P)/E(\Phi, P)$ разрешима для конечномерных колец P.

К настоящему моменту известны следующие результаты (в пункте 4, а также в пункте 1 при условии, что структурные константы равны 0, надо подправить определение стандартности, взяв допустимые пары вместо подколец).

(1) Решетка L стандартна, если A – алгебраическое расширение поля R.
(2) Решетка L стандартна, если A – поле частных области главных идеалов R.
(3) Решетка L стандартна, если $\Phi = B_l, C_l, F_4$, а двойка обратима в R.
(4) Решетка L стандартна, если $\Phi = B_l, C_l$, а $2 = 0$.
(5) Решетка L нестандартна, если Φ – система корней с простыми связями (т. е. $\Phi = A_l, D_l, E_l$), а A – квазитрансцендентное расширение кольца R.

Расширение $R \subseteq A$ является квазитрансцендентным, если оно сводится к расширению «поле содержится в кольце многочленов» взятием подкольца в A и факторизацией.

Естественно возникает гипотеза, что для систем корней с простыми связями квазиалгебраичность расширения $R \subseteq A$ равносильна стандартности решетки L. Первый шаг в этом направлении – доказать гипотезу при условии, что R полулокально. В докладе обсуждаются пути решения этой задачи и частичные результаты в этом направлении.

О минимальных вычислимых и обобщенно вычислимых нумерациях

М. Х. Файзрахманов

В докладе рассматриваются минимальные вычислимые и обобщенно вычислимые в рамках подхода С. С. Гончарова и А. Сорби нумерации счетных семейств подмножеств натурального ряда. Излагаются результаты о существовании и числе минимальных (обобщенно) вычислимых нумераций заданных семейств, а также их однозначных (фридберговых), разрешимых и позитивных нумераций.

Казанский федеральный университет, Казань
E-mail: marat.faizrahmanov@gmail.com

Topological interpretation of provability logic

L. D. Beklemishev

Topological semantics of provability logic is well-known since the work of Harold Simmons and Leo Esakia in the 1970s. The diamond modality can be interpreted as a topological derivative operator acting on a scattered topological space. This type of semantics is especially interesting in the case of polymodal provability logic GLP, because these logics are incomplete w.r.t. any class of Kripke frames. Although GLP is complete w.r.t. topological semantics, the topologies needed for the completeness proof are highly non-constructive [**1**]. On the other hand, the question of completeness of GLP w.r.t. *natural* ordinal GLP-spaces turns out to be dependent on large cardinal axioms of set theory (cf [**2**]).

In the last part of the talk we present a recent result obtained jointly with Yunsong Wang (Peking University) [**3**]. We define a natural class of *countable* general topological frames on ordinals for which GLP is sound and complete. A general topological frame is an algebra of subsets of an ordinal closed under the boolean and topological derivative operations. The associated topologies happen to be the same as the ordinal topologies introduced by T. Icard [**4**]. The algebras we define are based on the notion of a periodic set of ordinals generalizing that of a periodic set of natural numbers.

References

[1] Beklemishev L. D., Gabelaia D. Topological completeness of the provability logic GLP. *Annals of Pure and Applied Logic*, 164(1–2):1201–1223, 2013.

[2] Beklemishev L. D., Gabelaia D. Topological interpretations of provability logic. In G. Bezhanishvili, editor, *Leo Esakia on duality in modal and intuitionistic logics*, Outstanding Contributions to Logic, 4, pages 257–290. Springer, Berlin, 2014.

[3] Beklemishev L. D., Wang Yu. Periodic frames. 32 pp., arXiv:2407.10190 [math.LO], 2024.

[4] Icard T. F. A topological study of the closed fragment of GLP. *Journal of Logic and Computation*, 21(4):683–696, 2011.

Steklov Institute of Mathematics, Gubkina 8, 119991 Moscow (Russia)
E-mail: bekl@mi-ras.ru

Locally finite groups of finite q-dimension

A. A. Buturlakin

The q-dimension of a group G is the maximal number of factors of a series of subnormal subgroups of G that are not locally solvable. We prove the following statement.

Theorem. *Let G be a locally finite group of finite q-dimension k. Then G has a normal series*

$$1 \leqslant R \leqslant S \leqslant G$$

such that the following hold.

(1) *R is the locally solvable subgroup of G;*
(2) *$S/R = \mathrm{Soc}(G/R)$ is a direct product of k-bounded number of periodic linear simple groups;*
(3) *$C_{G/R}(S/R) = 1$;*
(3) *G/S contains an abelian subgroup whose index is bounded in terms of k.*

This generalizes the results of [**1, 2**].

The work was supported by the Russian Science Foundation, project 23-41-10003, rscf.ru/en/project/23-41-10003.

References

[1] Borovik A. V., Karhumaki U., Locally finite groups of finite centralizer dimension. J. Group Theory, **22** (2019), no.4, 729–740.
[2] Buturlakin A. A., The structure of locally finite groups of finite c-dimension. J. Algebra Appl., **18** (2019), no.12, 1950223, 12 pp.

IM SB RAS, Novosibirsk (Russia)
E-mail: buturlakin@math.nsc.ru

Substructural logics with Kleene star

S. L. Kuznetsov

In Gentzen-style sequent calculi, rules of inference break up into two groups: logical ones, which introduce logical connectives, and structural ones, operating the sequent structure. The latter include the rules of weakening, permutation, and contraction. Logical systems which lack all or some of those structural rules are called *substructural logics.* Propositional substructural logics are used for axiomatising atomic (equational) and Horn theories of *residuated lattices* and related classes of algebraic structures. A residuated lattice combines two structures sharing the same partial order: a lattice with its meet and join (also called additive conjunction and disjunction) and a monoidal operation (multiplicative conjuncton) with residuals w.r.t. the given partial order. Residuals are the substructural version of implication. In fact, if one identifies multiplicative and additive conjunction, a residuated lattices becomes a Heyting algebra. On the syntactic side, this restores structural rules and yields intuitionistic logic.

Natural examples of residuated lattices are algebras of formal languages and those of binary relations. Such algebras have an extra operation—iteration, or *Kleene star* (for binary relations, Kleene star is the reflexive-transitive closure). Residuated lattices with Kleene star are called *residuated Kleene lattices* or *action lattices;* the corresponding substructural logic is called *action logic.* Kleene star is quite an intriguing operation. There are two kind of axiomatisations for Kleene star: a weaker, inductive-style one, and a stronger infinitary one, via an ω-rule. The latter yields a system called *infinitary action logic.*

Action logic and infinitary action logic, both being undecidable, have different algorithmic complexity properties. Action logic is finitely axiomatisable, thus, for this logic undecidability means Σ^0_1-completeness. In contrast, infinitary action logic and its extensions (by finite sets of extra axioms and by so-called subexponential modalities) feature a range of interesting complexity level, from Π^0_1 to Π^1_1, with hyperarithmetical classes in between.

In the talk, we shall give a survey of algorithmic and semantical results for action logic and its variants. These results include well-known ones by V. Pratt, D. Kozen, W. Buszkowski, E. Palka, and others, as well as recent results obtained by the author, solely and in co-authorship with S. Speranski and T. Pshenitsyn.

Steklov Mathematical Institute of RAS, Moscow (Russia)
E-mail: sk@mi-ras.ru

On Gruenberg–Kegel graphs of finite groups

N. V. Maslova

Let G be a finite group. The *spectrum* $\omega(G)$ is the set of all element orders of G. The *Gruenberg-Kegel graph* (or the *prime graph*) of G is the simple graph whose vertices are the prime divisors of $|G|$, with primes p and q adjacent in this graph if and only if $pq \in \omega(G)$. The concept of Gruenberg–Kegel graph proved to be very useful in finite group theory and in algebraic combinatorics as well as with connection to research of some cohomological questions in integral group rings.

In 2012, V. D. Mazurov and W. Shi [**1**] proved that if G is a finite group, then there are infinitely many pairwise non-isomorphic finite groups H with $\omega(H) = \omega(G)$ if and only if there exists a finite group H with $\omega(H) = \omega(G)$ and $S(H) \neq 1$, where $S(H)$ is the solvable radical of H. At this moment there are strong and interesting results on characterizations of finite groups by their spectra. In 2022, P. J. Cameron and the speaker [**2**] proved that if G is a finite group, then there are infinitely many pairwise non-isomorphic finite groups H with $\Gamma(H) = \Gamma(G)$ if and only if there exists a finite group H with $\Gamma(H) = \Gamma(G)$ and $S(H) \neq 1$. In particular, if there are only finitely many finite groups whose Gruenberg–Kegel graphs coincide with $\Gamma(G)$, then G is forced to be almost simple, in particular, any group which is uniquely determined by its Gruenberg–Kegel graph is almost simple. The problem of characterization of a finite almost simple (in particular, simple) group by its Gruenberg–Kegel graph naturally arises.

In this talk, we discuss recent results on characterizations of finite groups by their Gruenberg–Kegel graphs and by isomorphism types of their Gruenberg–Kegel graphs as well as new results on combinatorial properties of Gruenberg–Kegel graphs of finite groups.

Acknowledgements. The speaker is partially supported by the Russian Science Foundation, project 24-11-00119, https://rscf.ru/en/project/24-11-00119/ (for example, the investigation of the recognition of the groups $F_4(q)$ by their Gruenberg–Kegel graphs).

References

[1] *Mazurov V. D., Shi W. J.* A criterion of unrecognizability by spectrum for finite groups. Algebra Logic, 51, 160–162 (2012).

[2] *Cameron P. J., Maslova N. V.* Criterion of unrecognizability of a finite group by its Gruenberg–Kegel graph. J. Algebra 607:Part A, 186–213 (2022).

Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS, Yekaterinburg (Russia)
Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk (Russia)
Ural Federal University, Yekaterinburg (Russia)
Ural Mathematical Center, Yekaterinburg (Russia)
Hainan University, Haikou, (China)
E-mail: butterson@mail.ru

Relationship between algebra and geometry of algebraic groups

V. L. Popov

The existence of a relationship between the group properties of algebraic groups and the geometric properties of their underlying varieties has long been noted: a classic example is given by the theorem on the commutativity of a connected algebraic group whose underlying variety is projective. The purpose of this talk is to discuss this relationship.

Steklov Mathematical Institute, Moscow
E-mail: marat.faizrahmanov@gmail.com

II. Секция «Алгебро-логические методы в информационных технологиях»

Разработка клиент-серверного приложения для задачи распознавания и классификации изображений животных

В. С. Авдеев

В условиях современных экологических исследований важное значение имеет сбор и анализ данных о дикой природе. Фотоловушки — популярный инструмент для отслеживания животных в естественной среде, однако обработка и анализ огромного объема изображений требуют значительных ресурсов. Проблема усложняется, когда данные должны быть структурированы для научных анализов, таких как расчёт популяций и отслеживание активности отдельных видов.

Основная цель работы заключается в создании клиент-серверного приложения, которое позволяет автоматизировать распознавание и классификацию изображений животных, полученных с фотоловушек. Разработка веб-версии приложения облегчит доступ к функциональности для исследователей и заказчиков, предоставив более удобный и расширяемый интерфейс.

Система поддерживает возможность масштабирования под различные проекты и адаптации для отслеживания разных видов животных, что делает её гибкой для удовлетворения специфических требований заказчиков. Для хранения изображений используется S3 MinIO, что обеспечивает эффективное управление большими объёмами данных. Гибкость системы повышает её ценность, позволяя расширять функциональность и настраивать параметры для анализа данных под уникальные требования исследований.

Система работает следующим образом: после загрузки изображений на сервер выполняется их распознавание и классификация с использованием моделей машинного обучения. Результаты возвращаются в формате JSON, содержащем категории животных и уровень уверенности модели. При недостаточной уверенности изображения помечаются как "неопределённые". Дополнительно реализована функция расчёта проходов животных, что позволяет точнее оценивать численность и поведение популяций.

Приложение построено по клиент-серверной архитектуре: серверная часть реализована на Java с использованием Spring Framework, клиентская часть — на JavaScript с использованием React, HTML и CSS, а база данных — PostgreSQL.

Обмен данными между клиентом и сервером осуществляется через REST API.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: v.avdeev@g.nsu.ru

Принципы организации систем автоматизированного проектирования эффективных программ на основе логического анализа численных алгоритмов

В. Н. Алеева

Одной из актуальных проблем в области параллельных вычислений является автоматизированное проектирование эффективных программ. Для решения этой проблемы может применяться логический анализ численных алгоритмов на основе авторской концепции Q-детерминанта [**1**].

В настоящее время разработано несколько систем автоматизированного проектирования и исполнения эффективных программ для реализации численных алгоритмов. Примером является система на основе компилятора и виртуальной машины [**2**]. Подходы к реализации разработанных программных систем, а также их производительность разные, однако такие системы используют общие принципы организации, заключающиеся в том, что они содержат подсистемы для решения следующих задач:

(1) получение Q-эффективных реализаций алгоритмов с помощью их представлений в форме Q-детерминантов;
(2) выполнение Q-эффективных реализаций алгоритмов.

Программных систем, использующих общие принципы организации, может быть создано много, при этом важно стремиться к повышению их производительности.

Литература

[1] Aleeva V., Aleev R. Investigation and Implementation of Parallelism Resources of Numerical Algorithms. ACM Transactions on Parallel Computing. 2023. Vol. 10. no. 2. Article number 8. P. 1–64. DOI: 10.1145/3583755.

[2] Алеева В.Н. Автоматизированное проектирование и исполнение эффективных программ для численных алгоритмов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2023. Т. 12, № 3. С. 31–49. DOI: 10.14529/cmse230303.

Южно-Уральский госуниверситет (НИУ)
E-mail: aleevavn@susu.ru

Построение реалистичных палеогеографических карт методами комбинаторной оптимизации

С. А. Афонин

Литофациальные карты отображают пространственное изменение литологического состава пород и направление характера их замещения для определенного геологического времени в зависимости от физико-географических условий их седиментации. Исходными данными задачи построения карты являются:

- множества возможных фаций F и литологий L;
- область (полигон конечной площади) распространения $\overline{P} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$;
- координаты скважин W с определенными в них фацией и литологией, то есть $W = \{\langle x_i, y_i \rangle\}_{i=1}^{N}$, $f : W \to F$, $l : W \to L$;
- карта скоростей осадконакопления $z : \overline{P} \to \mathbb{R}_+$;
- допустимые последовательности фаций $\overline{P} = \{\langle f_1^k, \dots f_{n_k}^k \rangle\}_{k=1}^{ncf}$, $f_i^k \in F$;
- допустимые последовательности литологий $\mathcal{L} = \{\langle l_1^k, \dots l_{n_k}^k \rangle\}_{k=1}^{ncl}$, $l_i^k \in L$;
- допустимые литологии для фаций $VL \subseteq F \times L$.

Задача состоит в построении фациальной $\mathcal{M}_F : F \to 2^{Poly}$ и лито-фациальной $\mathcal{M} : F \times L \to 2^{Poly}$ карт (здесь $Poly$ обозначает множество всех полигонов), удовлетворяющих следующим условиям:

- полигоны фациальной карты $\mathcal{M}_F$ не пересекаются и покрывают всю область распространения $\overline{P}$;
- литофациальная карта $\mathcal{M}$ является разбиением фациальной карты $\mathcal{M}_F$:

$$\forall f \in F \quad \mathcal{M}_F(f) = \bigcup_{l \in L} \mathcal{M}(f, l);$$

- соблюдается корректность границ фациальной карты $\mathcal{M}_F$:

$$\forall f_1 \in F, f_2 \in F \quad \mathrm{dist}(\mathcal{M}_F(f_1), \mathcal{M}_F(f_2)) = 0 \to \exists ch \in \mathcal{F}\ \langle f_1, f_2 \rangle \in ch;$$

- согласованность карт с исходными данными — скважина w принадлежит полигону фации $f(w)$ и полигону литофациальной карты для пары $f(w), l(w)$.

Особенностью задачи является возможное отсутствие в исходных данных W скважин с фацией, которая должна быть на результирующей карте. Например, если в $\mathcal{F}$ есть последовательность f_1, f_2, f_3 (и нет последовательностей, содержащих f_1, f_3), а в W есть только скважины с фациями f_1 и f_3, то между областями распространения f_1 и f_3 должна появиться область фации f_2.

В данной работе предлагается сведение задачи построения карт к задаче о раскраске графа с дополнительными ограничения. Для практически важных примеров решение может быть эффективно получено за счёт применения методов смешанного целочисленного программирования.

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
E-mail: serg@msu.ru

Анализ тональности текстов с использованием нейронной сети и нечеткой теории

Э. Ю. Ахмедов

Комбинированный подход включает использование нечеткой теории для определения лингвистических переменных, на основе которых нейронные сети обучаются для точного прогнозирования тональности текста.

Для анализа интенсивности эмоций используется нечеткая логика, которая интерпретирует значение интенсивности (предсказанное нейронной сетью) с помощью функций принадлежности и нечетких правил. Функции принадлежности для низкой, средней и высокой интенсивности:

$$\mu_{\text{Low}}(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ \frac{0.5-x}{0.5}, & 0 < x \leq 0.5 \\ 0, & x > 0.5 \end{cases} \tag{1}$$

$$\mu_{\text{Medium}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0.3 \\ \frac{x-0.3}{0.2}, & 0.3 < x \leq 0.5 \\ \frac{0.7-x}{0.2}, & 0.5 < x \leq 0.7 \\ 0, & x > 0.7 \end{cases} \tag{2}$$

$$\mu_{\text{High}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0.5 \\ \frac{x-0.5}{0.5}, & 0.5 < x \leq 1 \end{cases} \tag{3}$$

Здесь, функции принадлежности для “Низкой интенсивности”:

- x: это интенсивность эмоции, которую мы оцениваем. Например, $x = 0.3$.
- 0.5: это верхняя граница диапазона для низкой интенсивности. Для значений x, больших 0.5, функция принадлежности будет равна нулю (интенсивность уже не будет считаться “низкой”).
- 1: когда $x = 0$, функция принадлежности принимает значение 1. Это означает, что для интенсивности, близкой к нулю, интенсивность почти полностью низкая.
- 0: если $x > 0.5$, степень принадлежности к низкой интенсивности становится нулевой, эмоция уже не может быть низкоинтенсивной при таких значениях.

Нечеткие правила определяют, как система будет интерпретировать значения принадлежности для каждой категории интенсивности, можно описать таким образом:

- Если значение интенсивности принадлежит категории “низкая”, то результат интенсивности — низкая.
- Если значение интенсивности принадлежит категории “средняя”, то результат интенсивности — средняя.
- Если значение интенсивности принадлежит категории “высокая”, то результат интенсивности — высокая.

Нечеткие правила определяют, как система будет интерпретировать значения принадлежности для каждой категории интенсивности. Нейронная сеть выполняет основную работу по анализу текста и выдаёт количественные предсказания для интенсивности эмоций. Затем нечеткая модель интерпретирует эти результаты, используя функции принадлежности и базовые правила вывода.

Литература

[1] Пальчунов Д.Е. Теория моделей предметных областей. II, Алгебра и логика, 61, № 4, 2022, с. 500-519, DOI: 10.33048/alglog.2022.61.408.
[2] Пальчунов Д.Е.,Яхъяева Г.Э. Нечеткие алгебраические системы. Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2010. Т.10, № 3. С. 75-93.
[3] Трегубов А.С. Интеллектуальный анализ мнений и настроений с использованием нечеткой логической модели, Информатика и вычислительная техника и управление, серия: Естественные и технические науки, №12, 2019, с. 96-99.
[4] Uma K.K.,Meenakshisundaram K., Optimization Based Fuzzy Deep Learning Classification for Sentiment Analysis, International journal of scientific and technology research, vol. 9, 2020, pp.3240-3246.
[5] Яхъяева Г.Э., Карманова А.А., Ершов А.А., Савин Н.П. Вопросно-ответная система для управления информационными рисками на основе теоретико-модельной формализации предметных областей. Информационные технологии, Том 23, № 2, 2017, с. 97–106.
[6] Малаева Е.Д., Яхъяева Г.Э. Программная система визуализации и проверки согласованности оценочных знаний экспертов. Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2023. Т. 21. № 1. С. 32-45.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: e.akhmedov@g.nsu.ru

Разработка сервиса для генерации персональных мелодий на основе анализа эмоционального содержания изображений

Б. Б. Базаров

Современное музыкальное искусство сталкивается с вызовом в создании эмоционально насыщенных музыкальных композиций. Важность передачи сложных эмоциональных состояний через музыку поднимает вопрос о необходимости эффективных методов, способных сопоставить изображения с музыкальными запросами. Требуется разработка инновационных подходов, объединяющих семантический анализ [1, 2] изображений и технологии машинного обучения для создания выразительных и персонализированных музыкальных произведений.

В качестве ключевого этапа данного процесса используется анализ эмбеддингов изображений на основе датасета EmoSet, где определяются основные эмоциональные состояния, такие как восхищение, гнев, трепет, удовлетворение, отвращение, возбуждение, страх и печаль. Путём извлечения векторных представлений изображений и вычисления центроидов для каждой эмоции производится их кластеризация, что позволяет установить преобладающую эмоциональную характеристику изображения. Далее проводится анализ визуальных характеристик изображения, таких как яркость и контрастность, с использованием модели CLIP, а также распознавание объектов при помощи модели YOLOv5. Эти данные служат основой для формирования текстового запроса, который передается модели Suno, генерирующей персонализированные музыкальные композиции на основе полученных характеристик.

Важной научной основой для данного проекта является концепция связи музыки и эмоций, представленных в изображениях, которая была предложена в [2]. Это исследование акцентирует внимание на тонкой зависимости между эмоциональными состояниями и их музыкальными эквивалентами, что обеспечивает точное преобразование визуальных данных в музыкальный контекст. Разрабатываемый сервис призван не только продемонстрировать технологические возможности синтеза музыки на основе изображений, но и предоставить новый инструмент для персонализированного музыкального творчества.

Литература

[1] Yakhyaeva G.E. Application of Boolean Valued and Fuzzy Model Theory for Knowledge Base Development. In: SIBIRCON 2019 - International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, Proceedings, 2019, pp. 868–871.

[2] Palchunov D., Yakhyaeva G. Representation of Knowledge Using Different Structures of Concepts. CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2729, pp. 69–74.

[3] Patrik N. J. Handbook of Music and Emotion: Theory, Research, Applications. Oxford University Press, 2010.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: b.bazarov1@g.nsu.ru

Проектирование архитектуры и разработка OLTP базы данных для сервиса оптимизации процесса выбора научной траектории студента

М. С. Богданов

Поиск кафедры для прохождения практики, темы ВКР и научного руководителя — одни из самых важных [**1**] выборов для студента, т.к. они оказывают непосредственное влияние на профессиональное становление и дальнейшую карьеру студента, но сейчас отсутствует централизованная система, позволяющая студенту просто получать актуальную информацию о доступных темах и кафедрах. Разработка сервиса для поиска и выбора научной траектории с помощью предложенных функциональных возможностей позволит студенту более эффективно ориентироваться в доступных вариантах, учитывать свои интересы и профессиональные цели, а также минимизировать риски, связанные с неопределенностью и отсутствием прозрачности в процессе выбора.

В данной работе рассматривается задача проектирования архитектуры данного сервиса и разработка OLTP базы данных для него. Итак, сервис включает в себя:

1. OLTP [**2**] базу данных, которая будет поддерживать Online Transaction Processing, что обеспечит быструю транзакционную фильтрацию, запись и обновление данных.

2. Данные о темах ВКР, перечень кафедр и факультетов, а также данные о пользователях, которыми являются студенты и научные руководители.

3. Методы работы с темами для ВКР, включающие их создание, удаление, фильтрацию [**4**], поиск и другие способы агрегации данных по темам.

4. Шифрование персональных данных пользователя с помощью асимметричного криптографического ключа.

5. Интеграцию с ВУЗовской почтой, используя Keycloak [**5**], что позволит пользователям из университета легко заходить в свой аккаунт и подгружать информацию о должностях и местах работы руководителей.

Сервис уделяет особое внимание персонализации и хранению информации в одном удобном формате, что позволяет сделать поиск индивидуальной траектории максимально простым и точным, а итоговую работу — качественной и соответствующей интересам студента.

Литература

[1] Михелькевич В. Н., Кравцов П. Г. Выбор тематики, структуры и содержания выпускной квалификационной работы в условиях неопределенности //Ч-39 Человек в условиях неопределенности: сборник научных трудов в 2-х т./Под. – 2018. – С. 147.

[2] Harizopoulos S. et al. OLTP through the looking glass, and what we found there //Making Databases Work: the Pragmatic Wisdom of Michael Stonebraker. – 2018. – С. 409-439.

[3] Song H. et al. A survey on hybrid transactional and analytical processing //The VLDB Journal. – 2024. – С. 1-31.

[4] Dombrovskaya H., Novikov B., Bailliekova A. PostgreSQL Query Optimization. – Apress, 2021.

[5] Dimitrijević N. et al. Advanced Security Mechanisms in the Spring Framework: JWT, OAuth, LDAP and Keycloak. – 2024

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: m.bogdanov2@g.nsu.ru

Разработка веб-интерфейса для системы планирования тренировочных программ по плаванию

К. Ю. Болотов

В настоящее время тренеры по плаванию могут испытывать трудности при работе с клиентами, а также недовольство своей работой [1]. Таким образом возможно снижение качества тренировочного процесса, что негативно отражается на результатах клиентов.

Для решения проблем, связанных с неудобной организацией программ тренировок по плаванию, и как следствие для облегчения процесса взаимодействия с клиентами, предлагается разработать веб-сервис для планирования тренировочных программ по плаванию.

Цель моей работы заключается в проектировании и разработке веб-интерфейса такого сервиса.

На сегодняшний день была выполнена задача по продумыванию и реализации адаптивного дизайна пользовательского интерфейса, покрывающего следующую функциональность: регистрация в системе, аутентификация, взаимодействие с клиентами и тренерами (отправка заявки на присоединение к тренеру; подтверждение или отклонение такой заявки тренером), взаимодействие с различными упражнениями по плаванию (в том числе возможность создавать свои собственные упражнения). При реализации веб-интерфейса были использованы следующие языки программирования и технологии: JavaScript, HTML5, Tailwind CSS Framework, ReactJS Framework.

Для последующего улучшения пользовательского интерфейса планируется рассмотреть ключевые принципы композиции в веб-дизайне, в основе которых лежат математические концепции (например, правило третей, возникшее благодаря упрощенной интерпретации гармонического деления). Использование описанных принципов поможет акцентировать внимание пользователя на значимых разделах и компонентах сервиса.

Работа выполнена при поддержке АО «СберТех» и ПАО «Сбербанк» на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий НГУ.

Литература

[1] НИЦ Аспект, "Профессиональные трудности тренеров по плаванию фитнес-клубов города Ба Риа – Вунг Тау". [Электронный ресурс] URL: https://na-journal.ru/2-2019-gumanitarnye-nauki/1683-professionalnye-trudnosti-trenerov-po-plavaniyu-fitnes-klubov-goroda-ba-ria-vung-tau.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: k.bolotov@g.nsu.ru

Использование конечных автоматов при асинхронной обработке задач

О. В. Вебер

Детерминированные конечные автоматы (ДКА) представляют собой набор из пяти элементов:

(1) Конечное множество состояний Q.
(2) Конечное множество входных символов, называемое алфавитом Σ.
(3) Функция переходов $\delta : Q \times \Sigma \to Q$.
(4) Начальное состояние $q0$.
(5) Множество конечных состояний $F \subset Q$.

ДКА используются для обработки текстов конечной длины, позволяя искать вхождения подстроки в строке. Данное применение не позволяет полностью раскрыть возможности ДКА. Их структуру можно использовать для исполнения конечных асинхронных алгоритмов.

В рамках проекта по разработке сервера для выполнения задач приемной кампании консультационной группой факультета [1-3] нужно осуществить сетевое подключение к удаленному серверу, выполнить перенос данных в базу данных приложения, привести документ к доменной модели приложения, после чего выполнить сравнение старых и новых данных.

Данная проблема решается с помощью использования конечного автомата.

Состояние ДКА хранится в базе данных приложения, что позволяет достичь:

(1) Минимизации повторения кода при обработке начала/успеха/неудачи очередного состояния.
(2) Соблюдение принципов ACID [4] с помощью использования механизма транзакций.
(3) Надежность, масштабируемость и удобность в сопровождении вследствие простоты исполняемого технического решения.

Литература

[1] Зыкова А.А., Яхъяева Г.Э. Программная система «Абитуриент - Студент». Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2021. № 1(55). С. 73—81.
[2] Лазорский Е. А. Проектирование централизованного информационного портала для консультационной группы факультета. МНСК-2024. – 2024. – С. 212-212.
[3] Голубев М. В. Разработка программной системы для автоматизации процессов приемной кампании консультационной группой факультета. МНСК-2024. – 2024. – С. 197-197.
[4] Клепман М. Высоконагруженные приложения. Клемпан М., - 2018. - С. 267-269.

Исследование методов повышения степени сжатия сейсмических данных без потерь

Г. В. Винокуров

В современном мире растёт количество месторождений трудноизвлекаемых полезных ископаемых. Вследствие этого происходит увеличение объёмов полевых данных, необходимых для более детальной разведки. Одна из возникающих проблем - большой объём данных, которые нужно хранить или передавать на расстояние[**1**]. Существующие решения основаны на сжатии данных с потерями, что не всегда допустимо. Сжатие без потерь само по себе не эффективно. Для его улучшения нужно учитывать природу данных и взаимосвязи между отдельными их сегментами.

Для решения этой проблемы в работе были исследованы методы повышения степени сжатия сейсмических данных без потерь. В процессе работы были изучены способы хранения сейсмических данных, а также проанализированы различные алгоритмы сжатия данных без потерь и преобразования, которые могли бы повысить эффективность сжатия. Были модифицированы и применены для улучшения сжатия те методы, которые для этого сами по себе не предназначены.

В результате исследований был разработан наиболее перспективный комплекс преобразований для сейсмических данных в виде 4-байтных значений с плавающей запятой[**2**]. Он включает в себя: переход к фиксированной запятой, 2-3 повтора дельта-кодирований с последующим взятием модуля, транспонирование битовой матрицы. Данный набор учитывает особенности сейсмических данных и позволяет повысить эффективность их сжатия алгоритмом LZMA.

Разработанный комплекс был реализован в виде программной библиотеки на языке Си с поддержкой файлов формата SEG-Y[**3**]. Кодек поддерживает сейсмические данные различных типов: вещественные, целые, с фиксированной запятой. Для хранения метаданных, возникающих при преобразованиях, был разработан специальный формат хранения данных. Эффективность кодека была проверена на различных выборках сейсмических данных.

Литература

[1] Авербух А.З., Мейер Р., Стромберг Дж.О., Койфман Р., Василиу А. Эффективное сжатие сейсмических данных с низкой скоростью передачи данных. IEEE Trans Image Process. 2001;10(12):1801-14. doi: 10.1109/83.974565. PMID: 18255520.

[2] Винокуров Г. В. Повышение эффективности сжатия сейсмических данных без потерь // МНСК-2024. – 2024. – С. 194

[3] Hagelund, Rune; Stewart A. Levin & Shawn New, eds. (2023). SEG-Y revision 2.1 Data Exchange format (PDF). Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: g.vinokurov@g.nsu.ru

Управление доступом к объектным онтологиям

Д. Э. Гаврилина, Д. Н. Гаврилин

В докладе представлена модель системы управления доступом (СУД) к объектным онтологиям платформы bSystem. bSystem — это платформа, базирующаяся на объектных онтологиях и предназначенная для создания цифровых двойников организаций и процессов с акцентом на разработку интеллектуальных систем управления и приложений. Актуальность СУД обусловлена современными вызовами безопасности, цифровой трансформацией и ростом объема данных в организациях. Рост числа кибератак, утечек данных и злоупотреблений доступом внутри компаний требует усиления мер по защите информации. Правильно организованная СУД может также способствовать решению задач соответствия нормативным требованиям, цифровой трансформации и удаленной работы, минимизации внутренних угроз и управления жизненным циклом доступа. С учетом направленности платформы на реализацию крупных бизнес–приложений, СУД является ключевым элементом, позволяющим использовать объектные модели в реальных задачах и тонко настраивать доступ и полномочия пользователей.

В работе показывается, что логическая модель СУД может быть описана на самом языке объектных онтологий и, таким образом, консервативно реализована в рамках платформы как одна из моделей приложения. В рамках этой модели описаны ключевые понятия как «роль», «пользователь», «доступ» и т.д. Построена подмодель политик, формирующих роль пользователя, которая обеспечивает полный контроль доступа к объектной модели, а также автогенерация политик доступа при создании новых элементов контролируемой объектной онтологии на основе существующих политик пользователя. Возможность назначения пользователям различных ролей определяет их уровень доступа к информации, а многоуровневая архитектура политик позволяет тонко настраивать доступ к данным для пользователей с учетом разнообразных сценариев использования.

СУД — ядро среды управления доступом к объектным онтологиям платформы bSystem. Будет также разработан интерфейс для настройки и изменения параметров доступа на основе [**1**], а также проведена интеграция языка запросов [**2**]. Объектные запросы позволят формировать политики с точностью до конкретных наборов объектов.

Литература

[1] Гаврилина Д. Э., Манцивода А. В. Low-code и объектные электронные таблицы // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2022. Т. 40. С. 93–103.

[2] Гаврилин Д. Н., Кустова И. А, Манцивода А. В. Объектные модели как микросервисы: язык запросов // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2022. Т. 42. С. 121–137.

Институт математики и информационных технологий, ИГУ
E-mail: gavrilinadar@ya.ru, d.gavrilin@iddeit.ru

Разработка методов автоматизации анализа рисков с помощью теории нечетких моделей и анализа прецедентов

А. Г. Галиева

Современные бизнес-процессы всё чаще требуют автоматизации для обеспечения своевременного выявления рисков и минимизации их последствий. Анализ рисков, как процесс оценки потенциальных угроз для достижения целей компании, включает определение рисков, их вероятности и возможные последствий для бизнеса. Ключевыми элементами анализа рисков являются уязвимости (слабые места системы) и симптомы — ранние признаки возникновения угроз. Современные системы автоматизированного анализа рисков активно применяют машинное обучение и большие данные для выявления и прогнозирования угроз. Среди таких решений можно выделить RiskWatch [1], IBM OpenPages с Watson [2] и Palantir [3], которые обеспечивают высокоэффективные механизмы анализа и управления рисками.

Наиболее перспективным подходом в разработке методов автоматизации анализа рисков нам видится применение анализа прецедентов — конкретных случаев, когда риски реализовались, и соответствующих методов реагирования. Изучение таких прецедентов позволяет накопить знания о том, как могут развиваться те или иные угрозы, и какие меры были эффективны для их предотвращения. Четырехуровневая семантическая модель представления данных служит инструментом для структурированного анализа таких прецедентов: онтология предметной области — включает ключевые понятия и их определения, такие как "кибератака "инцидент безопасности"; общие знания — законы и закономерности, которые регулируют поведение системы, например, правила безопасности; эмпирические знания — конкретные случаи из истории компании или отрасли, которые являются основой для анализа и прогноза; оценочные знания — вероятностные оценки рисков, полученные из внешних источников или от экспертов, которые используются для предсказания будущих событий.

С помощью этой модели можно организовать данные таким образом, чтобы анализировать и накапливать знания о рисках на основе прошлых инцидентов. Применение методов нечетких моделей [4, 5] также является перспективным инструментом в решении поставленных в работе задач, позволяя автоматизировать анализ и управление рисками на каждом этапе, интегрируя вероятностные модели и предикаты, описывающие возможные исходы и риски.

Целью работы является разработка системы автоматизации анализа рисков бизнес-процессов, решающей следующие проблемы: принятие мер минимизации рисков, своевременное устранение угроз (до их фактического возникновения), а также принятие оперативных мер после фактического возникновения рисков. В ходе работы были разработаны автоматизированные методы анализа рисков с использованием анализа прецедентов, нечетких моделей и построения вероятностной семантической модели рисков, а также ведется работа над программной системой, реализующей разработанные методы.

Литература

[1] Johnson, K., Martinez, L. "Automated Risk Assessment Systems: A Study of RiskWatch and Similar Platforms."Journal of Information Security, vol. 22, no. 4, 2021, pp. 345-368.

[2] Smith, J., Patel, R. "The Integration of AI in Risk Management Systems: Case Study of IBM OpenPages."International Journal of Risk and Compliance, vol. 30, no. 2, 2022, pp. 101-124.

[3] Turner, M., Woods, D. "Data-Driven Risk Analysis Using Palantir: A Comprehensive Review."Global Risk Analytics Review, vol. 15, no. 3, 2020, pp. 199-220.

[4] Пальчунов Д. Е., Болдырев И. А. Применение теории нечетких моделей для оценки рисков в строительстве. Сборник научных трудов Международного научно-технического симпозиума и III Международного Косыгинского Форума. Том 2. Москва, 2021.
[5] Д.Е.Пальчунов. Теория моделей предметных областей. II, Алгебра и логика, 61, № 4, 2022, с. 500-519, DOI: 10.33048/alglog.2022.61.408.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: galievayya@gmail.com

Σ-спецификации регулярных моделей систем реального времени

В. Н Глушкова, К. С. Коровина

Выделен класс Δ_0-формул [1] для построения и верификации моделей систем реального времени. В отличие от model cheking [2] система описывается не цикличным графом, а полным деревом tr вывода регулярной грамматики $G = (N, T, P, st_0)$; $N, T-$ множества символов состояний и действий системы; $P-$ множество правил вида: $st \to \alpha_1 st_1|...|\alpha_k st_k$, $\alpha_j \in T^+$, $st_j \in N$, $1 \le j \le k$. На вершинах tr определена семантическая функция fdt (дискретное время). Её значение зависит от позиции вершин в упорядоченной последовательности, полученной при обходе дерева сверху-вниз, слева-направо. Определение fdt поддерживает концепцию цикличности времени: $fdt(st_0) = 0$, значение fdt сохраняется при повторном появлении вершины, помеченной st_i, $i \ge 0$, иначе увеличивается на 1 при переходе от одной вершины к следующей за ней. Множество сортов формальной модели $\mathfrak{M}$ включает $N \cup T$. Аксиомы теории Th модели (квазитождества из Δ_0 - формул с "древесным" префиксом) интерпретируются на списке ltr, представляющем дерево tr так, что отношению непосредственного подчинения вершин tr соответствует отношение $\in$ на списке ltr. Основные предикаты Act_i, St_j сигнатуры модели соответствуют символам из множеств N, T. Правила грамматики являются "шаблоном"для аксиом теории. Правилу с двумя альтернативами и действиями сопоставляется аксиома с префиксом $(\forall w_1, w_2, v_1, v_2 \in v)\ (St(fdt(v)) \to Act_1(fdt(w_1)) \wedge St_1(fdt(v_1)) \vee Act_2(fdt(w_2)) \wedge St_2(fdt(v_2)))$.

Функция реального времени вида $frt(n) \sim c$, $\sim \in \{\le, \ge, <, >, =\}$ и функция $frt(n) =< c_1, c_2 >$, где $< \in \{[, (\}$ и $> \in \{\ ),]\ \}$, могут входить в левую и правую часть аксиом. Интерпретатор реализует правило вывода MP (modus ponens), устанавливая истинность всех дизъюнктов правой части аксиомы. Это позволяет верифицировать в одной модели свойства всех альтернативных путей развития событий. Индукцией по высоте дерева легко доказать свойство нетеровости теории. Для теории, обладающей свойством конфлюентности, можно построить константную модель за время $O(n^2)$ относительно мощности списка ltr из надстройки модели. В отличие от темпоральных логик Δ_0-формулами легко выразить количественную информацию, например, число всех произошедших событий на данный момент дискретного времени или свойство "событие st_1 произойдет не позднее чем через n - единиц времени после события st_2".

Литература

[1] Goncharov S.S., Ershov Yu.L., Sviridenko D.I., Semantic programming. Information processing. 1986, V. 11, № 10, p. 1093–1100.

[2] Кларк Э.М., Гринберг О.,Пелед Д., Верификация моделей программ: Model Cheking. Изв-во Московского центра непрерывного математического образования, Москва, 2002.

ДГТУ, Ростов-на-Дону
E-mail: lar@aaanet.ru, ksenichka_@inbox.ru

Проектирование мобильного приложения для организации экологических акций

А. А. Гудков

Современные экологические проблемы, такие как загрязнение окружающей среды, уменьшение площади лесов или неправильная утилизация отходов, требуют комплексных и инновационных решений. В условиях роста урбанизации и потребления, вовлечение граждан в экологически ответственные действия, такие как участие в экологических акциях, становится не просто желательным, но необходимым. Однако организация таких мероприятий часто сталкивается с трудностями в координации участников и эффективной реализации процессов.

Разработка мобильного приложения для организации и проведения экологических акций с применением технологии компьютерного зрения для сортировки отходов предлагает инновационный подход к решению этих задач.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи:

(1) Проведен анализ предметной области, существующих решений и конкурентов, сформулированы функциональные и нефункциональные требования.
(2) Реализована база данных [**1**] для хранения информации о пользователях, созданных акциях, списках участников акций, шаблонах акций.
(3) Спроектирована архитектура мобильного приложения с использованием архитектурного паттерна MVVM [**2, 3**].
(4) Разработан дизайн для основных элементов управления приложением.
(5) Для взаимодействия с серверной частью приложения спроектировано API.

В дальнейшем планируется реализовать серверную часть приложения, разработать архитектуру модели для классификации материалов и интегрировать работу с ней в мобильное приложение [**4**].

Литература

[1] Илюшечкин В. Основы использования и проектирования баз данных. Учебник для академического бакалавриата. – Litres, 2021.
[2] Lou T. et al. A comparison of Android native app architecture MVC, MVP and MVVM //Eindhoven University of Technology. – 2016.
[3] Sun W., Chen H., Yu W. The exploration and practice of mvvm pattern on android platform //2016 4th International Conference on Machinery, Materials and Information Technology Applications. – Atlantis Press, 2017.
[4] Голощапов А. Л. Google Android: программирование для мобильных устройств (+ CD)-2-е издание. – БХВ-Петербург, 2012.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.gudkov@g.nsu.ru

Разработка программной системы автоматической фильтрации экстремистских текстов

В. Д. Долгушин

В современном мире, с развитием цифровых технологий объем публикуемой информации, стремительно растет. В условиях такой информационной перегруженности важной задачей становится обеспечение безопасности и сохранение этических норм общения. Одной из ключевых проблем является распространение экстремистского контента, который может провоцировать насилие, разжигать межнациональные и межрелигиозные конфликты, а также нарушать законодательные нормы. Для предотвращения распространения нежелательного контента, включая экстремистские материалы, многие платформы внедряют системы автоматической модерации [1, 2].

Цель работы заключается в разработке сервиса, предоставляющего пользователю возможность автоматической фильтрации нежелательных текстов, с акцентом на обнаружение экстремизма. Система сочетает в себе классические алгоритмы [3] и машинное обучение [4, 5], которые оценивают различные параметры текста и затем выносится вердикт. Система также способна совершенствоваться и дообучаться на данных пользователей.

Литература

[1] Яхъяева Г.Э., Ясинская О.В. Применение методологии прецедентных моделей в системе риск - менеджмента, направленного на раннюю диагностику компьютерного нападения. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2012. Т.10, вып. 2. С. 106-115.

[2] Яхъяева Г.Э., Ясинская О.В. Методы согласования знаний по компьютерной безопасности, извлеченных из различных документов. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2013. Т. 11, вып. 3. с. 63–73.

[3] Михайлов А.С., Соколова Т.В., Чеповский А.А., Чеповский А.М. Выявление тематической направленности текстов на естественных языках. Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 1. С. 9–17.

[4] Smetanin S., Komarov M. Deep transfer learning baselines for sentiment analysis in Russian. Information Processing and Management. Volume 58. Issue 3. May 2021. 102484

[5] Xiaoya Li, Jingrong Feng, Yuxian Meng, Qinghong Han, Fei Wu, Jiwei Li. A Unified MRC Framework for Named Entity Recognition. ArXiv:1910.11476. 2020

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: v.dolgushin@g.nsu.ru

Методы интеграции больших языковых моделей в приложения цифровых диалоговых ассистентов

М. А. Дьяченко

В последние годы наблюдается резкий рост интереса к применению больших языковых моделей для создания диалоговых ассистентов. Большие языковые модели обладают способностью осваивать задачи и информацию, на которых они не обучались. Это позволяет без особых затрат на обучение моделей применять их во многих областях, в том числе при создании цифровых диалоговых ассистентов. Несмотря на большое количество примеров реализации таких систем, методы применения моделей машинного обучения в пользовательских приложениях, все еще являются областью активного исследования.

Цель работы: интеграция большой языковой модели в приложение цифрового диалогового ассистента. Были сформулированы следующие задачи: изучение существующих проблем интеграции больших языковых моделей в приложения диалоговых ассистентов и подходов к их решению; разработка архитектуры приложения; реализация приложения, анализ использования выбранных подходов.

Были выделены следующие основные проблемы интеграции моделей в приложения: управление вычислительными ресурсами для задачи генерации текста, контроль достоверности генерируемого текста, обеспечение возможности выполнения ассистентом действий на основе решений большой языковой модели. Генерация текста моделью является особой вычислительной задачей. Она требует нетривиальных подходов к обеспечению параллелизма вычислений и обработки запросов. Также эта задача требует особого управления памятью при вычислениях. Были рассмотрены некоторые существующие подходы и средства для решения этих проблем. Помимо проблем вычислений, связанных с генерацией текста, существую также проблемы, связанные с обеспечением достоверности генерируемого текста. Популярным решением этой проблемы является подход Retrieval-augmented generation.

Приведенные проблемы и решения связаны с генерацией текста. Помимо непосредственно генерации текста диалоговые помощники должны обладать возможностью выполнять некоторые действия в системе или окружении для которых они разрабатываются. Изучение подходов к использованию больших языковых моделей для управления выполнением этих действий является немаловажным этапом будущей работы.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: m.dyachenko2@g.nsu.ru

Хранилище данных L-Store

И. О. Дякун

Возможно, данные — это новый природный ресурс в мире корпораций, имеющий беспрецедентную степень распространения. Но чтобы извлекать из данных в реальном времени полезную информацию, важно преодолеть разрыв между управлением данными, которые обновляются с высокой скоростью (т.е. OLTP), и анализом большого объема данных (т.е. OLAP).

В настоящее время большинство компаний имеют и систему, которая обрабатывает запросы пользователей в реальном времени (т.е. OLTP), и систему, которая обрабатывает большие объемы данных (т.е. OLAP), полученных в результате этих запросов. Что приводит к огромным затратам и необходимости передачи данных из одной системы в другую. Кроме того, компании имеют потребность в принятии решений в реальном времени (например рекомендации, одобрение кредитов). Что на данный момент невозможно из-за задержки при передаче данных между системами. HTAP базы данных совмещающие OLAP и OLTP нагрузки решают эти проблемы. Однако, большинство подходов по сути реализует два движка под фасадом одной базы данных. Что заставляет идти на компромиссы.

Lineage-based Data Store (L-Store) объединяет обработку транзакционных и аналитических рабочих нагрузок в реальном времени в рамках единого унифицированного движка, внедряя новую архитектуру хранения на основе родословной (происхождения) записей. Используя родословную, мы можем проводить бесконфликтную и ленивую подготовку столбчатых данных из оптимизированной для записи формы (подходящей для OLTP) в оптимизированную для чтения форму (подходящей для OLAP) в транзакционно согласованном подходе, который также поддерживает запросы и сохранение текущих и исторических данных.

Цель нашей работы заключается в том, чтобы оценить жизнеспособность подхода L-Store. Для достижения цели мы нашли существующие реализации L-Store, изучили их исходоный код и измерили производительность. Однако, выявив несколько критических проблем в этих прототипах такие, как отсутсвие системы типов и обработки типов с нефиксированной длиной, и исправив некоторые ошибки при запуске, мы пришли в выводу, что не стоит продолжать развивать эти реализации, потому что исправление их проблем равносильно полному переписыванию. Поэтому мы приступили к написанию собственного прототипа, в котором мы реализуем все необходимые функциональные возможности для исследования эффективности подхода L-Store, с учетом опыта существующих решений.

Работа выполнена при поддержке АО “СберТех” и ПАО “СБЕРБАНК” на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского государственного университета.

Экспериментальная лаборатория ФИТ НГУ, Новосибирск
E-mail: i.dyakun@g.nsu.ru

Разработка индивидуального помощника для подбора косметических средств

К. В. Егоренко, К. П. Кондренко

У многих людей возникают проблемы с выбором средств для ухода за собой. Не все разбираются в косметических средствах настолько хорошо, чтобы подобрать себе правильную линейку средств еще и оценить их состав при покупке и подборе. Использование семантического подхода при разработке системы подбора косметических средств, позволяет работать с неточной и неполной информацией, учитывать индивидуальные предпочтения пользователей [1], а также учитывать оценочные знания пользователей о товарах [2,3].

Целью проекта является разработка индивидуального помощника, который сможет выполнить роль консультанта при подборе средств по уходу за собой (по запросу пользователя подберет все необходимые средства или линейку средств) [4]. Пользователь может просто ввести то, что ему хотелось бы подкорректировать в себе, а индивидуальный помощник предложит ему наиболее подходящие варианты линеек продуктов, вместе с этим пользователь также получит анализ состава каждого предложенного продукта и список проверенных поставщиков, у которых можно приобрести продукт.

На данный момент была реализована часть системы, отвечающая за анализ состава косметических средств и часть системы, отвечающая за аутентификацию пользователей. Сейчас ведется работа над реализацией индивидуального подбора косметических средств по заданным пользователями параметрам.

Литература

[1] Palchunov D., Yakhyaeva G. Representation of Knowledge Using Different Structures of Concepts. CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2729, pp. 69–74.

[2] Yakhyaeva G.E. Application of Boolean Valued and Fuzzy Model Theory for Knowledge Base Development. In: SIBIRCON 2019 - International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, Proceedings, 2019, pp. 868–871.

[3] Yakhyaeva G., Skokova V. Subjective Expert Evaluations in the Model-Theoretic Representation of Object Domain Knowledge. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2021, 12948 LNAI, pp. 152–165.

[4] Егоренко К. В. Разработка архитектуры индивидуального помощника для подбора уходовых средств. Информационные технологии. Научный инжиниринг. Материалы 62-й Международной научной студенческой конференции. Новосибирск, 2024. С. 207.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: k.egorenko@g.nsu.ru, k.kondrenko@g.nsu.ru

Исследование возможности rolling-upgrade кластера Apache-Ozone

Д. Е. Жданов

Распределенная файловая система Apache Hadoop (HDFS) де-факто является файловой системой для больших данных. Ozone - это распределенное объектное хранилище, которое может управлять как малыми, так и большими файлами. В то время как HDFS предоставляет семантику, подобную POSIX, Ozone архитектурно выглядит и ведет себя как Object Store. Ozone разрабатывается и внедряется командой инженеров и архитекторов, имеющих значительный опыт управления большими кластерами Apache Hadoop. Это дало нам представление о том, что HDFS делает хорошо, и о некоторых вещах, которые можно делать по-другому. Эти уроки повлияли на дизайн и эволюцию Ozone. В интересах бизнеса снизить время обновления кластера Ozone посредством введения rolling-upgrade.

Цель работы: Исследование возможности rolling-upgrade кластера Ozone. Были сформулированы следующие задачи: изучение исходников s3 хранилища, дизайн документации кластера; внесения патчей в исходный код, для возможности корректного взаимодействия компонентов кластера во время его обновления.

Была выявлены следующие проблемы: недостаточно гибкий фреймворк обработки запросов при разных версиях клиента и кластера, возможность конкурентного обновления единиц хранения файлов кластера, для уже пропущенного запроса. Эта задача требует полной переработки текущей системы валидации входящих запросов, которая позволи более точно определять действия для приходящих сообщений, а так же добавить возможность проводить проверки запросов под блокировкой, для корректности валидаций. Помимо этого была выявлена проблема невозможности, в текущий момент, провести финализацию кластера, после обновления, по компонентам, чтобы это исправить, нужно разбить запрос на финализацию на несколько частей. Так же было выявлено, что в реализации алгоритма консенсуса на текущий момент используются явные названия функций, вместо разбития запроса на несколько токенов, явно указывающих, что необходимо сделать, что влечет несовместимость версий между собой. Решение этой проблемы пока не ясно.

Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск
E-mail: d.zhdanov@g.nsu.ru

Разработка методов автоматического формирования документов кафедры с использованием адаптивных шаблонов

Я. С. Завороткина

В условиях современного образовательного процесса важным аспектом является оптимизация работы кафедры, связанной с обработкой и хранением документации. Особое внимание уделяется вопросам автоматизации документооборота, так как традиционные методы заполнения и обработки документов требуют значительных временных и трудовых затрат со стороны студентов и преподавателей.

Основная цель данной работы заключается в разработке веб-приложения для электронного документооборота на кафедре, которое позволяет автоматизировать процесс заполнения документов с использованием адаптивных форм. Эти формы разрабатываются на основе стандартных документов, используемых при организации учебной практики студентов. Приложение обеспечивает автоматическое сохранение заполненных документов в специальном хранилище, доступном заведующему кафедрой. Это решение позволяет не только сократить временные затраты на заполнение и подачу документов, но и упростить процесс управления ими, обеспечивая быструю проверку и обработку поступающих заявок.

Система поддерживает автоматическое заполнение повторяющихся полей и проверку корректности введенных данных. Для повышения удобства и точности заполнения предусмотрены шаблоны, соответствующие различным видам документации, что упрощает процесс для студентов. Заведующий кафедрой получает доступ к систематизированному хранилищу, где может просматривать и управлять документами в режиме реального времени, что повышает эффективность документооборота.

Был проведен анализ существующих проблем в области автоматизации управления учебной документацией на кафедрах, а также исследованы современные технологические решения, которые легли в основу функциональных требований к разрабатываемому веб- приложению.

Литература

[1] Пальчунов Д.Е. Поиск и извлечение знаний: порождение новых знаний на основе анализа текстов естественного языка. Философия науки. 2009. № 4 (43). С. 70-90.

[2] Gumirov V.S., Matyukov P.Y., Palchunov D.E. Semantic Domain-specific Languages // In: 2019 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Russia, 21-27 Oct. 2019. IEEE Press, 2019. P. 0955–0960. DOI: 10.1109/SIBIRCON48586.2019.895823

[3] Д.Е.Пальчунов. Теория моделей предметных областей. II, Алгебра и логика, 61, № 4, 2022, с. 500-519, DOI: 10.33048/alglog.2022.61.408.

[4] К.В. Баталин, Г.Э. Яхъяева Система управления оценочными средствами. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2020. Т.18, №2. С. 5–14. DOI: 10.25205/1818-7900-2020-18-2-5-14

Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск
E-mail: y.zavorotkina@g.nsu.ru

Проектирование цифрового помощника секретаря кафедры с применением теоретико-модельных методов

А. А. Зыкова

В современном мире бизнес-процессы задействованы в самых различных областях жизни человека. Они могут изменяться со временем, что отображается в соответствующих регламентах, могут добавляться новые процессы и автоматизироваться или удаляться старые. Даже на таких небольших подразделениях, как кафедра в университете, бизнес-процессы часто разрастаются до таких размеров и становятся настолько сложны, что секретарю кафедры становится проблематично отслеживать все происходящие процессы согласно календарному графику.

Решением данных проблем является разработка цифрового помощника секретаря кафедры. Целью данной работы является проектирование помощника с применением теоретико-модельных методов.

Цифровой помощник включает в себя такие части, как:

1. Модуль описания бизнес-процессов [**1**], предоставляющий пользователю возможности для описания бизнес-процессов через задание алгоритмов, загрузки регламентов на естественном языке с последующей трансляцией в алгоритмы. Спроектированные алгоритмы позволяют безошибочно транслировать описание процессов в сигнатуры для будущих моделей.

2. Модуль выполнения бизнес-процессов, который при задании основного множества модели верифицирует возможность выполнения процессов и формирует цепочки частичных моделей [**2**] с независимыми задачами согласно календарному графику путем выделения временных маркеров и сопоставлению их моделям через зависимость констант-ситуаций [**3, 4**].

3. Модуль календарного графика с поддержкой отображения актуальных задач по выполняемым бизнес-процессам.

4. Модуль по работе с документами, включающий возможности автоматического формирования документов, а также возможность проверки на полноту комплектов документов.

5. База знаний, хранящая информацию о процессах, сроках, документах и лицах, фигурирующих в бизнес-процессах.

Литература

[1] Зыкова А. А. Проектирование модуля описания бизнес-процессов для интеллектуального помощника секретаря кафедры. МНСК-2024. – 2024. – С. 212

[2] Palchunov D.E. Automated Methods for Modeling Thinking and Reasoning Based on the Partial Model Theory, IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). 2023. P. 1490–1495. DOI: 10.1109/apeie59731.2023.10347648

[3] Ненашева Е. О., Пальчунов Д. Е. Разработка автоматизированных методов представления знаний о действиях и ситуациях. Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2019. – Т. 17. – №. 3. – С. 61-72.

[4] Ненашева Е. О., Пальчунов Д. Е. Разработка автоматизированных методов преобразования предложений естественного языка в бескванторные формулы логики предикатов //Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2017. – Т. 15. – №. 3. – С. 49-63.

Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск
E-mail: azalekss@mail.ru

Нахождение оптимального разложения реальной нагрузки на покрывающие ее юнит-тесты

Т. С. Ильиных

В современном мире есть огромные системы. Они построены на принципах горизонтального масштабирования, когда можно наращивать пропускную способность, путем добавления виртуальных машин в кластер реализующий сервис. В кластерах работают десятки - сотни виртуальных машин. Потенциал оптимизации программ, работающих в таком контексте, очень высок, т.к. ускорив программу, можно реально уменьшить размер кластера. И чем больше кластер, тем выше экономический эффект. При работе над оптимизациями очень хочется иметь “линейку” для измерения эффекта от оптимизации. К сожалению, нагрузку реально кластера практически невозможно воспроизвести в точности. Однако можно собрать профиль, назовём его “целевым”. Так же, в фундаментальных продуктах обычно имеется множество тестов производительности, покрывающих отдельные подсистемы. Хочется уметь сказать какие тесты и в каких пропорциях составляют тот самый “целевой” профиль. Для этого мы можем собрать профили существующих микротестов и попытаться из них сконструировать “целевой”.

Целью данной работы является разложение “целевого” профиль, который по сути является многомерным вектором в набор векторов которые соответствуют нашим юнит тестам. Каждый юнит тест берём с некоторым весом. Мы хотим чтобы сумма весов была равна 1, чтобы называть это разложением. Так как идеально разложить может не получится. То рассмотрим расстояние между ними, которое будем минимизировать. Все ограничения у нас линейные, поэтому это классическая задача линейного программирования. У которого есть полиномиальное решение.

На практике могут быть сотни, а то и тысячи разных юнит сценариев. И чтобы было удобно работать с этим разложением нам надо выбрать небольшое их количество - это было дополнительным запросом на алгоритм. Когда у нас появляется данное ограничение это уже не является классической задачей линейного программирования, потому что классическая задача подразумевает вещественное пространство.

Для достижения цели было предложено несколько подходов вычисления оптимальных коэффициентов. В рамках исследования были сняты метрики скорости нахождения коэффициентов и точность приближения с их помощью к “целевому” профилю.

В ходе решения проблемы были разработаны приложения на Python, получающие информацию о “целевом” профиле и его юнит-тестах, которая находит лучшие коэффициенты, а также находит ускорение “целевого” профиля при ускорении одного из его частей в юнит-тесте.

Работа выполнена при поддержке АО «СберТех» и ПАО «СБЕРБАНК» на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского государственного университета.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: t.ilinykh@g.nsu.ru

Разработка методов выявления потребностей и намерений пользователя для создания интеллектуальных помощников

С. Е. Камкина

В современном мире пользователи, посещающие сайты техники, сталкиваются с проблемой выбора техники. Для решения данной проблемы предлагается разработка интеллектуального помощника [**1**], который будет выявлять потребности и намерения пользователя, помогая ему находить именно те товары, которые максимально соответствуют его ожиданиям и предпочтениям.

В рамках работы разрабатываемый метод основан на векторном представлении слов и использует языковую модель BERT для анализа намерений клиентов. Научная новизна данной работы заключается в интеграции нейронных сетей с теоретико-модельными методами [**2**], что позволит глубже анализировать текстовые данные и извлекать скрытые намерения пользователей.

Учитывая, что намерения представляют собой оценочные суждения, необходимо применить теорию нечетких моделей [**3**] для более точного понимания контекста и значений, которые могут варьироваться в зависимости от индивидуальных предпочтений пользователей.

Литература

[1] Palchunov D. E. Modeling Reasoning and Argumentation for the Development of Intelligent Assistants, 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 820-825. doi: 10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017050

[2] Пальчунов Д.Е. Теория моделей предметных областей. II, Алгебра и логика, 61, № 4, 2022, с. 500-519, DOI: 10.33048/alglog.2022.61.408.

[3] Пальчунов Д.Е.,Яхъяева Г.Э. Нечеткие алгебраические системы. Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2010. Т.10, № 3. С. 75-93.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: s.kamkina@g.nsu.ru

Разработка методов обработки естественного языка для проведения автороведческих экспертиз

В. А. Киреев

Машинная обработка естественного языка в разных аспектах постоянно находится в центре внимания специалистов в области компьютерных технологий [1]. Востребован программный анализ текста в таком направлении экспертно-криминалистической деятельности, как автороведческая экспертиза.

Автороведческая экспертиза – это род экспертиз, целью которого является установление в криминалистически значимых текстах принадлежности текста конкретному автору (идентификационная экспертиза) или выявление индивидуа-льно-личностных характеристик автора с целью сужения круга подозреваемых (диагностическая экспертиза).

Целью данной работы является разработка системы для автоматической обработки текстов в ходе автороведческой экспертизы и проведения сравнительного и диагностического анализа с применением статистических методов и методов машинного обучения на основе анализа как формальных, так и содержательных характеристик текста.

Научная новизна работы заключается в разработке программного обеспечения, которое позволит автоматически выявлять особенности выражения эмоций и оценок как идентификационных и диагностических характеристик автора текста. Это станет возможным благодаря выделению эмоциональных языковых единиц, средств выражения оценки, а также определению типов выражаемых автором оценочных значений.

Для достижения поставленной цели планируется разработать модель машинного обучения, которая будет включать в себя традиционные статистические значения, а также показатели эмоциональных и оценочных характеристик текста. Данная модель позволит проводить диагностический анализ автора для определения его пола и возрастных характеристик, а также анализ с целью сравнения нескольких текстов на принадлежность одному автору.

Литература

[1] Пальчунов Д.Е. Поиск и извлечение знаний: порождение новых знаний на основе анализа текстов естественного языка // Философия науки. 2009. № 4 (43). С. 70-90.

[2] Palchunov D. E. Modeling Reasoning and Argumentation for the Development of Intelligent Assistants, 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 820-825. doi: 10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017050

[3] Palchunov D.E., Akhmedov E.Yu., Development of logical methods for extracting emotional assessments from natural language texts, 2023 IEEE XVI International Scientific and Technical Conference «Actual Problems of Electronic Instrument Engineering» (APEIE 23), 10-12 November, 2023, Novosibirsk.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: v.kireev@g.nsu.ru

Проектирование модуля выполнения бизнес-процессов для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры

А. А. Китов

На текущий момент существует большое количество бизнес-процессов на кафедре, например, работа с базами данных преподавателей, рассылка писем, создание и сбор документов и т. п. Учет этапов их выполнения и дальнейших действий ведётся вручную. Это значительно увеличивает вероятность ошибок при вводе данных или рассылке информации. Ручной труд, связанный с обработкой больших объемов информации, часто сопровождается человеческими факторами, такими как усталость, невнимательность или недостаток актуальных данных, что может привести к неправильной организации процессов и сбоям в работе.

Решением данных проблем является разработка модуля выполнения процессов для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры [**1, 2**]. Целью данной работы является проектирование данного модуля.

Модуль выполнения процесса позволит выполнять такие задачи, как:

1. Описание бизнес-процессов. Процессы можно задавать с помощью внутреннего языка описания процессов или в виде блок-схемы. Бизнес-процесс после задания множества представляет собой цепочку частичных моделей [**3**] с возможными ветвлениями и циклами.

2. Отслеживание текущих задач бизнес-процесса. При выполнении процесса уточняется истинность предикатов модели для конкретных элементов множества и выполняются переходы к следующим шагам, пока процесс не будет завершён.

Литература

[1] Зыкова А.А., Яхъяева Г.Э. Программная система «Абитуриент - Студент». Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2021. № 1(55). С. 73—81.

[2] Зыкова А. А. Проектирование модуля описания бизнес-процессов для интеллектуального помощника секретаря кафедры // МНСК-2024. – 2024. – С. 212

[3] Palchunov D.E. Automated Methods for Modeling Thinking and Reasoning Based on the Partial Model Theory, IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). 2023. P. 1490–1495. DOI: 10.1109/apeie59731.2023.10347648

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.kitov@g.nsu.ru

Разработка системы машинного обучения на основе Wav2Vec2 для решения логопедических задач

Д. А. Клюс

В наш век высоких технологий многие процессы в различных сферах жизни человека уже автоматизированы, так как автономные системы повышают качество и производительность, а также уменьшают количество ручного труда. Логопедия не стала исключением. Возможность самостоятельных тренировок и контроля правильности произношения существенно повышает эффективность логопедических занятий и уменьшает склонность ребенка к неправильному произношению.

В настоящее время активно разрабатываются различные приложения, направленные на развитие навыков речи. Однако до сих пор не существует бесплатных систем реального времени для оценки правильности произношения с классификацией ошибок на русском языке.

Целью моей работы является разработка веб-приложения для оценки правильности чтения вслух. Данное приложение сможет выявлять признаки нарушения навыков чтения на основе прочитанного вслух текста и классифицировать выявленные ошибки.

В результате было разработано и протестировано веб-приложение для оценки правильности чтения в режиме реального времени с использованием модели распознавания речи Wav2Vec2 [**1**]. Серверная часть реализована на языке Python, клиентская – на языке JavaScript. Для передачи потоковых данных была использована технология WebRTC [**2**].

Литература

[1] Wav2vec 2.0: A Framework for Self-Supervised. Learning of Speech Representations / Alexei Baevski, Henry Zhou, Abdelrahman Mohamed, Michael Auli. // ArXiv [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/2006.11477.pdf, свободный.

[2] WebRTC. // WebRTC [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://webrtc.org/?hl=ru, свободный.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: d.klyus@g.nsu.ru

Разработка алгоритма обнаружения логопедических ошибок в произношении слов

Н. Д. Колесников

В современном мире технологии, связанные с обработкой речи, играют важную роль в различных областях, включая образование, коммуникацию и искусственный интеллект. Появляется все больше и больше технологий, работающих на голосовом управлении. Некоторые умные помощники способны разговаривать почти также, как человек. Однако, несмотря на прогресс в этой сфере, проблема выявления логопедических ошибок остается актуальной в наше время. В ходе анализа существующих исследований, не было найдено подходящих решений поставленной задачи. В качестве подхода для решения был выбран метод машинного обучения.

Целью данного исследования является разработка эффективного алгоритма для автоматического обнаружения логопедических ошибок в произношении слов. Этот алгоритм должен быть способен идентифицировать различные типы нарушений речи, включая замены звуков, их опущения или неправильное произношение слогов.

Для достижения поставленной цели был составлен датасет для обучения с помощью генерации аудиофайлов по тексту, например, с помощью сочетания букв “хр” можно имитировать картавость. Также с помощью нейронной сети MARS5 были получены аудиофайлы, она позволяет имитировать голос и особенности произношения человека по небольшому аудиофайлу. В качестве алгоритма обучения была выбрана рекуррентная нейронная сеть. Для распознавания были выбраны самые распространенные логопедические ошибки: сонорные, шипящие, ошибки с буквой “р”, ошибки в постановке ударений.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: n.kolesnikov@g.nsu.ru

Проектирование базы знаний и поискового алгоритма для информационного портала консультационной группы факультета

Е. А. Лазорский

Консультационная группа представляет собой подразделение университета, которое поддерживает абитуриентов в процессе приемной кампании. Для эффективной работы сотрудников этой группы необходима информация, которая включает знания о факультете, условиях поступления, получении стипендий и мест в общежитии, инфраструктуре и других аспектах[**1**]. Данная информация постоянно обновляется и хранится в различных источниках: на сайте университета, на сайте факультета, в различных приказах и других источниках. Это создает трудности с доступом к данным и затрудняет обучение новых сотрудников, что негативно сказывается на их эффективности.

Предлагается разработать систему, решающую вышеперечисленные проблемы путем сбора данных в едином обновляющемся [**2**] хранилище [**3**], позволяющем сотрудникам консультационной группы быстро получать актуальную информацию.

В ходе работы были определены роли пользователей системы и сформулированы требования к системе [**4**], оценены существующие и разрабатываемые решения [**5**]. Спроектирован поисковой алгоритм, выделены сущности предметной области, построена схема базы данных.

Литература

[1] Зыкова А.А., Яхъяева Г.Э. Программная система «Абитуриент - Студент». Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2021. № 1(55). С. 73—81.
[2] Шокин Ю. , Федотов А. , Барахнин В. Проблемы поиска информации. Наука, Новосибирск, 2010.
[3] Коннолли Томас, Бегг Каролин. Базы данных. Проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика. Вильямс, Москва, 2017.
[4] Лазорский Е. А. Проектирование централизованного информационного портала для консультационной группы факультета. МНСК-2024, 2024, С. 219-219.
[5] Голубев М. В. Разработка программной системы для автоматизации процессовприемной кампании консультационной группой факультета. МНСК-2024, 2024, С. 197-197.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: e.lazorskii@g.nsu.ru

Разработка сервиса выделения видеофрагмента по текстовой информации

Д. М. Ланин

Поиск информации из разных источников становится всё более актуальным в современном мире, где объем данных и разнообразие мнений растут с каждым днем [1, 2]. С ростом объема видеоконтента на различных платформах, таких как YouTube и социальные сети, возникает потребность в более эффективных методах поиска конкретных фрагментов в длинных видеозаписях.

Данный проект направлен на создание асинхронного веб-приложения, способного находить и выделять фрагменты видео на основе текстового описания. Это решение обеспечивает удобный способ поиска релевантных фрагментов с возможностью подсветки ключевых моментов, что значительно улучшает доступ к информации и упрощает обработку видеоданных.

Поиск контента реализован через Elasticsearch, поддерживающий как точный, так и неточный поиск, что делает систему более гибкой и удобной для пользователей. Точный поиск ориентирован на строгое соответствие запросу, в то время как неточный — на совпадение по общему контексту. Асинхронная архитектура веб-приложения, построенная на FastAPI, обеспечивает высокую производительность и масштабируемость. Каждый компонент работает в асинхронном режиме, что позволяет обрабатывать множество запросов параллельно, минимизируя время отклика. Взаимодействие с пользователем происходит через интуитивно понятный интерфейс, где пользователь вводит текстовое описание и получает соответствующие фрагменты видео с подсветкой ключевых слов в субтитрах.

Проект предлагает инновационное решение к анализу видеоданных, помогая автоматизировать процесс поиска и выделения релевантных фрагментов. Это особенно важно в условиях стремительного роста объема видеоконтента. Технология позволяет исследователям быстро находить и анализировать нужные фрагменты, что способствует ускорению научных исследований в таких областях, как образование и медиа. Кроме того, преподаватели и студенты могут использовать сервис для поиска конкретных материалов в учебных видеозаписях, облегчая подготовку и анализ учебного материала. Использование машинного обучения и современных методов анализа данных обеспечивает высокую точность и релевантность поиска, делая сервис полезным для научных и практических применений.

Литература

[1] Palchunov, D.E., Yakhyaeva G.E. Integration of Fuzzy Model Theory and FCA for Big Data Mining. SIBIRCON 2019 - International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, Proceedings, 2019, pp. 961–966.

[2] Yakhyaeva G.E. Application of Boolean Valued and Fuzzy Model Theory for Knowledge Base Development. SIBIRCON 2019 - International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, Proceedings, 2019, стр. 868–871.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: d.lanin@g.nsu.ru

Интеграция тесных кванторов в систему проверки согласованности экспертных оценок

Е. Д. Малаева

Проверка согласованности экспертных оценок играет важную роль в процессе принятия решений, особенно когда экспертные знания выражены через субъективные вероятности [1-3]. Ранее была разработана система, автоматизирующая проверку согласованности оценочных знаний, которая использует формулы логики предикатов с вероятностными значениями [4, 5]. Интеграция формул с тесными кванторами в эту систему значительно повышает надежность анализа экспертных данных. Тесные кванторы позволяют более точно формализовать высказывания экспертов, раскрывая их через конкретные значения переменных, что помогает исключить неоднозначности и лучше отразить взаимосвязи в данных.

В процессе работы системы происходит парсинг формул и их преобразование в набор конкретных выражений, что позволяет построить систему линейных уравнений для проверки согласованности экспертных оценок. После этого система строит ориентированные графы для визуализации данных, помогая выявлять конфликты в оценках. Важной частью является определение новых формул в процессе работы системы и вычисление их вероятностей. Эти формулы позволяют выявить скрытые взаимосвязи и зависимости между данными, которые остаются вне поля зрения экспертов. Таким образом, система не только проверяет согласованность оценок, но и предлагает новые, более точные способы их представления, а благодаря интеграции формул с тесными кванторами может обрабатывать большее разнообразие формул, что существенно увеличивает ее гибкость.

Литература

[1] Palchunov, D.E., Tishkovsky, D.E., Tishkovskaya, S.V., Yakhyaeva G.E. Combining logical and statistical rule reasoning and verification for medical applications. Proceedings - 2017 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, SIBIRCON 2017 , 18-22 September 2017, Novosibirsk, Russia.

[2] Yakhyaeva G.E. Application of Boolean Valued and Fuzzy Model Theory for Knowledge Base Development. SIBIRCON 2019 - International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, Proceedings, 2019, pp. 868–871.

[3] Yakhyaeva G.E. On the Local Coordination of Fuzzy Valuations. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2023, vol. 46, pp. 130-144.

[4] Yakhyaeva G., Skokova V. Subjective Expert Evaluations in the Model-Theoretic Representation of Object Domain Knowledge. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2021, 12948 LNAI, pp. 152–165.

[5] Малаева Е.Д., Яхъяева Г.Э. Программная система визуализации и проверки согласованности оценочных знаний экспертов. Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2023. Т. 21. № 1. с. 32-45.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: e.malaeva@g.nsu.ru

.

Разработка базы знаний о компьютерных товарах с автоматическим обновлением информации из внешних источников

В. О. Малышев

Работа будет производиться на основе уже разработанных технологий извлечения знаний. Будет задействована автоматическая четырехуровневая модель извлечения знаний [1].

С помощью поиска и извлечения знаний на основе анализа текста, получится автоматическое обновление информации, которое сделает базу данных всегда актуальной для пользователей.

Система будет собирать данные из нескольких источников благодаря автоматизированным методам предметной области, что, соответственно, расширит объем доступной информации [2, 3].

Будут использоваться семантические предметно-специфичные языки, и наличие данной базы поможет пользователям находить точные сведения о товарах и облегчит их выбор [4].

Литература

[1] C. Naydanov, D. Palchunov, P. Sazonova. Development of automated methods for the critical condition risk prevention, based on the analysis of the knowledge obtained from patient medical records. In: Proceedings of the International Conference on Biomedical Engineering and Computational Technologies (SIBIRCON / SibMedInfo — 2015), 28-30 October, 2015, Novosibirsk, p. 33-38.

[2] Пальчунов Д.Е. Поиск и извлечение знаний: порождение новых знаний на основе анализа текстов естественного языка. Философия науки. 2009. № 4 (43). С. 70-90.

[3] Palchunov D., Yakhyaeva G. Representation of Knowledge Using Different Structures of Concepts. CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2729, pp. 69–74.

[4] Gumirov V.S., Matyukov P.Y., Palchunov D.E. Semantic Domain-specific Languages. In: 2019 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Russia, 21-27 Oct. 2019. IEEE Press, 2019. P. 0955–0960. DOI: 10.1109/SIBIRCON48586.2019.895823.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: v.malyshev@g.nsu.ru

Проектирование модуля мониторинга документооборота для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры

М. Д. Меньшиков

В современных бизнес-процессах кафедры задействовано огромное количество документов разного рода. Например, процесс трудоустройства сотрудника на кафедру или же процесс направления студентов для на практику. Так или иначе, в каждом бизнес-процессе кафедре присутствует определенное количество документов, а секретарь кафедры вынужден вручную создавать, собирать и проверять на корректность и полноту комплекты документов для каждого процесса, делать рассылки определенной группе лиц, сводить в единые отчётные документы много информации из различных источников [**1**]. Таким образом, весь этот документооборот нужно каким-то образом отслеживать автоматически.

Решением может стать модуль для мониторинга документооборота сервиса автоматизации бизнес-процессов кафедры [**2**]. Он позволит эффективно отслеживать подачу, пересылку, создание и хранение документов.

Для разработки модуля мониторинга документооборота на данный момент сделаны такие шаги:

1. Изучены кадровые бизнес-процессы кафедры на предмет содержания в них работы с документами, проанализированы возможности автоматизации шагов бизнес-процессов, связанных с документами.

2. Спроектирована модель документа для работы с ним на кафедре. Созданы шаблоны для автоматического создания некоторых видов документов

3. Изучены подходы проверки полноты пакета документов с помощью частичных моделей [**3**].

Литература

[1] Чернявцева С. И. Методы разработки интеллектуальных помощников для автоматизации документооборота //МНСК-2024. – 2024. – С. 247-248

[2] Зыкова А. А. Проектирование модуля описания бизнес-процессов для интеллектуального помощника секретаря кафедры // МНСК-2024. – 2024. – С. 212-212

[3] Palchunov D.E. Automated Methods for Modeling Thinking and Reasoning Based on the Partial Model Theory, IEEE XVI International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). 2023. P. 1490–1495. DOI: 10.1109/apeie59731.2023.10347648

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: m.menshikov@g.nsu.ru

Методы извлечения эмоций из текстов естественного языка на основе семантических технологий и глубокого машинного обучения

В. С. Миронов

Отмечается, что стремительный рост текстовых данных за последние десятилетия привёл к усложнению их анализа. Дополнительную проблему составляет обработка эмоций, присутствующих в текстах, поскольку современные системы анализа текстовой информации способны определять эмоции, содержащиеся в предложениях, но не справляются с задачей поиска причин возникновения этих эмоций. Это ограничивает возможности адекватного анализа настроений.

Таким образом, возникает актуальность создания системы, которая позволяла бы не только извлекать эмоции из текстов на естественном языке, но и находить причины их возникновения. Данная обработка текстов, в свою очередь, даст возможность улучшить автоматизированную переписку с клиентами, выстраивая диалог согласно эмоциональной составляющей полученного текста.

Целью работы является разработка системы, основанной на совместном использовании нейронных сетей и онтологического подхода [**1**], для распознавания и формализации эмоций, содержащихся в текстах на естественном языке, а также для поиска причин их возникновения.

В данном исследовании было произведено усовершенствование системы LogicText. Для существующей системы был создан внешний модуль, способный распознавать эмоции [**2**], содержащиеся в предложениях на русском языке, а также модуль, выявляющий причины возникновения эмоций и интегрирующий знания об эмоциях в атомарную диаграмму [**3**].

Литература

[1] Пальчунов, Д.Е. Моделирование мышления и формализация рефлексии. Ч. 2: Онтологии и формализация понятий. Философия науки. 2008. № 2 (37). С. 62-99.

[2] Целикова С.О. Использование нейросетевых технологий в задаче автоматического распознавания эмоций. С. О. Целикова, Я. П. Горожанкин, А. О. Иванов [и др.]. — Текст: непосредственный // Молодой ученый. — 2019. — № 26 (264). — С. 59-61. — URL: https://moluch.ru/archive/264/61173/

[3] Махасоева О.Г., Пальчунов Д.Е. Автоматизированные методы построения атомарной диаграммы модели по тексту естественного языка. Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2014. Т. 12. № 2. С. 64-73.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: v.mironov1@g.nsu.ru

Разработка автоматизированных методов выявления эмоций в диалоге

Э. Б. Митупов

Эмоции играют ключевую роль в межличностном взаимодействии, влияя на восприятие, интерпретацию и реакцию на сообщения. Поэтому разработка автоматизированных методов для выявления эмоций в диалогах является актуальной задачей в области создания интеллектуальных помощников, так как это может увеличить привлекательность их использования и позволит им более эффективно коммуницировать с пользователем, так же данная задача может найти применение в области маркетинга, клиентской поддержки, медицины и образования.

Целью работы является создание модели, способной выявлять эмоции в диалоге.

В ходе работы были рассмотрено использование gpt-моделей для задач распознавания и порождения эмоций. В задачах распознавания эмоций gpt модели очень сильно зависят от изначального промта [**1**]. Точность распознавания после дообучения (fine-tuning) улучшается и сильно коррелирует с точностью модели в той же задаче до обучения [**1**]. Стандарты оценивания модели могут расходится со стандартами оценивания самой выборки [**2**]. В задачах порождения эмоций gpt модели очень хорошо справляются с генерацией эмпатичных ответов, предоставляя длинные и разнообразные ответы, очень информативные и специфичные для контекста разговора [**2**]. Было принято решение использовать модель bert для задачи распознавания эмоции.

В рамках работы планируется первым этапом обучить либо использовать уже обученную модель модель на датасете cedr [**3**] для классификации эмоций реплик в диалоге. Далее планируется использовать данную модель для разметки реплик в диалоге и последующее обучение модели на основе bert для классификации реплик с использованием контекста в виде истории диалога.

Литература

[1] Naoki Wake, Atsushi Kanehira, Kazuhiro Sasabuchi, Jun Takamatsu, and Katsushi Ikeuchi Bias in Emotion Recognition with ChatGPT // arXiv.org : сайт. – URL: https://arxiv.org/pdf/2310.11753.pdf (дата обращения: 2.10.2023)

[2] Weixiang Zhao, Yanyan Zhao, Xin Lu, Shilong Wang, Yanpeng Tong, Bing Qin Is ChatGPT Equipped with Emotional Dialogue Capabilities? // arXiv.org : сайт. – URL: https://arxiv.org/pdf/2304.09582.pdf (дата обращения: 3.10.2023)

[3] Sboev A., Naumov A., Rybka R. Data-driven model for emotion detection in Russian texts //Procedia Computer Science. – 2021. – Т. 190. – С. 637-642. (дата обращения: 25.10.2024)

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: e.mitupov@g.nsu.ru

ZooML: animal detection

И. С. Моторин

1. Цели и задачи проекта

Разработка системы для автоматического распознавания и классификации животных, попавших на снимки фотоловушек. Облегчение мониторинга дикой природы, автоматизация анализа больших массивов данных, сокращение времени на сортировку изображений вручную.

2. Значимость и актуальность

Наблюдение за редкими видами и мониторинг популяций диких животных требует огромных ресурсов. Использование нейросетей для автоматизации анализа фотоловушек позволяет значительно сократить затраты и минимизировать человеческий труд. Точные данные о животных помогают в изучении их поведения, оценке численности и выявлении тенденций в экосистеме, а также в принятии мер по охране.

3. Технические аспекты

Детекция объектов: задача состоит в выделении и идентификации областей на изображении, где находится животное. Классификация: после выделения область с животным классифицируется по видам. Использование алгоритмов машинного обучения и глубоких нейросетей для выполнения этих задач.

4. Этапы проекта

Сбор данных: формирование датасета с изображениями различных видов животных. Разметка данных: аннотирование изображений (выделение областей с животными и указание их вида). Предобработка данных: корректировка изображений для стандартизации (например, изменение размера, нормализация). Обучение модели: выбор и настройка нейросети, обучение на размеченном датасете. Оценка качества: метрики качества модели. Тестирование: проверка модели на новых данных для оценки её способности обобщать.

5. Применение и перспективы

Использование в мониторинге популяций животных и исследованиях в области зоологии и экологии. Система может быть интегрирована с существующими программами охраны природы. Возможное расширение функционала для других задач (определение здоровья животных, отслеживание миграции и активности).

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: i.motorin@g.nsu.ru

Разработка отказоустойчивого программного комплекса и интеграция с ним предварительно оптимизированной нейронной сети по идентификации диких животных

С. В. Мясоедов

В условиях нарастающей угрозы исчезновения диких животных, разработка систем для их идентификации и мониторинга становится критически важной задачей[**1**]. Современные технологии обработки изображений и анализа данных позволяют значительно упростить и улучшить наблюдение за популяциями, особенно в случае редких и находящихся под угрозой исчезновения видов, таких как амурский тигр (Panthera tigris altaica).

Сотрудничество с компанией ПАО Сбер, университетом ДВФУ и внедрение решений в области искусственного интеллекта в деятельность центров, таких как АНО «Центр по изучению и сохранению популяции амурского тигра» позволяет улучшить процессы идентификации и классификации животных, способствуя эффективному мониторингу и сохранению видов на планете.

Цель данного исследования — разработка отказоустойчивого программного комплекса с оптимизированной нейронной сетью для идентификации диких животных. Основная задача — создать единую централизованную систему, способную не только определять и обнаруживать редкие виды, но и управлять знаниями, собираемыми различными исследовательскими центрами. Такая система позволит центрам работать изолированно, сохраняя при этом возможность для кооперации, облегчая обмен данными и повышая эффективность совместных усилий по изучению и охране диких животных.

Для достижения цели работы был проведен анализ потребностей будущих пользователей сервиса, что позволило выявить ключевые требования к системе. Затем был осуществлен литературный обзор архитектур аналогичных систем и методов оптимизации нейронных сетей. На основе полученных данных была спроектирована архитектура системы[**2**], выбраны основные технологии для её реализации и выполнена разработка. После завершения тестирования, система была развернута и осуществлен импорт существующих данных, что позволило передать ее в эксплуатацию для Центра «Амурский тигр».

Работа выполнена при поддержке АО «СберТех» и ПАО «СБЕРБАНК» на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского государственного университета.

Литература

[1] Квок Р. AI empowers conservation biology https://www.nature.com/articles/d41586-019-00746-1

[2] Ньюмен, С. Создание микросервисов / С. Ньюмен. - Санкт-Петербург: Питер. 2016. – С. 23.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: s.myasoedov@g.nsu.ru

Проектирование клиентской части для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры

А. К. Назаров

В настоящее время на кафедре многие задачи, такие как управление базами данных преподавателей, работа с письмами и документами, выполняются вручную через разные системы и не интегрированы в единый интерфейс [**1**]. Это приводит к значительным временным потерям и увеличивает риск ошибок, связанных с редактированием данных, неправильной отправке информации или пропуском важных задач. Обработка большого объема информации вручную делает процесс уязвимым к человеческим факторам, что может негативно повлиять на эффективность работы и организацию процессов.

Для решения вышеописанных проблем было принято решение разработать единый специализированный интерфейс для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры [**2**], отображающий базы данных преподавателей, списки процессов и календарь с событиями. Целью данной работы является проектирование данного интерфейса.

Интерфейс позволяет выполнять такие задачи, как:

1. Отображение и редактирование блок-схем бизнес-процессов. Современному человеку, мыслящему путем построения цепочек, схем, алгоритмов [**3**], эффективнее взаимодействовать с системой путем графического представления.

2. Расчет временных интервалов для выполнения шага бизнес-процесса и отображение календарных событий в соответствии с календарным графикомм. При расчете событий применяются маркеры времени в качестве предикатов в частичной модели. Для связи этих предикатов используется подход введения констант-ситуаций [**4, 5**].

Литература

[1] Зыкова А.А., Яхъяева Г.Э. Программная система «Абитуриент - Студент». Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2021. № 1(55). С. 73—81.

[2] Зыкова А. А. Проектирование модуля описания бизнес-процессов для интеллектуального помощника секретаря кафедры // МНСК-2024. – 2024. – С. 212

[3] Глевская А. С. Особенности репрезентативной системы на примере студентов города Омска //Молодёжь Сибири-науке России. – 2017. – С. 87-89

[4] Махасоева О. Г., Пальчунов Д. Е. Автоматизированные методы построения атомарной диаграммы модели по тексту естественного языка //Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2014. – Т. 12. – №. 2. – С. 64-73

[5] Ненашева Е. О., Пальчунов Д. Е. Разработка автоматизированных методов представления знаний о действиях и ситуациях //Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2019. – Т. 17. – №. 3. – С. 61-72

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.nazarov3@g.nsu.ru

Формализация ситуаций бизнес-процессов с помощью частичных моделей

Ч. А. Найданов

В работе секретаря университетской кафедры много рутинных и повторяющихся задач, требующих тщательности при своём выполнении. Автоматизация этих задач позволило бы уменьшить нагрузку секретаря и избавиться от лишних трудозатрат на исправление мелких, но требующих обязательного исправления формальных ошибок.

В рамках данной работы рассматривается формализация ситуаций бизнес-процессов на примере университетской кафедры. Формализацию ситуаций предложено проводить с помощью теоретико-модельного подхода [**1**], что позволит использовать логические методы для выявления противоречий в регламентах и бизнес-процессах, порождения оценочных и ранее не сформулированных явно онтологических знаний, а также поспособствует интеграции знаний, полученных из источников с различным уровнем достоверности и авторитетности.

В рамках теоретико-модельного подхода знания о предметной области разделяются на 4 уровня: онтологию, общие знания, прецеденты и оценочные знания [**1**]. Ключевые концепты и знания об общих закономерностях предметной области для формирования онтологии и общих знаний предлагается извлекать из нормативных документов, регулирующих деятельность университетской кафедры, таких как федеральные законы, приказы Минобрнауки, образовательные стандарты, локальные акты и прочее. Конкретные ситуации, произошедшие на кафедре, формализуются в терминах онтологии частичными моделями и одновременно фрагментами атомарных диаграмм [**2, 3**]. Общие знания позволяют детализировать имеющиеся сведения о произошедших прецедентах и ситуациях. Бизнес-процессы документооборота университетской кафедры предлагается представлять в виде цепочек ситуаций, описанных частичными моделями, причем цепочки могут ветвиться в зависимости от условий выполнения бизнес-процесса [**2, 3**].

Литература

[1] Найданов Ч. А., Пальчунов Д. Е., Сазонова П. А. Теоретико-модельные методы интеграции знаний, извлеченных из медицинских документов. Вестн. НГУ. Серия: ИТ. 2015. Т. 13, вып. 3. С. 29–41.

[2] D. E. Palchunov, "Modeling Reasoning and Argumentation for the Development of Intelligent Assistants,"2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 820-825.

[3] Галиева А.Г., Пальчунов Д.Е. Методы автоматизации разработки смарт-контрактов при помощи моделей ситуаций. Материалы IX Международной конференции «Знания - Онтологии – Теории» (ЗОНТ-2023). – Новосибирск, 2-6 октября 2023 г. – С. 60-65.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: chimit-naydanov@yandex.ru

Разработка системы для автоматизации процессов планирования и контроля задач на кафедре

И. С. Немцев

Руководство и выполнение рутинных задач на кафедре, таких как планирование мероприятий и контроль сроков, требуют значительных временных затрат. Без централизованного инструмента для этих процессов возрастает риск потери информации и несогласованности действий, что снижает общую продуктивность подразделения.

Автоматизация управления и контроля задач может упростить выполнение рутинных действий, обеспечивая структурированное хранение информации, уведомления и контроль регламентов. Такая система позволит минимизировать ошибки и сосредоточить внимание сотрудников на более значимых задачах, а также интегрироваться с университетскими системами для повышения эффективности.

Целью работы является создание системы для автоматизации процессов планирования и контроля задач на кафедре, поддерживающей моделирование процессов и их проверку на соответствие установленным регламентам. Для этого планируется применять подходы, использующие формальное представление процессов, включая четырёхуровневые онтологические модели [**1, 2**], что позволит стандартизировать задачи, задавать роли и устанавливать сроки. Основные задачи работы включают разработку функционала для создания процессов, назначения исполнителей, установления сроков и автоматизированного напоминания.

На текущем этапе исследования была интегрирована онтология нотации моделирования бизнес-процессов BPMN 2.0 [**3**], обеспечивающая структурированное представление процессов и возможность их проверки на согласованность. Это создаёт основу для эффективного применения регламентов и повышения продуктивности сотрудников в процессе выполнения задач.

Литература

[1] C.Naydanov, D.Palchunov, P.Sazonova. Development of automated methods for the critical condition risk prevention, based on the analysis of the knowledge obtained from patient medical records. In: Proceedings of the International Conference on Biomedical Engineering and Computational Technologies (SIBIRCON / SibMedInfo — 2015), 28-30 October, 2015, Novosibirsk, p. 33-38.

[2] Gumirov V.S., Matyukov P.Y., Palchunov D.E. Semantic Domain-specific Languages // In: 2019 International Multi Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Russia, 21-27 Oct. 2019. IEEE Press, 2019. P. 0955–0960. DOI: 10.1109/SIBIRCON48586.2019.895823

[3] Singer, R. (2019). An Ontological Analysis of Business Process Modeling and Execution. FH JOANNEUM – University of Applied Sciences. Department of Applied Computer Sciences. Alte Poststraße 147, 8020 Graz, Austria. https://arxiv.org/pdf/1905.00499

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: i.nemtsev@g.nsu.ru

Разработка серверной части сервиса для управления регистрационными данными домашних животных

А. А. Осипов

По данным ВЦИОМ, у 68% россиян в семье есть домашние животные, в основном — кошки и собаки [1]. Однако каждый день в России теряется от 300 до 1000 собак и кошек, и только 20% из них возвращается к хозяевам. Поиск питомца может занимать продолжительное время, а отсутствие единой базы идентификаторов домашних животных не позволяет сразу связаться с владельцем.

Цель работы заключается в разработке сервиса, предоставляющего владельцам домашних животных возможность добавлять своих питомцев в нашу базу данных, а пользователям, которые нашли потерянное животное с чипом или клеймом - способ быстро получить контактные данные для связи, оставленные владельцем питомца.

На начальном этапе проекта я исполнял роль фронтенд-разработчика. Был спроектирован дизайн веб-приложения и реализован интерфейс на React, который позволяет владельцам животных регистрироваться на сайте, оставлять свои контактные данные и добавлять информацию о питомцах (кличка, порода, особенности ухода). Неавторизованные пользователи, указав чип или клеймо потерявшегося животного, могут получить важную информацию о нем и контактные данные владельца.

В рамках разработки серверной части на сегодняшний день мною были решены следующие задачи: была обновлена структура базы данных, добавлена авторизация с использованием JWT-токенов, создано API, позволяющее владельцам животных в личном кабинете управлять календарем обработок и вакцинаций для каждого конкретного питомца.

В будущем планируется разработать API для работы с личным кабинетом ветеринара и интегрировать сервис с социальными сетями для создания конфиденциального канала связи между человеком, нашедшим питомца, и владельцем жиовтного и для отправки уведомлений владельцу о предстоящих обработках.

Работа выполнена при поддержке АО "СберТех"и ПАО "СБЕРБАНК"на базе студенческой учебнонаучной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского Государственного Университета.

Литература

[1] ВЦИОМ, "Россия - страна котов! 27.11.2019". https://wciom.ru/analytical-reviews/analiticheskii-obzor/rossiyastrana-kotov

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.osipov4@g.nsu.ru

Логико-семантические методы создания цифровых заместителей

Д. Е. Пальчунов

В настоящее время крайне актуальной является задача создания цифровых двойников бизнес-процессов, регламентов и ролей. Решение этой задачи необходимо для проведения цифровизации и цифровой трансформации организаций.

Работа посвящена методам разработки цифровых заместителей ролей [**1**]. Цифровой заместитель роли является интеграцией цифрового двойника роли и интеллектуального помощника [**2**]. Также цифровой заместитель роли имеет ряд функциональностей системы поддержки принятия решений, но выходит за рамки СППР, поскольку он сам может совершать определённые действия.

Цифровой заместитель роли связан с цифровыми двойниками бизнес-процессов и регламентов. С одной стороны, он участвует в бизнес-процессах и выполняет ряд задач своей роли. С другой стороны, деятельность цифрового заместителя роли происходит в рамках норм и правил, представленных в цифровом двойнике регламентов. Регламенты и описания бизнес-процессов определяют набор обязанностей роли, её полномочия (в том числе, права доступа) и производственные отношения с другими ролями: кто кому подчиняется, кто с кем взаимодействует и по каким вопросам.

Мы рассматриваем три уровня работы цифрового заместителя:

Первый уровень. Цифровой заместитель выполняет часть задач своей роли: осуществляет рассылки писем, проводит сбор необходимой информации и пр.

Второй уровень. Цифровой заместитель роли выполняет определённые действия по запросу другой роли (действия, которые должен выполнять сотрудник, цифровым заместителем которого он является): передаёт необходимую информацию, выполняет указания и пр.

Третий уровень. Цифровой заместитель роли выполняет действия по запросу цифрового заместителя другой роли: передаёт необходимую информацию, выполняет определённые действия, прописанные в регламентах и пр.

Для формализации и моделирования бизнес-процессов, регламентов и ролей применяется теория частичных моделей [**2, 3**]. Роли формализуются в виде частичных моделей. Регламенты формализуются в виде наборов частичных моделей, описывающих ситуации (события). Бизнес-процессы формализуются в виде ориентированных графов, в вершинах которых находятся частичные модели, а рёбра моделируют переходы между ситуациями. Для получения и обработки оценочных знаний, необходимых для определения стратегии действий цифрового заместителя, используется теория нечётких моделей [**3, 4**].

Литература

[1] Palchunov D. and Vaganova A. Methods for Developing Digital Twins of Roles Based on Semantic Domain-Specific Languages, 2021 IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM), 2021, pp. 515-519, doi: 10.1109/EDM52169.2021.9507716.

[2] Palchunov D. E. Modeling Reasoning and Argumentation for the Development of Intelligent Assistants, 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 820-825. doi: 10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017050

[3] Пальчунов Д.Е. Теория моделей предметных областей. II, Алгебра и логика, 61, № 4, 2022, с. 500-519, DOI: 10.33048/alglog.2022.61.408.

[4] Palchunov D.E., Yakhyaeva G.E. Integration of Fuzzy Model Theory and FCA for Big Data Mining // In: 2019 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Russia, 21-27 Oct. 2019. IEEE Press, 2019. P. 0961–0966. doi: 10.1109/SIBIRCON48586.2019.8958216

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: palch@math.nsc.ru

Разработка модели пользователя для рекомендаций в приложение с рецептами

О. Д. Пальчунова

В современном мире растет потребность в персонализированных рекомендациях, особенно в области кулинарии, где каждый пользователь имеет уникальные вкусовые предпочтения. При этом важным аспектом остается защита конфиденциальности данных, что делает задачу создания персонализированного сервиса с минимальным сбором информации особенно актуальной [1,2].

Целью разработки приложения для рецептов является создание системы, которая обеспечивает персонализированные рекомендации на основе предпочтений пользователя, при этом не нарушая его конфиденциальность и не требуя хранения детализированной информации на сервере [3].

В разработанном приложении реализована модель пользователя, где вся информация о взаимодействии с рецептами хранится локально. Каждому рецепту присваиваются определённые характеристики, такие как степень соответствия вкусовым категориям (например, насколько рецепт сладкий, острый или полезный). По мере просмотра рецептов пользователем, на основе этих характеристик формируется n-мерный вектор предпочтений, который отражает вкусовые интересы пользователя. Этот вектор, в обезличенном виде, передается на сервер для более точной персонализации рекомендаций.

Для повышения качества рекомендаций также учитываются особенности взаимодействия с рецептами во времени. Рецепты, которые были просмотрены давно, имеют меньший вес в расчётах, чем те, которые были просмотрены недавно. Это позволяет учитывать изменения во вкусах пользователя. Дополнительно, особое внимание уделяется рецептам, которые пользователь добавил в избранное — они получают больший вес при формировании предпочтений. Вся система основана на гиперпараметрах, которые могут адаптироваться в зависимости от поведения пользователя, что позволяет гибко настраивать алгоритм под различные паттерны использования и предпочтения.

Литература

[1] Яхъяева Г.Э., Ясинская О.В. Методы согласования знаний по компьютерной безопасности, извлеченных из различных документов. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2013. Т. 11, вып. 3. с. 63–73.

[2] Яхъяева Г.Э., Карманова А.А., Ершов А.А., Савин Н.П. Вопросно-ответная система для управления информационными рисками на основе теоретико-модельной формализации предметных областей. Информационные технологии, Том 23, № 2, 2017, с. 97–106.

[3] Yakhyaeva G., Skokova V. Subjective Expert Evaluations in the Model-Theoretic Representation of Object Domain Knowledge. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2021, 12948 LNAI, pp. 152–165

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: o.palchunova@g.nsu.ru

Разработка модуля сбора и анализа статистических данных в системе идентификации диких животных

С. Е. Петров

В XXI веке влияние человечества на природу стало глобальным и нередко разрушительным. Экосистемам Земли всё труднее справляться с темпами роста антропогенного воздействия. Одними из первых принимают на себя удар те дикие животные, численность которых и так уже невелика.

В томе «Животные» Красной книги Российской Федерации представлены 443 вида [**1**]. Идентификация особей с использованием разрабатываемой системы позволит более тщательно отслеживать внутрипопуляционные изменения и своевременно принимать дополнительные охранные меры.

Данная работа является расширением совместного проекта Сбер AI, НГУ и ДВФУ для центра «Амурский тигр» по созданию системы идентификации амурских тигров [**2**].

Целью работы является разработка модуля сбора и анализа статистических данных в системе идентификации диких животных.

В ходе работы планируется изучить предметную область и выделить функиональные и нефункциональные требования, спроектировать архитектуру модуля, определить необходимые технологии и инструменты, спроектировать схемы баз данных и контракты взаимодействия с другими модулями, реализовать и задокументировать сервисы модуля, а также провести различные виды тестирования (интеграционные и нагрузочные) и интегрировать модуль в систему.

Работа выполнена при поддержке АО «СберТех» и ПАО «СБЕРБАНК» на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского государственного университета.

Литература

[1] Красная книга Российской Федерации. Животные / Министерство природных ресурсов и экологии Российской Федерации, Всероссийский научно-исследовательский институт охраны окружающей среды, Институ т проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН. — М.: ВНИИ Экология, 2021. — 1128 с. — ISBN 978-5-6047425-0-1.https://www.mnr.gov.ru/activity/red_book/krasnaya-kniga-rossiyskoy-federatsii/

[2] Сбер внедрит систему распознавания амурского тигра // Lenta.ru URL: https://lenta.ru/news/2023/09/11/system/ (дата обращения: 25.05.2024).https://lenta.ru/news/2023/09/11/system/

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: s.petrov1@g.nsu.ru

Разработка децентрализованного p2p чата для обеспечения безопасности и конфиденциальности сообщений

М. Ю. Полухин

Современные мессенджеры часто зависят от центральных серверов, что создает риски для безопасности и конфиденциальности данных. Централизованные узлы могут быть уязвимы для кибератак, цензуры, а также вмешательства со стороны третьих лиц и государственных структур. Данная работа направлена на создание полностью децентрализованного p2p чата, способного обеспечивать безопасность взаимодействия без использования центральных серверов.

Цели и задачи: Разработать p2p чат-приложение с децентрализованной архитектурой, обладающее следующими ключевыми характеристиками:

- Конфиденциальность: Все сообщения передаются и хранятся в зашифрованном виде, что исключает возможность их прочтения третьими лицами.
- Безопасность: Криптографические алгоритмы, такие как RSA и AES, обеспечивают защиту от несанкционированного доступа и перехвата сообщений.
- Независимость от центральных серверов: За счет использования p2p архитектуры исключается необходимость в центральной инфраструктуре для маршрутизации и хранения сообщений.
- Устойчивость к цензуре и атакам: Децентрализованная структура позволяет избежать блокировок и значительно повышает надежность системы.

Реализация:

- p2p-сеть: Каждый участник выполняет функции узла, взаимодействующего напрямую с другими участниками, устраняя потребность в центральном сервере.
- Криптографические методы: Использование асимметричного шифрования (RSA) для создания закрытого канала связи, симметричного шифрования (AES) для шифрования содержимого сообщений и цифровых подписей для подтверждения подлинности отправителя.
- Хранение данных: Сообщения хранятся на стороне клиента, что повышает безопасность и исключает единые точки отказа.

Ожидаемые результаты: Прототип децентрализованного чат-приложения, обеспечивающего безопасное и приватное общение, станет альтернативой традиционным мессенджерам и откроет возможности для создания защищенных коммуникационных сервисов нового поколения.

Литература

[1] Гуркин Ю.Н., Семенов Ю.А. Файлообменные сети P2P: основные принципы, протоколы, безопасность.
[2] Biryukov A., Khovratovich D., Nikolic I. Biclique Cryptanalysis of the Full AES. Microsoft Research, 2011.
[3] Rivest R.L., Shamir A., Adleman L. A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems. Communications of the ACM, 1978.
[4] Diffie W.,Hellman M.E. New Directions in Cryptography. IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-22, no. 6, pp. 644–654, 1976.
[5] Katz J.,Lindell Y. Introduction to Modern Cryptography. CRC Press, 2007.

Российский исследовательский институт HUAWEI, Новосибирск
E-mail: m.polukhin@g.nsu.ru

Гибридное построение признаков для моделей машинного обучения

Н. А. Радеев

Включение знаний о предметной области в процесс автоматической разработки функций для моделей машинного обучения представляет собой серьезную проблему [**1**], [**2**]. Хотя алгоритмы могут эффективно создавать широкий спектр функций, им часто не хватает глубины понимания, которой обладают специалисты-люди. Эксперты могут определить критические особенности, основанные на их глубоких знаниях и опыте [**3**], [**4**], с которыми автоматические методы сталкиваются с трудностями из-за их неспособности полностью понять контекст определенных данных.

В этой работе мы предлагаем платформу Semi-Automated Feature Engineering (SAFE) - новое решение, разработанное для решения задач, связанных с построением сложных признаков в процессе разработки моделей машинного обучения. SAFE сочетает в себе точность автоматизированных алгоритмов с ценным опытом человека. Этот гибридный подход значительно упрощает процесс поиска и создания полезных комбинаций признаков, позволяя избежать чрезмерной вычислительной сложности, с которой обычно сталкиваются традиционные автоматические методологии.

В этой работе мы представляем платформу, которая сочетает: скорость и масштабируемость автоматизации, а также понимание человеком предметной области знаний. SAFE эффективный и удобный для пользователя подход к конструированию признаков для разработки моделей машинного обучения.

Литература

[1] Crisan A., Kotthoff L., Streit M., and Xu K., “Towards a Human-Centered Approach for Automating Data Science,” Workshop on Human-Centered AI at NeurIPS, 2022, [Online]. Available: https://research.tableau.com/paper/towards-human-centered-approach-automating-data-science

[2] Amershi S. , Cakmak M. , Knox W. B. , and Kulesza T., “Power to the people: The role of humans in interactive machine learning,” Ai Magazine, vol. 35, no. 4, pp. 105–120, 2014, doi: 10.1609/aimag.v35i4.2513.

[3] Gil Y. et al., “Towards human-guided machine learning,” in Proceedings of the 24th International Conference on Intelligent User Interfaces, 2019, pp. 614–624, doi: 10.1145/3301275.3302324.

[4] D. Wang, J. Andres, J. D. Weisz, E. Oduor, and C. Dugan, “Autods: Towards human-centered automation of data science,” in Proceedings of the 2021 CHI conference on human factors in computing systems, 2021, pp. 1–12, doi: 10.1145/3411764.3445526,

Новосибирский государственный университет
E-mail: n.radeev@g.nsu.ru

О ранге нелинейных квазисовершенных кодов над конечными полями

А. М. Романов

В данной работе доказано существование нелинейных квазисовершенных кодов полного ранга.

Пусть $\mathbb{F}_q^n$ — векторное пространство размерности n над конечным полем $\mathbb{F}_q$. Векторы пространства $\mathbb{F}_q^n$ будем называть *словами*. Произвольное непустое подмножество $\mathcal{C} \subseteq \mathbb{F}_q^n$ называется *q-ичным кодом с исправлением ошибок* длины n (кратко q-ичным кодом). Код называется *линейным*, если он образует линейное подпространство над $\mathbb{F}_q$. В противном случае код называется *нелинейным*.

Через $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ обозначим расстояние Хэмминга между словами $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$. *Сферой Хэмминга* радиуса r с центром в слове $\mathbf{x}$ называется множество

$$B_r(\mathbf{x}) := \{\mathbf{y} \in \mathbb{F}_q^n \mid d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq r\}.$$

Радиус упаковки $e(\mathcal{C})$ кода $\mathcal{C}$ длины n — это максимальное число $e \in \{0, 1, \ldots, n\}$ такое, что $B_e(\mathbf{u}) \cap B_e(\mathbf{v}) = \varnothing$ для всех $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathcal{C}$, $\mathbf{u} \neq \mathbf{v}$. *Радиус покрытия* $\rho(\mathcal{C})$ кода $\mathcal{C}$ длины n — это минимальное число $\rho \in \{0, 1, \ldots, n\}$ такое, что $\cup_{\mathbf{c} \in \mathcal{C}} B_\rho(\mathbf{c}) = \mathbb{F}_q^n$.

Код $\mathcal{C}$ называется *совершенным*, если $\rho(\mathcal{C}) = e(\mathcal{C})$ и код $\mathcal{C}$ называется *квазисовершенным*, если $\rho(\mathcal{C}) = e(\mathcal{C}) + 1$.

Рангом кода $\mathcal{C} \subseteq \mathbb{F}_q^n$ называется размерность подпространства, натянутого на $\mathcal{C}$. Ранг кода $\mathcal{C}$ будем обозначать через $\mathrm{rank}(\mathcal{C})$. Код $\mathcal{C}$ длины n называется кодом *полного ранга*, если $\mathrm{rank}(\mathcal{C}) = n$.

Вопрос о ранге является естественным для нелинейных кодов и связан с классификацией кодов. Ранг кода изучался, например, для совершенных кодов, кодов Адамара, $Z_pZ_{p^2}$-линейных кодов [**1, 2, 3, 4**].

Теорема. *Пусть $m \geq 5$ при $q = 3, 4$, пусть $m \geq 4$ при $5 \leq q \leq 19$ и пусть $m \geq 3$ при $q \geq 23$. Пусть $n = q^m$. Тогда существуют нелинейные квазисовершенные q-ичные коды полного ранга с радиусом покрытия $\rho = 2$ и длиной n.*

Литература

[1] Etzion T., Vardy A. Perfect binary codes: Constructions, properties, and enumeration. IEEE Trans. Inform. Theory. 1994. Vol. 40. P. 754–763.

[2] Phelps K.T., Villanueva M. Ranks of q-ary 1-perfect codes. Des. Codes Cryptogr. 2002. Vol. 27. P. 139–144.

[3] Phelps K.T., Rifà J., Villanueva M. Rank and kernel of binary Hadamard codes. IEEE Trans. Inform. Theory. 2005. Vol. 51, Iss. 11. P. 3931–3937.

[4] Li X., Shi M., Wang S., Lu H., Zheng Y. Rank and pairs of Rank and Dimension of Kernel of $Z_pZ_{p^2}$-linear codes. IEEE Trans. Inform. Theory. 2024. Vol. 70, Iss. 5. P. 3202–3212.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: rom@math.nsc.ru

Четырехуровневая модель представления знаний для управления городской средой

П. А. Сазонова

В настоящее время, в момент перехода к цифровой экономике, органы государственного и муниципального управления вынуждены перестраивать свои процессы, подходы, методики, таким образом, чтобы они давали результат, адекватный запросу нового цифрового мира.

Сфера управления городской средой также претерпевает изменения: увеличивается сложность исполняемых процессов, растет запрос на принятие решений на основе данных, усложняется документооборот и регламентация.

В таком контексте все больше рутинных процессов может быть автоматизировано, растет актуальность использования систем поддержки принятия решений для принятия управленческих решений в сфере муниципального управления.

Было принято решение разработать систему поддержки принятия управленческих решений в городской среде.

Одной из ключевых задач проекта является разработка технологий работы со знаниями. Хранение знаний предлагается осуществлять в соответствии с четырехуровневой моделью представления знаний [1], которая была апробирована для других предметных областей.

Таким образом, целью данной работой является разработка архитектуры программной системы на основе четырехуровневой модели представления знаний. Для достижения цели был проведен анализ предметной области, адаптирована четырехуровневая модель для предметной области управления городской средой, построена верхнеуровневая архитектура программной системы.

Четырехуровневая модель включает в себя: объектную модель, содержащую информацию об объектах и связях между ними; общие знания предметной области; прецеденты; оценочные знания.

В дальнейшем планируется наполнение базы знаниями и создание тестового цифрового двойника субъекта управления городской средой.

Литература

[1] Найданов Чимит Антонович, Пальчунов Дмитрий Евгеньевич, Сазонова Полина Андреевна Теоретико-модельные методы интеграции знаний, извлеченных из медицинских документов. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2015. №3.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: p.sazonova@g.nsu.ru

Персонализированная система рекомендаций скриптов в Adobe After Effects

В. И. Саранин

Актуальность развития цифровых технологий в современном мире трудно переоценить. Цифровые технологии позволяют создавать интуитивно понятные интерфейсы и упрощать навигацию по продуктам и услугам [1,2]. Улучшение пользовательского опыта способствует повышению удовлетворенности клиентов, что, в свою очередь, ведет к увеличению лояльности и повторных покупок.

В последнее время возрастает интерес к персонализации и улучшению пользовательского опыта в приложениях для создания анимации и визуальных эффектов [3]. Одной из основных задач проекта является разработка системы рекомендаций для скриптов в After Effects, которая существенно облегчает процесс поиска и использования необходимых инструментов. Пользователь может не только искать и устанавливать скрипты прямо из приложения, но и получать персонализированные рекомендации на основе информации своего профиля. Этот подход создает удобное управление скриптами, что устраняет потребность вручную искать и устанавливать их вне программы.

Основой рекомендательной системы является анализ истории просмотра, сохранения в избранное и уже приобретенных пользователем скриптов, а так же сравнение его интересов с другими пользователями, имеющие схожий набор скриптов. Система предлагает такие скрипты, которых у пользователя еще нет.

Кроме того, пользователь может вводить описание требуемого скрипта, а система найдет наиболее подходящий инструмент на основе этого описания. Это решение делает работу с After Effects более интуитивной и нацеленной на потребности каждого отдельного пользователя, повышая производительность и креативные возможности специалистов.

Таким образом, представленная система рекомендаций для скриптов в After Effects создает уникальную среду, позволяющую быстрее находить необходимые инструменты и расширять возможности программы, что в конечном итоге способствует более качественной и эффективной реализации творческих идей.

Литература

[1] Yakhyaeva, G., Application of the Case Models Restriction for Modeling Argumentation Reasoning. 2021 International Symposium on Knowledge, Ontology, and Theory, KNOTH 2021, 2021, pp. 40–44.

[2] Palchunov D., Yakhyaeva G. Representation of Knowledge Using Different Structures of Concepts. CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2729, pp. 69–74.

[3] Саранин В.И. Система управления расширениями и скриптами в графическом видеоредакторе After Effects. Информационные технологии. Научный инжиниринг. Материалы 62-й Международной научной студенческой конференции. Новосибирск, 2024. С. 236.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: v.saranin@g.nsu.ru

Проектирование базы знаний для программной системы автоматизации бизнес-процессов кафедры

М. Ю. Сартаков

В современных университетах бизнес-процессы становятся важной частью управления образовательным процессом и административной деятельностью [**1**]. Одним из подразделений университета является кафедра, где, несмотря на её относительно небольшие масштабы, происходит большое количество информационных и кадровых взаимодействий: трудоустройство, увольнение, определение вида занятости, координация работы преподавателей и студентов. Вручную управлять данными подобной системы становится всё сложнее, что может привести к ошибкам и задержкам в выполнении задач [**2**].

Для решения этих проблем было принято решение разработать базу знаний, интегрированную в программную систему автоматизации бизнес-процессов кафедры. База знаний позволит хранить и структурировать информацию о процессах, документации и участниках взаимодействий, обеспечивая лёгкий доступ и актуализацию данных.

Целью данной работы является проектирование базы знаний, которая позволит автоматизировать сбор, хранение и обработку информации, связанную с бизнес-процессами на кафедре.

Проектируемая база знаний обладает следующими возможностями:

1. Хранение указанной информации о сотрудниках кафедры и возможность предоставить ее по запросу. Запросы пишутся на языке SQL, предназначенном для взаимодействия с реляционными базами данных. Система позволяет извлекать данные из различных таблиц, связанных между собой отношениями типа "один к одному "один ко многим"и "многие ко многим используя механизмы объединения таблиц.

2. Использование механизма, позволяющего автоматически изменять данные в базе. В основе этого механизма лежит идея изменения данных по триггеру. Триггером может быть какое-либо действие в системе, например, завершение процесса, созданного на базе соответствующего модуля [**3**].

3. Поддержка целостности данных и предотвращение ошибок. Система поддерживает механизм внешних ключей и ограничений, которые помогают сохранять согласованность данных при внесении изменений. Это предотвращает ситуации, когда информация в базе данных может быть неполной или противоречивой.

4. Масштабируемость и возможность дальнейшего расширения. Архитектура базы данных спроектирована с учетом возможности добавления новых сущностей и связей между ними по мере роста требований системы, что обеспечивает гибкость для будущих обновлений.

5. Оптимизация запросов для повышения производительности. Благодаря использованию индексов и других методов оптимизации, база данных позволяет быстро обрабатывать запросы даже при большом объеме данных.

Литература

[1] Сипатров Р. А. Проектирование базы знаний интеллектуального помощника для реализации студентами учебного процесса. МНСК-2024. - 2024. - С. 238

[2] Зыкова А.А., Яхъяева Г.Э. Программная система «Абитуриент - Студент». Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2021. № 1(55). С. 73—81.

[3] Зыкова А. А. Проектирование модуля описания бизнес-процессов для интеллектуального помощника секретаря кафедры. МНСК-2024. – 2024. – С. 212

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: m.sartakov@g.nsu.ru

Разработка веб-интерфейса и проектирование рекомендательного модуля для сервиса оптимизации процесса выбора научной траектории студента

А. Д. Селезнев

Оптимизация выбора кафедры для прохождения практики, темы ВКР и научного руководителя является важным процессом для студентов [**1**]. Разрабатываемый сервис с рекомендательной системой [**2, 3**] упростит процесс поиска научной траектории студента, предоставляя персонализированные рекомендации на основе его интересов. В рамках данной работы основное внимание уделяется созданию веб-интерфейса и проектированию рекомендательного модуля. Пользовательский интерфейс предоставляет студентам возможности:

1. Просмотра доступных тем ВКР.
2. Просмотра выбранных и избранных тем.
3. Заполнения данных о своих интересах.
4. Фильтрации по кафедрам, факультетам, направлениям исследований.
5. Оценки и выбора тем на основе интересов.

А преподавателям - возможности:

1. Просмотра профилей заинтересованных студентов.
2. Добавления и управления темами ВКР.

Это позволяет облегчить процесс взаимодействия студентов с преподавателями и сделать выбор тем ВКР максимально персонализированным.

В разрабатываемом сервисе для оптимизации процесса выбора научной траектории студента важной компонентой является рекомендательный модуль, задача которого - анализ интересов студентов и преподавателей с целью подбора наиболее релевантных тем ВКР. В разработке модуля предполагается использование дерева интересов и коэффициентов схожести, что позволит системе учитывать совпадение интересов студентов и тем. Рекомендации будут персонализированы, основываясь на данных профиля студента, его академических предпочтениях и совпадениях интересов с направлениями исследований преподавателей. Для последующей реализации были изучены следующие методы:

1. Строгая иерархия интересов. Темы ранжируются по глубине совпадений в иерархии.

2. Взвешенное дерево интересов. Вес каждого уровня влияет на итоговый балл темы.

3. Расширение интересов через близкие узлы. Ранжирование тем по близости интересов.

4. Косинусная схожесть векторов интересов и тегов [**4**]. Оценка схожести на основе векторов.

5. Метрика Жаккара [**5**]. Оценка процента совпадений через пересечение множеств интересов и тегов.

Литература

[1] Зыкова А.А., Яхъяева Г.Э. Программная система «Абитуриент - Студент». Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2021. № 1(55). С. 73—81.

[2] Разуваев К. А. и др. Анализ современных подходов в проектировании рекомендательных систем //Международный журнал прикладных наук и технологий «Integral». – 2021. – №. 2. – С. 253-261.

[3] Преображенский Ю. П., Коновалов В. М. О методах создания рекомендательных систем //Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2019. – №. 4. – С. 75-79.

[4] Клюквин Р. В., Белов Ю. С. Использование косинуса схожести в рекомендательных системах на основе коллаборативной фильтрации //Электронный журнал: наука, техника и образование. – 2017. – №. 2. – С. 131-136.

[5] Ефимов М. Н., Шлей М. Д., Варенников Д. А. Разработка системы формирования рекомендаций для пользователей корпоративного портала университета //Фундаментальные исследования. – 2015. – №. 12. – С. 688-692.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.seleznev@g.nsu.ru

Разработка интеллектуального помощника для поддержки принятия решений в сфере строительства

А. А. Сибирякова

В сфере строительства существует проблема быстрого получения информации о нормах и разрешениях, а также определения допустимых типов строений на земельных участках. Цель данной работы заключается в разработке интеллектуального помощника, который способствует решению этих проблем. Интеллектуальный помощник значительно повысит эффективность принятия решений для обработки нормативных документов [**1**].

В рамках работы предполагается интеграция теоретико-модельных методов извлечения онтологических знаний [**2**] в строительной области и использование языковой модели на основе нейронных сетей. Это позволит более точно интерпретировать запросы пользователей, анализировать проектную документацию и предоставлять рекомендации на основе больших объемов данных.

Интеллектуальный помощник улучшит процесс принятия решений в строительстве, обеспечивая пользователей необходимой информацией и рекомендациями, в частности, обеспечит извлечение знаний [**3**] из большого количества документов в строительной индустрии.

Литература

[1] Palchunov D. E. Modeling Reasoning and Argumentation for the Development of Intelligent Assistants, 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 820-825. doi: 10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017050

[2] Пальчунов Д.Е., Степанов П.А. Применение теоретико-модельных методов извлечения онтологических знаний в предметной области информационной безопасности // Программная инженерия. 2013. № 11. С. 8-16.

[3] Найданов Ч.А., Пальчунов Д.Е., Сазонова П.А. Теоретико-модельные методы интеграции знаний, извлечённых из медицинских документов // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. Т. 13, вып. 3, 2015. С. 29–41.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.sibiryakova@g.nsu.ru

Разработка интеллектуального помощника для адаптивного подбора туристических продуктов

А. Р. Стещенко

Разработка интеллектуального помощника для адаптивного подбора туристических продуктов отражает растущую потребность в цифровых решениях, способных подстраиваться под индивидуальные потребности пользователей в условиях постоянного развития туристической отрасли. Интеллектуальные помощники обеспечивают инновационный подход к персонализации пользовательского опыта, анализируя предпочтения клиентов и подбирая предложения в соответствии с их интересами.

Проект «Интеллектуальный помощник для адаптивного подбора туристических продуктов» охватывает создание умных систем, направленных на улучшение клиентского обслуживания в сфере туризма. Эти системы интегрируют в себе алгоритмы обработки данных, основанные на логическом методе, обеспечивая высокую стабильность и прозрачность работы [**1**]. Использование базы сходства прецедентов позволяет адаптировать рекомендации в зависимости от профиля и предыдущих предпочтений пользователя.

Интеллектуальный помощник анализирует параметры, такие как предпочитаемые направления, тип отдыха, бюджет и интересы клиента, что позволяет повысить точность рекомендаций [**2**]. Благодаря использованию аргументативного диалога и логических моделей система предлагает продукты, которые максимально соответствуют ожиданиям пользователей [**3**].

Система может интегрироваться с туристическими платформами и сервисами бронирования, что обеспечивает удобство и скорость обработки запросов. Проект «Интеллектуальный помощник для подбора туристических продуктов» направлен на повышение качества обслуживания клиентов в туризме, создавая условия для персонализированного и адаптивного взаимодействия.

В рамках данной предметной области, инновации в области персонализации, анализа данных и оптимизации пользовательского опыта становятся важным инструментом, который помогает туристическим компаниям привлекать и удерживать клиентов.

Литература

[1] Деревянко Д.В., Пальчунов Д.Е. Формальные методы разработки вопросно-ответной системы на естественном языке // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2014. Т. 12. № 3. С. 34-47.

[2] Пальчунов Д.Е. Поиск и извлечение знаний: порождение новых знаний на основе анализа текстов естественного языка // Философия науки. 2009. № 4 (43). С. 70-90.

[3] Palchunov D. E. Modeling Reasoning and Argumentation for the Development of Intelligent Assistants, 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 820-825. doi: 10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017050.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.steshchenko@g.nsu.ru

Разработка алгоритма оценки стоимости б/у мобильных телефонов на основе ассоциативных правил

А. А. Суркова

В условиях динамично развивающегося рынка мобильных устройств, оценка стоимости подержанных телефонов становится важной задачей как для продавцов, так и для покупателей. Традиционные методы оценки часто основываются на субъективных факторах или устаревших данных, что приводит к неточным результатам [**1, 2**].

Разрабатываемый алгоритм решает проблему автоматической оценки стоимости б/у мобильного телефона на основе актуальных данных с онлайн-сервисов продажи товаров. Основой предлагаемого подхода является использование алгоритма Априори, который позволяет выявлять ассоциативные правила между характеристиками устройства и ценовой категорией [**3**]. Применение алгоритма Априори позволяет не только выявлять очевидные зависимости (например: чем новее модель — тем выше цена), но также обнаруживать более сложные взаимосвязи между характеристиками устройств и их стоимостью. Например, можно определить влияние таких факторов как наличие оригинальной упаковки на конечную цену телефона.

Для реализации проекта были собраны данные об объявленях с интернет-сервиса для размещения объявлений о товарах. Эти данные включают информацию о моделях телефонов, их технических характеристиках (производитель, память), состоянии устройства (новое или бывшее в употреблении), а также цену продажи. После предварительной обработки данных наш алгоритм строит набор ассоциативных правил между параметрами устройства и его рыночной стоимостью.

Предложенный инструмент может существенно повысить точность оценки б/у техники за счет объективного анализа актуальных рыночных тенденций без необходимости ручной обработки информации специалистами по продажам электроники.

Литература

[1] Yakhyaeva G., Skokova V. Subjective Expert Evaluations in the Model-Theoretic Representation of Object Domain Knowledge. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2021, 12948 LNAI, pp. 152–165.

[2] МалаеваЕ.Д. , Яхъяева Г.Э. Программная система визуализации и проверки согласованности оценочных знаний экспертов. Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2023. Т. 21. № 1. С. 32-45.

[3] Tan P.-N., Kumar V , Introduction to Data Mining (Chapter on Association Analysis), Addison-Wesley Longman Publishing Co Inc – ISBN-13:9780321321367

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.surkova@g.nsu.ru

Клиент инструмента для визуализации и анализа работы GC в JVM

Е. М. Сыроежкин

Java-платформа доминирует на рынке серверных нагрузок. Для столь массового продукта, критически важны средства диагностики нештатных ситуаций. Проблемы могут возникать на различных уровнях. В частности, аномалии влияющие на наблюдаемое поведение приложения зачастую совпадают со сборками мусора.

Сама Java внутри себя имеет ряд логирующих механизмов, среди которых GC log и JFR являются стандартами индустрии. Для их визуализации и анализа было предложено разработать инструмент в рамках стажировки в Сберлаб-НГУ.

Существующие решения обладают некоторыми недостатками. Например, непрозрачность процесса агрегации логов, слишком специфичные обозначения, отсутствие возможности комбинирования источников данных, закрытый исходный код.

Для разработки клиента был выбран язык TypeScript и кроссплатформенный фреймворк React Native. Сейчас мы находимся в процессе определения итогового функционала, проектирования и реализации клиент-серверной архитектуры, поиска и интегрирования уже готовых opensource-решений отдельных частей программы.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: e.syroezhkin@g.nsu.ru

Разработка мобильного приложения с аппаратным дополнением для групповых велопоездок

С. Ж. Тлеубаев

Разработка различных умных помощников становится все более актуальным в современном мире, где технологии играют все более важную роль в нашей жизнедеятельности. Интеллектуальные помощники представляют собой инновационный способ улучшения пользовательского опыта и облегчения повседневной жизни людей [1, 2]. С развитием их функциональности и возможностей, умные помощники становятся все более неотъемлемой частью нашей цифровой жизни.

Проект мобильного приложения с аппаратным дополнением для групповых велопоездок охватывает предметную область разработки современных умных устройств, специально разработанных для улучшения опыта катания на велосипеде. Эти устройства интегрируют в себя высокотехнологичные датчики, программное обеспечение и возможности связи, чтобы предоставить велосипедистам информацию об их поездках и физической активности [3, 4].

Умные велосипедные датчики оснащены сенсорами, которые измеряют различные параметры, такие как скорость, дистанция, наклон, пульс, каденс педалирования и многое другое. Эти данные позволяют велосипедистам отслеживать свой прогресс и оптимизировать свои тренировки. Датчики могут быть связаны с аппаратным дополнением с модулем Wi-Fi, сами устройства могут быть связаны через точку доступа Wi-Fi, что позволяет передавать и анализировать данные на смартфонах или других устройствах.

Также в приложение интегрирована карта с возможностью построения маршрута по нарисованной линии, а именно: пользователи могут непосредственно на карте проложить примерный маршрут, а алгоритмы приложения преобразуют его в маршрут по настоящим дорогам.

Литература

[1] Palchunov D., Yakhyaeva G. Representation of Knowledge Using Different Structures of Concepts. CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2729, pp. 69–74.

[2] Yakhyaeva G., Skokova V. Subjective Expert Evaluations in the Model-Theoretic Representation of Object Domain Knowledge. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2021, 12948 LNAI, стр. 152–165.

[3] Тлеубаев С. Ж. Разработка архитектуры локальной сети групповых велопоездок. Мальцевские чтения. Тезисы докладов Международной конференции. Новосибирск, 2023, с. 66.

[4] Тлеубаев С. Ж. Разработка методов сбора статистических данных локальной сети бортового компьютера велосипедистов. Информационные технологии. Научный инжиниринг. Материалы 62-й Международной научной студенческой конференции. Новосибирск, 2024. С. 240.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: s.tleubaev@g.nsu.ru

Разработка масштабируемого клиентского приложения с поддержкой мультипроектных решений для системы идентификации диких животных

Е. С. Трайковская

В настоящее время количество вымирающих видов животных значительно возросло. Каждый вид играет уникальную роль в своей среде обитания, и их утрата может привести к непредсказуемым изменениям в экосистемах.[**1**] Идентификация вымирающих видов по уникальным признакам позволяет точно отслеживать численность и распределение видов, выявлять изменения в популяциях и защищать их от браконьерства. Это знание помогает в разработке эффективных стратегий по восстановлению и управлению популяциями, обеспечивая их долгосрочное выживание.

Целью работы является разработка масштабируемого клиентского приложения с поддержкой мультипроектных решений для системы идентификации диких животных

Для достижения поставленной цели было необходимо выполнить ряд задач. В первую очередь был проведен анализ требований заказчика, что позволило определить потребности пользователей и бизнес-цели проекта. Следующим этапом стали проектирование и реализация архитектуры клиентского приложения, обеспечивающей масштабируемость и поддержку множества проектов. Масштабируемость приложения достигнута путем внедрения модульной структуры, использования оптимизированной загрузки компонентов, разделения кода, эффективного управления состоянием и оптимизации ресурсов. Эти подходы обеспечили возможность легкого добавления новых функций и модификации существующих без значительных изменений в кодовой базе. Реализованная поддержка работы с конфигурационными файлами дала возможность динамически загружать и обновлять информацию о различных видах животных и их уникальных признаках, что упростило добавление новых видов без изменения основного кода приложения и обеспечило мультипроектность.

Работа выполнена при поддержке АО «СберТех» и ПАО «СБЕРБАНК» на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского государственного университета.

Литература

[1] International Fund for Animal Welfare, "Why should we protect endangered animals? 05.01.2024". URL: https://www.ifaw.org/international/journal/why-should-we-protect-endangered-animals

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: e.traikovskaya@g.nsu.ru

Парсинг логического выражения с помощью дерева синтаксического разбора

А. А. Третьяков

Консультационная группа представляет собой подразделение университета, которое поддерживает абитуриентов в процессе приемной кампании. Для эффективной работы сотрудников этой группы необходима информация, которая включает знания о факультете, условиях поступления, получении стипендий и мест в общежитии, инфраструктуре и других аспектах[**1**]. В рамках разработки веб-интерфейса для консультационной группы факультета были спроектированны таблицы, отображающие информацию об абитуриентах факультета. Пользователям веб-интерфейса нужно иметь возможность быстро и удобно находить абитуриентов по опредлённым признакам.

Таким образом, в рамках данной работы была поставлена задача фильтрации студентов по определённым признакам для решения задач приёмной кампании [1],[2]. Для решения данной задачи используется метод парсинга логического выражения с помощью дерева синтаксического разбора с разбиением на лексемы и фильтрацией студентов с помощью них.

Определения

(1) Сущность абитуриента - объект, хранящий в себе данные о баллах ЕГЭ абитуриента за каждый экзамен, СНИЛС, ФИО, почту и другую информацию об абитуриенте.

(2) Лексема - оператор (арифметическая операция), операнд (определённая характеристика сущности абитуриента) или скобка (как элемент, изменяющий приоритет выполнения арифметических операций в строке). [3]

(3) Дерево синтаксического разбора (AST) - неориентированный граф без циклов, узлами которого являются лексемы. $G = (V, E)$, где V — это множество вершин (узлов), а E — множество рёбер (связей между узлами). Формула имеет следующий вид:

$$G = (V, E), \quad \text{где} \quad V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}, \quad E = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in V,\, i \neq j\}$$

(4) Точка перегиба дерева - один из элементов массива лексем, являющийся оператором (арифметическим действием) и имеющем максимальное значение приоритета по отношению к другим операторам.

Алгоритм

(1) Лексический анализ входного выражения. Рассмотрим процесс лексического анализа выражения:

$$(applicant.mathScore > 95 \vee applicant.totalScore > 270) \wedge applicant.sendDocuments = true$$

В результате лексического анализа строка будет преобразована в массив лексем.

(2) Поиск точки «перегиба» арифметического выражения. Для ввода возможности оценивать значения приоритетов арифметических операций в программе достаточно определить массив со структурой: $[(] => 3, [)] => 3, [\wedge] => 2, [\vee] => 2, [=] => 1$.

Если значение приоритета максимально у нескольких операторов, следует выбирать последний из них, это позволит сформировать древовидную структуру, корректно вычисляющую численные значения.

После построения дерева, программа совершает левосторонний траверс дерева и создает логическое выражение, с помощью которого фильтруется таблица абитуриентов.

(3) Построение древовидной структуры. [4]

(4) Вычисление значений.

Литература

[1] Зыкова А.А., Яхъяева Г.Э. Программная система «Абитуриент - Студент». Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2021. № 1(55). С. 73—81.

[2] Е. А. Лазорский, Проектирование централизованного информационного портала для консультационной группы факультета // МНСК-2024. – 2024. – С. 212-212.

[3] М. В. Голубев, Разработка программной системы для автоматизации процессов приемной кампании консультационной группой факультета // МНСК-2024. – 2024. – С. 197-197.

[4] Соломатин Д. И., Копытин А. В., Другалев А. И. Основы синтаксического разбора, построение синтаксических анализаторов: учебно-методическое пособие для вузов //Д. И. Соломатин, АВ Копытин, АИ Другалев. – 2014. – С. 5-14.

[5] Губаев Т. О., Петрова Н. К. Разработка синтаксического анализатора арифметических выражений на языке С++ //Вестник Казанского государственного энергетического университета. – 2018. – №. 2 (38). – С. 32-40.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.tretyakov1@g.nsu.ru

Разработка эвристического алгоритма планирования расписания учебного заведения

Т. А. Трубинов, М. А. Цуканов

Сфера образования очень быстро развивается в наше время: появляется множество цифровых сервисов, личных кабинетов студентов [1, 2]. С помощью программ и веб-приложений вуза возможно записываться на факультативные занятия, учителя могут отправлять пожелания и обязательные требования к времени проведения занятий. Традиционные методы, основанные на ручной работе привычны и отработаны опытными людьми, но требуют значительных временных и человеческих ресурсов, что нередко приводит к несовершенствам в планировании, а не специализированные алгоритмы планирования не учитывают индивидуальные особенности учебных планов.

Разработанное приложение предлагает современный подход к решению этой проблемы. Задача составления расписания является NP-полной, поэтому был выбран эвристический алгоритм, а именно - генетический, в целях быстрого нахождения вариантов, удовлетворяющих ограничениям, используются определенные структуры данных, такие как деревья, хэш-таблицы и очереди с приоритетами, что позволяет находить сбалансированные решения за приемлемое время. Разработанный алгоритм генерации расписания учитывает многочисленные ограничения: доступность преподавателей и аудиторий, предпочтения студентов, а также специфику учебных программ. Кроме того, даже при автоматизированном подходе могут возникать непредвиденные обстоятельства или специфические запросы, поэтому одной из важных функций системы является её адаптивность: составленное расписание может переиспользоваться с возможностью внесения ручных изменений. Пользователи могут вносить точечные изменения, а расписание перестроится без необходимости полной перегенерации.

Для удобства пользователей разработано веб-приложение, которое предоставляет простой и интуитивный интерфейс с возможностью управления входными данными, гибкой настройки параметров, визуализации полученных расписаний, а также их ручное редактирование. Внедрение этого решения позволяет значительно сократить затраты времени на составление расписаний, минимизировать конфликты и улучшить организацию учебного процесса в университете.

Литература

[1] Яхъяева Г.Э., Абсайдульевой А.Р. Семантический подход к моделированию фонда оценочных средств. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. Т. 16, вып. 2, 2018. С. 113–121.

[2] К.В. Баталин, Г.Э. Яхъяева Система управления оценочными средствами. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2020. Т.18, №2. С. 5–14.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: t.trubinov@g.nsu.ru; m.tsukanov@g.nsu.ru

Разработка серверной части приложения для планирования программ тренировок по плаванию

С. В. Трушков

Тренерам по плаванию надо уметь эффективно и качественно составлять план тренировок для спортсменов, чтобы они показывали высокие результаты на соревнованиях. При этом информацию о планах и результатах тренировок необходимо хранить и обрабатывать, используя современные подходы к работе с данными. Тренеры по плаванию Кафедры Физической подготовки Новосибирского Государственного Университета ведут свои записи в не предназначенных для этого сервисах, а также на бумаге, что снижает эффективность работы тренера, а также мешает организации его научно-исследовательской работы.

Тренерам по плаванию хотелось бы иметь удобное приложение для планирования программ тренировок. Существующие сервисы предоставляют ограниченный набор упражнений, предназначенных для самостоятельной работы без участия тренера. Также эти приложения не позволяют в процессе тренировок фиксировать показатели и анализировать полученные данные с целью точной корректировки программ для развития спортсмена.

Цель моей работы заключается в разработке серверной части приложения, которое решает эти проблемы и обладает удобным функционалом для использования.

На сегодняшний день по данному проекту были решены следующие задачи: спроектирована структура базы данных, разработана серверная часть приложения, которая позволяет пользователям регистрироваться на сайте, тренерам - создавать, обновлять, удалять, получать информацию о тренировках, упражнениях, используемом снаряжении. Сервис позволяет обновлять свои данные из личного кабинета и обеспечивает взаимодействие тренера и спортсмена.

В дальнейшем я планирую развивать сервисную часть приложения, добавив аналитику различных показателей спортсмена, общий рейтинг спортсменов по определённым параметрам, авторизацию через федеративные сервисы и функционал для техподдержки.

Работа выполнена при поддержке АО «СберТех» и ПАО «СБЕРБАНК» на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского Государственного Университета.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: s.trushkov@g.nsu.ru

Обнаружение аномалий в производительности систем с микросервисной архитектурой

Д. А. Худяков

Системы с микросервисной архитектурой состоят из отдельно размещаемых микросервисов, каждый из которых имеет свою зону ответственности и предоставляет интерфейс, полезный для взаимодействующих с ним клиентов. Интерфейс может быть как внешним, так и внутренним. Внешний интерфейс, как правило, предназначен для внешних клиентов системы и чаще всего представлен набором HTTP-запросов. Внутренний интерфейс закрыт для внешних клиентов и предназначен для организации взаимодействия микросервисов друг с другом.

Вызов внешним клиентом запроса в такую систему приводит к цепочке запросов между микросервисами, которая может различаться в зависимости от типа внешнего запроса. При этом каждый внутренний запрос от одного сервиса к другому увеличивает задержку ответа (latency) на внешний запрос. Таким образом, задержка ответа на внешний запрос в системе является суммой задержек соответствующих внутренних запросов, возникших в результате обработки запроса.

Одной из главных задач инженеров, занимающихся разработкой систем с микросервисной архитектурой, является обеспечение быстрого отклика на внешние запросы, то есть гарантия низкой задержки ответа, которая определяется индивидуально в зависимости от типа запроса. Архитектура системы подразумевает, что в таком случае должен быть обеспечен быстрый отклик на все внутренние запросы. При этом система постоянно изменяется, доработки могут негативно сказываться на отклике и приводить к появлению аномалий в работе запросов **[1, 2]**. Проблема усугубляется с ростом числа взаимодействующих сервисов и их запросов, из-за которого инженеры начинают медленно реагировать на снижение производительности (performance) системы.

Данная работа посвящена поиску решения для автоматического распознавания аномалий, связанных с уменьшением производительности, то есть увеличением задержек ответов на запросы, на основе распределенной трассировки в системах с микросервисной архитектурой.

Литература

[1] Худяков Д.А. Разработка системы выявления аномалий на основе распределенной трассировки логов. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2023. 21(1):62-72.

[2] Khudyakov, D.A.; Yakhyaeva, G.E. Unsupervised Anomaly Detection on Distributed Log Tracing through Deep Learning. International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices, EDM. IEEE Computer Society, 2024. p. 1830-1833

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: khudaikoff@gmail.com

Разработка и проектирование библиотеки пользовательского интерфейса и ее интеграция в систему идентификации диких животных

Я. Т. Черновская

Экосистемы Земли с трудом справляются с нарастающим антропогенным воздействием. Первыми страдают дикие животные, численность которых уже находится на критически низком уровне. Использование системы для идентификации особей позволит более тщательно отслеживать изменения внутри популяций и своевременно принимать дополнительные меры для их охраны.

Данная работа является продолжением совместного проекта Сбер AI, НГУ и ДВФУ для центра «Амурский тигр» по созданию системы идентификации амурских тигров.

Целью работы является разработка библиотеки пользовательского интерфейса [**1**](UIKit) для клиентской части приложения, ориентированной на обеспечение высокоуровневой гибкости, простоты интеграции и возможности детальной кастомизации в зависимости от требований различных пользовательских сценариев. Разработка направлена на создание структуры компонентов с низким порогом входа, что позволит эффективно использовать библиотеку как опытными, так и начинающими разработчиками, а также снизит издержки на адаптацию и обучение.

Для достижения цели работы были проанализированы потребности будущих пользователей сервиса, что позволило выявить ключевые требования к библиотеке компонентов. На основе этого анализа был разработан дизайн библиотеки, способный адаптироваться к различным стилям, но при этом остающийся минималистичным и интуитивным. Модульная структура библиотеки обеспечивает её масштабируемость и простоту интеграции в различные проектные среды, что делает её универсальным решением для множества сценариев использования. В дополнение к этому будет подготовлен подробный набор документации и примеров в формате Storybook, что поспособствует лёгкому освоению библиотеки.

Работа выполнена при поддержке АО "СберТех"и ПАО "СБЕРБАНК"на базе студенческой учебно-научной лаборатории факультета информационных технологий Новосибирского государственного университета.

Литература

[1] Мельникова Р. В. Проектирование пользовательского интерфейса // ВЕЖПТ. 2010. №8 (48). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/proektirovanie-polzovatelskogo-interfeysa (дата обращения: 25.10.2024).

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: y.chernovskaya@g.nsu.ru

Разработка интеллектуального помощника для автоматизации документооборота кафедры

С. И. Чернявцева

В работе изложены методы создания интеллектуальных помощников [1, 2] для автоматизации документооборота. Автоматизация документооборота значительно упрощает работу секретаря кафедры, а также помогает снизить количество ошибок. Функциями интеллектуального помощника являются: автоматическое заполнение документов, их проверка, обработка, хранение.

Была разработана онтологическая модель кафедры, и созданы шаблоны для различных типов документов [3]. Гибкость онтологической модели позволяет легко адаптировать процесс работы с документами в соответствии с изменяющимися нормативными актами. Чтобы решить проблему формирования заведомо правильных документов, разделяем его на две части — формальную (определяется информацией, содержащейся в базе знаний) и содержательную (оценка, мнение участников бизнес-процессов отдела).

Важную роль играет проблема поиска и устранения противоречий в документах. Рассмотрены методы, позволяющие выявлять и разрешать противоречия в текстах документов, — нейронные сети и логико-семантические методы. Противоречия в документах и наборах документов мы разделяем на логические (дедуктивные), онтологические и содержательные (ситуационные). Использование частичных моделей, их вложений, гомоморфизмов и онтологических гомоморфизмов является математической основой разрабатываемого подхода.

Литература

[1] D. Palchunov, A. Vaganova. Methods for Developing Digital Twins of Roles Based on Semantic Domain-Specific Languages, 2021 IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials, 2021, pp. 515-519, doi: 10.1109/EDM52169.2021.9507716.

[2] Пальчунов Д.Е., Яхъяева Г.Э., Ясинская О.В. Применение теоретико-модельных методов и онтологического моделирования для автоматизации диагностирования заболеваний // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. Т. 13, вып. 3, 2015. С. 42-51.

[3] Пальчунов Д. Е., Чернявцева С. И. Разработка интеллектуального помощника для автоматизированного порождения документов кафедры // Программная инженерия. 2023. Том 14, № 8. С. 388—400. DOI: 10.17587/prin.14.388-400.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: s.chernyavtseva@g.nsu.ru

Тестирование производительности систем управления баз данных

Р. В. Чудинов, В. С. Королев

Современные задачи часто подразумевают растущий объем данных, что делает традиционные решения для хранения информации недостаточными. В условиях, когда вычислительные ресурсы доступны в неограниченных объемах, критически важным становится выбор эффективной системы хранения данных. Распределенные системы управления базами данных (СУБД), обладающие возможностями горизонтального масштабирования, представляют собой подходящее решение для эффективной обработки больших объемов информации. Но разные реализации распределенных СУБД имеют свои преимущества и недостатки и так мы поставили цель определить производительность некоторых распределенных СУБД.

В рамках данной работы проведено тестирование производительности нескольких распределенных СУБД на тестовых стендах с применением “CH-benCHmark”[**1**], который оценивает их работу под разными нагрузками, такими как OLTP, OLAP и их комбинацией HTAP[**2**].

Для достижения поставленной цели были выполнены следующие задачи: проведен анализ литературы, описана топология системы тестирования, реализована система сбора метрик, выполнены подготовка тестового стенда и нагрузочное тестирование.

Полученные результаты позволяют выявить как сильные, так и слабые стороны каждой системы, а также формируют обоснованные рекомендации для выбора наиболее подходящей СУБД в зависимости от специфики решаемых задач.

Литература

[1] Richard Cole, Florian Funke, Leo Giakoumakis, Wey Guy, Alfons Kemper, Stefan Krompass, Harumi Kuno, Raghunath Nambiar, Thomas Neumann, Meikel Poess, Kai-Uwe Sattler, Michael Seibold, Eric Simon, and Florian Waas. The mixed workload CH-benCHmark. In Proceedings of the Fourth International Workshop on Testing Database Systems (DBTest ’11), Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, Article 8, 1–6, 2011. https://doi.org/10.1145/1988842.1988850.

[2] Zhang C., Li G., Zhang J., Zhang X., and Feng J. "HTAP Databases: A Survey."IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, vol. 36, no. 11, pp. 6410-6429, Nov. 2024. doi: 10.1109/TKDE.2024.3389693.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: r.chudinov@g.nsu.ru, v.korolev@g.nsu.ru

Система встраивания формального описания процессорных инструкций в кодогенерацию двоичного транслятора

Т. А. Шальнев

Двоичная трансляция — это процесс преобразования двоичного кода одной архитектуры набора инструкций (ISA) в код, совместимый с целевой архитектурой процессорных команд. Работа специализируется на этапе кодогенерации транслятора, в результате которого гостевой машинный код преобразуется в семантически эквивалентный код для хостовой машины. Благодаря этому программы, скомпилированные для одной архитектуры, могут исполняться на других целевых платформах.

Каждая процессорная инструкция имеет однозначно определенную семантику, которая описывает, как выполнение команды изменяет состояние вычислительной системы, выражающееся в значениях регистров процессора и содержимом оперативной памяти. [1]

Формальная модель семантики инструкций позволяет доказывать отсутствие некоторых ошибок в поведении программ, например, выходов за границы выделенных массивов. Трансляторы и виртуальные машины используют строгое математическое описание семантики для повышения надежности и корректности выполнения генерируемого кода. Также выделение семантического описания в отдельный программный модуль с последующей трансляцией в интерфейс транслятора повышает расширяемость системы и улучшает архитектуру продукта.

Работа автора посвящена семантике, определенной с использованием языка K Framework, который применяется для описания языков программирования и виртуальных машин [2]. Конечной целью работы является разработка транслятора, преобразующего это описание в LLVM IR[3], соответствующий интерфейсу двоичного транслятора.

Доклад будет представлять из себя обзор проблемной области и существующих путей решения.

Литература

[1] Intel Corporation, Intel® 64 and IA-32 Architectures Software Developer's Manual. 2007, Volume 2.

[2] Sandeep Dasgupta, Daejun Park, Theodoros Kasampalis, Vikram S. Adve and Grigore Rosu, A Complete Formal Semantics of x86-64 User-Level Instruction Set Architecture, PLDI 2019, ACM, 2019, pp 1133-1148

[3] Chris Lattner, Vikram Adve, LLVM: A Compilation Framework for Lifelong Program Analysis and Transformation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2004

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: t.shalnev@g.nsu.ru

Разработка структуры данных для ускорения выполнения запросов к базе данных RocksDB

А. А. Шапатин

Современные методы работы с большими данными требуют использования технологий для обработки информации в режиме реальном времени. Особенно это актуально для банковской сферы, сферы онлайн-ритейла и стриминговых сервисов. Для компаний вроде Amazon, Netflix, Uber и Facebook обработка потоковых данных в реальном времени является неотъемлемой частью их повседневной деятельности. Банковская сфера использует потоковые данные для предотвращения мошенничества и оптимизации финансовых операций, ритейл – для персонализации предложений и управления логистикой а стриминговые сервисы – для анализа пользовательских предпочтений и оптимизации контента. Эффективная обработка потоков данных позволяет этим компаниям поддерживать высокий уровень и предоставлять пользователям своевременные и качественные услуги.

Одно из решений для достижения всех этих целей – фреймворк Apache Flink. Он выполняет роль главного вычислительного центра в обработке потока данных, поскольку занимается агрегацией, фильтрацией, а также непосредственной обработкой и преобразованием данных. Поэтому от скорости работы данного сервиса зависят все остальные части системы.

Целью данной работы является разработка и внедрение структуры данных, позволяющей ускорить выполнение запросов к базе данных RocksDB, которая в свою очередь является важной частью системы Apache Flink. Сейчас в RocksDB в качестве основного элемента применяется skip-list для управления внутренними данными, но, несмотря на её эффективность, в контексте потоковой обработки данных существует необходимость в более гибких и производительных структурах данных [1, 2]. Нами предлогается использовать структуры данных splay-list в качестве альтернативы skip-list. Вызвано это тем, что в текущей реализации отсутствует ключевое качество – динамическое подстраивание скорости доступа к данным в зависимости от частоты обращения к ним. То есть к данным, которые часто запрашивают, может быть предоставлена скорость доступа более низкая, чем к данным, которые почти никогда не запрашивают.

Литература

[1] Vitaly Aksenov, Dan Alistarh, Alexandra Drozdova, Amirkeivan Mohtashami. The Splay-List: A Distribution-Adaptive Concurrent Skip-List // Url: https://arxiv.org/pdf/2008.01009

[2] Yehuda Afek, Haim Kaplan, Boris Korenfeld, Adam Morrison, and Robert E. Tarjan. Cbtree: A practical concurrent self-adjusting search tree // Proceedings of the 26th International Conference on Distributed Computing, DISC'12, pages 1–15, Berlin, Heidelberg, 2012. SpringerVerlag.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.shapatin@g.nsu.ru

Разработка автоматизированных методов поиска противоречий в документах с использованием онтологического моделирования и машинного обучения

А. А. Шишкин

В современном мире информация играет ключевую роль во всех сферах человеческой деятельности. Документы, будь то нормативные документы, бизнес требования, регламенты или другие виды текстов, содержат важные данные, которые необходимо верифицировать и проверять на отсутствие противоречий. Некорректная информация, в свою очередь, может привести к серьезным последствиям, таким как принятие неверных решений, финансовые потери и даже юридические проблемы. Поэтому разработка методов для автоматического выявления противоречий в документах становится все более важной задачей.

Для автоматизации поиска логических и содержательных противоречий в документах предлагается разработать методы на основе интеграции онтологического моделирования и машинного обучения. Использование онтологий позволит определять и классифицировать противоречия [**1**], обеспечит объяснимость и интерпретируемость полученных результатов [**2**]. Использование современных технологий машинного обучения позволит с высокой скоростью и точностью выделять факты и знания из документов различной сложности и форматов [**3**].

Целью работы является разработка автоматизированных методов поиска противоречий в документах с использованием онтологического моделирования и машинного обучения.

Для достижения цели были определены следующие требования к разрабатываемому методу: поиск и классификация противоречий должны происходить на уровне сущностей и связанных с ними действий и состояний.

В дальнейшей работе планируется разработка методов машинного обучения для выделения фактов из документов, разработка методов построения онтологической модели на основе фактов, построение автоматических методов поиска противоречий в документах, проверка их работоспособности на тестовой задаче.

Литература

[1] Ansari, A.M. Ontology-Based Classification and Detection of the Smart Home Automation Rules Conflicts / A. M. Ansari, M. Nazir, K. Mustafa // IEEE Access, 12 – pp.85072-85088.

[2] Chari, S. Explanation ontology: a model of explanations for user-centered AI / S. Chari, O. Seneviratne, D. M. Gruen, M. A. Foreman, A. K. Das, D. L. McGuinness // International Semantic Web Conference, 2023 – pp. 228-243.

[3] Nasar, Z. Named entity recognition and relation extraction: State-of-the-art / Z. Nasar, S. W. Jaffry, M. K. Malik // ACM Computing Surveys (CSUR), 54(1), 2021 – pp. 1-39.

Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, Новосибирск
E-mail: shaa6661@gmail.com

О классических и квантовых корреляциях в нечетких моделях

Г. Э. Яхъяева

Неоднозначность и неполнота знаний в различных предметных областях привели к разработке нечеткой логики [**1**], которая, в свою очередь, столкнулась с проблемой «логических парадоксов» при применении в конкретных приложениях. Для решения этой проблемы была предложена теория нечетких моделей [**2, 3**], которая является альтернативным подходом к формализации неточности и/или неполноты знаний по отношению к формализации с помощью нечетких множеств, предложенных Лотфи Заде. В отличие от функциональных нечётких логик, в которых не выполняются те или иные базовые логические тождества, в теории нечётких моделей сохраняются все теоретико-модельные тождества, то есть она является консервативным расширением классической теории моделей [**4**]. Это с одной стороны решает проблему логических противоречий нечетких логик (в стиле Л.Заде), а с другой стороны даёт возможность одновременной работы как с классическими, так и с нечеткими моделями [**5, 6**].

Одним из направлений применения теории нечетких моделей является теоретико модельная формализация квантовых вычислений. В квантовых вычислениях минимальным и неделимым носителем информации является кубит. В отличие от бита, кубит может принимать континуум различных значений, которые возможно формализовать, используя нечеткую нотацию [**7, 8**].

В квантовых системах особое внимание уделяется изучению классических и квантовых корреляций, присущих данным системам [**9, 10**].

Классическая корреляция. Квантовая система считается сепарабельной (или разделимой), если процесс измерения одних кубитов системы не влияет на результаты измерения других кубитов этой системы. Другими словами, система является сепарабельной, если процедура измерения кубитов коммутативна. Нами было предложено обощение данного понятия на случай нечеткой модели, дано формульное описание разделимости конечного числа объектов.

Квантовая корреляция. В 1935 году Альберт Эйнштейн, Борис Подольский и Натан Розен сформулировали парадокс ЭПР: в присутствии двух частиц, имеющих общее происхождение, можно измерить состояние одной частицы и предсказать (со 100-процентной вероятностью) состояние другой частицы, которая еще не была измерена. В конце XX века были проведены первые эксперименты, подтверждающие это явление, и введено понятие полной запутанности (или переплетенности) двух частиц. Нами также было предложено обощение понятия полной запутанности на случай нечеткой модели, дано формульное описание.

Как для случая разделимых нечетких моделей, так и для случая переплетенных нечетких моделей были доказаны теоремы о существовании и о единственности, сформулированы критерии, достаточные для выполнения этих корреляций.

Литература

[1] Аверкин А. Н. Методы объяснимого искусственного интеллекта в работах Лотфи Заде. Мягкие измерения и вычисления. 2022. Т. 56, No. 7-2. С. 79-90.

[2] Palchunov D., Yakhyaeva G. Fuzzy logics and fuzzy model theory. Algebra and Logic, vol. 54, no. 1, 2015, pp. 74-80.

[3] Yakhyaeva G.E. On the Local Coordination of Fuzzy Valuations. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2023, vol. 46, pp. 130-144

[4] МалаеваЕ.Д. , Яхъяева Г.Э. Программная система визуализации и проверки согласованности оценочных знаний экспертов. Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2023. Т. 21. № 1. С. 32-45.

[5] Palchunov D., Yakhyaeva G. Representation of Knowledge Using Different Structures of Concepts. CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2729, pp. 69–74.
[6] Palchunov, D.E., Yakhyaeva G.E. Integration of Fuzzy Model Theory and FCA for Big Data Mining. SIBIRCON 2019 - International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, Proceedings, 2019, стр. 961–966
[7] Яхъяева Г.Э., Пальчунова О.Д., О квантовой интерпретации теории нечетких моделей. Сборник научных трудов XII Международной научно-практической конференции "Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте Коломна, 14-17 мая 2024 г. Том 1. С. 225-236.
[8] Yakhyaeva G.E. On the Local Coordination of Fuzzy Valuations. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2023, vol. 46, pp. 130-144.
[9] Kurgalin S., Borzunov S. Concise Guide to Quantum Computing: Algorithms, Exercises, and Implementations. Springer Nature, 2021. – 122 p.
[10] Wong T.G. Introduction to Classical and Quantum Computing. Rooted Grove, 2022, 400 p.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: gul_nara@mail.ru

Bistability in gene networks models

A .V. Glubokikh, V. P. Golubyatnikov

Following [**1**], we study trajectories of a 3D dynamical system as a model of a gene network; $x_j(t) > 0$ denote concentrations of the components:

$$\frac{dx_1}{dt} = L_3(x_3) - x_1; \quad \frac{dx_2}{dt} = L_3(x_1) - x_2; \quad \frac{dx_3}{dt} = L_3(x_2) - x_3. \tag{1}$$

$x_j(t) > 0$ denote concentrations of the components, monotonically decreasing three-step function L_3 describes negative feedback, and is defined by

$$L(w) = 2c \text{ if } 0 < w < c - \varepsilon;\ L(w) = c + \varepsilon \text{ if } c - \varepsilon \le w < c;\ L(w) = c - \varepsilon \text{ if } c \le w < c + \varepsilon;$$
$$L(w) = 0 \text{ if } c + \varepsilon \le w < \infty; \tag{2}$$

The cube $Q^3 := [0, 2c] \times [0, 2c] \times [0, 2c]$ is positively invariant domain of the system (1), (2), see [**2, 3**] Let us decompose Q^3 by the planes $x_j = c - \varepsilon$, $x_j = c + \varepsilon$, $j = 1, 2, 3$, to 64 parallelepipeds (blocks). In each of these blocks our system splits to linear equations with constant coefficients We enumerate these blocks by multi-indices $\{r_1, r_2 r_3\}$ so that $r_j := A$ if for all points of this block $0 \le x_j < c - \varepsilon$; $r_j := 0$ if in this block $c - \varepsilon \le x_j < c$; $r_j := 1$ if in this block $c \le x_j < c + \varepsilon$; and $r_j := B$ if in this block $c + \varepsilon \le x_j \le 2c$; Let Q_1 be the cube $\{c - \varepsilon \le x_1, x_2, x_3 \le c + \varepsilon\}$, and Q_2 be the union of 18 blocks which have non-empty intersections with six edges of the cube Q^3: $x = 2c, 0 \le y \le 2c, z = 0$; $x = 2c, y = 0, 0 \le z \le 2c$; $0 \le x \le 2c, y = 0, z = 2c$; $x = 0, 0 \le y \le 2c, z = 2c$; $x = 0, y = 2c, 0 \le z \le 2c$, and $0 \le x \le 2c, y = 2c, z = 0$. We do not consider trajectories of this system which intersect the edges of the blocks of this decomposition, since the cycles detected here do not intersect these edges, [**2**].

Theorem. *The cube Q_1 contains a stable cycle C_1 of the system* (1), (2). *If $4\varepsilon \le a$ then the domain Q_2 contains a stable cycle C_2 of this system. So, in this case, all trajectories of this systems are attracted either by the cycle C_1, or by the cycle C_2. The cube Q^3 does not contain cycles of this system which are not symmetric with respect to the cyclic permutation $\sigma : x \to y \to z \to x$.*

Performed under state assignments: IM SB RAS, project no. FWNF-2022-0009.

References

[1] Tchuraev R.N., Ratner V.A. A continuous approach with threshold characteristics for simulation of gene expression. In: Molecular Genetic Information Systems. Modelling and Simulation. Ed. K.Bellman. Berlin: Verlag. 1983. P. 64–80.

[2] Golubyatnikov V.P., Ayupova N.B. ,Bondarenko N.E.,Glubokikh A.V. Hidden attractors and nonlocal oscillations in gene networks models. Russian Journal of Numerical Analysis and Math. Modelling. V. 39(2), 75-81 (2024).

[3] Golubyatnikov V.P., Minushkina L.S. Combinatorics and geometry of circular gene networks models. Letters to Vavilov Journal of Genetics and Breeding. V. 6, N 4. P. 188–192

Novosibirsk state university (Russia), Sobolev institute of mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: a.glubokikh@g.nsu.ru, vladimir.golubyatnikov1@fulbrightmail.org

Verifying the correctness of logical reasoning in large language models

A. Nechesov

In the last year, large language models (LLMs) have made remarkable progress in solving mathematical problems, prompting a notable stir with the release of the ChatGPT-4o1-preview. According to OpenAI's testing, this new model outperforms its predecessor by a factor of six in solving Olympiad-level problems, achieving an accuracy rate of 83% compared to 13%.

ChatGPT-4o1-preview is now capable of reflecting and articulating a chain of logical reasoning when solving problems, a capability that was previously lacking in other LLMs. However, while new LLMs can present chains of reasoning, they are not always accurate and may lead to incorrect results. To address this issue, we propose the development of a mechanism to verify the logic behind LLM reasoning, which would ensure the accuracy of their outputs.

To accomplish this, we suggest adopting a learning theory of intelligent systems based on a task approach [**1, 2**]. This logical-probabilistic approach allows for the verification of LLM logic and the prevention of erroneous results and hallucinations, providing a more reliable and trustworthy solution for mathematical problem-solving.

Our task is to understand how to apply the learning theory we have built to the logical reasoning that LLM produces. To understand their correctness, it is necessary to convert the reasoning into the language of formulas and look at the correctness of all logical rules of inference. If we have formulas that are correct with a certain probability [**3**], then here we connect a special learning theory, within the framework of which all logical rules of inference are carefully checked for admissibility. Moreover, we ensure that the complexity of the solution to the problem does not exceed polynomial. [**4, 5**]

References

[1] Nechesov A. Task approach in Artificial Intelligence: learning theory and knowledge hierarchy. Malcev Meeting, 2023.

[2] Vityaev E., Goncharov S., Gumirov V., Mancivoda A., Nechesov A., Sviridenko D. Task approach: on the way to trusting artificial intelligence. World congress systems theory, algebraic biology, artificial intelligence: Mathematical Foundations and Applications. Selected works. 2023. https://doi.org/10.18699/sblai2023-41

[3] Goncharov S., Nechesov A. AI-Driven Digital Twins for Smart Cities. Engineering Proceedings. 2023, v.58, https://doi.org/10.3390/ecsa-10-16223

[4] Goncharov S., Nechesov A. Semantic programming for AI and Robotics, IEEE SIBIRCON, Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 810-815, https://doi.org/10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017077

[5] Goncharov S., Nechesov A. Solution of the problem P = L. MDPI Mathematics, 2021, 12(17) 2102, https://doi.org/10.3390/math10010113

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: nechesov@math.nsc.ru

III. Секция «Неклассические логики и универсальная алгебра»

Логики ступенчатого времени

С. И. Башмаков, Т. Ю. Зверева, А. А. Поляков

Временные логики — весомая и вполне самостоятельная современная теория, значимая как для области фундаментальных вопросов неклассических логик, так и в совершенно прикладных информационных науках. Необходимость адаптировать инструмент моделирования течения времени под актуальные сложные системы, постепенно уводит привычную семантическую интерпретацию временной системы от свойств рефлексивности и транзитивности к нестандартным вариантам ветвлений или проблемам с достижимостью, от обособленных цепочек времени к реальному многоагентному взаимодействию субъектов вычислительного процесса.

Опираясь на ряд работ по исследованию линейных временных логик класса $\mathcal{LTK}$ **[1, 2]**, в своих исследованиях мы предлагаем к изучению «ступенчатую» (step-like) версию линейной временной логики знания — лишённую свойств рефлексивности и транзитивности, моделирующую момент времени, как такт механического вычислительного устройства. Исследованы версии логики с универсальной модальностью, **[3]**, и без неё, **[4]**. Предлагается подход малоизученной кортежной семантики к моделированию версий данной логики.

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2024-1429).

Литература

[1] Calardo E., Rybakov V.V. *An axiomatisation for the multi-modal logic of knowledge and linear time LTK*, **Logic J. IGPL**, 15 (2007), 239–254.

[2] Yun V.F. *Polymodal logic of the class of inductive linear time frames*, **Siberian Electronic Math. Reports**, 12 (2015), 421–431.

[3] Bashmakov S.I., Zvereva T.Yu. *Unification and Finite Model Property for Linear Step-Like Temporal Multi-Agent Logic with the Universal Modality*, **Bulletin of the Section of Logic**, 51 (2022), 345–361.

[4] Башмаков С.И., Зверева Т.Ю. *Линейная ступенчатая логика знания LTK.sl*, **Сиб. электрон. матем. изв.**, (2023), 1361–1373.

Институт математики и фундаментальной информатики, Сибирский федеральный университет, Красноярск (Россия)
E-mail: krauder@mail.ru

Табличная и секвенциальная теория доказательств для *CWPL*

Е. В. Борисов, И. И. Мухаметшина

В семантике возможных миров для логики первого порядка кросс-мировое отношение — это отношение между объектами, каждый из которых ассоциирован с некоторым возможным миром. Интуитивный смысл ассоциации объектов с мирами состоит в следующем: если объект o_1 ассоциирован с миром w_1, а объект o_2 — с миром w_2, то кросс-мировое отношение между ними — это отношение между o_1, каков он в w_1, и o_2, каков он в w_2. Для отображения такого рода отношений в модальной логике первого порядка необходима кросс-мировая интерпретация предикатов, в которой экстенсионалы n-местного предиката задаются не для отдельных возможных миров, а для упорядоченных n-ок возможных миров.

Впервые семантика для логики первого порядка с кросс-мировой интерпретацией предикатов была предложена в [**1**]. В [**2**] разработана семантика для гибридной логики первого порядка с кросс-мировой интерпретацией предикатов. В обеих этих логиках (а также в некоторых других) для отображения кросс-мировой предикации используется формальный язык, расширенный за счет некоторых специальных операторов. В [**3**] разработана семантика с кросс-мировой предикацией для логики *CWPL* (crossworld predication logic), базирующейся на стандартном языке логики первого порядка. *CWPL* — это модальная логика первого порядка с равенством и лямбда-оператором. В докладе будут представлены табличная и секвенциальная теории доказательств, корректные и полные относительно изложенной в [**3**] семантики.

В табличных и секвенциальных доказательствах *CWPL* используются формулы с префикасами; при этом в табличных доказательствах используются отмеченные формулы. Правила табличного/секвенциального вывода включают в себя правила для пропозициональных связок, модальных операторов, кванторов, λ-оператора и равенства.

Литература

[1] Butterfield J., Stirling C. Predicate modifiers in tense logic // Logique et Analyse. 1987. Vol. 30. P. 31–50.

[2] Kocurek A.W. The problem of cross-world predication // Journal of Philosophical Logic. 2016. Vol. 45. P. 697–742.

[3] Borisov E. A. Nonhybrid Logic for Crossworld Predication // Логические исследования. 2023. Т. 29, № 2. С. 125–147.

ИФПР СО РАН, Новосибирск (Россия)
E-mail: borisov.evgeny@gmail.com
ТГУ, Томск (Россия)
E-mail: mukhametshina.indira@gmail.com

Категориальные грамматики с однозначным присвоением категорий

М. Е. Вишникин, А. С. Охотин

Категориальная грамматика – понятие, восходящее к работам Айдукевича [**1**] и в современном виде в работе Бар-Хиллела [**2**] [**3**]. В данном докладе рассматривается подкласс категориальных грамматик, в которых каждому символу присвоена единственная категория, ранее встречавшиеся в работах [**4**] [**5**]. Это ограничение снижает выразительную мощность формализма. Главная цель доклада – глубже понять, сколько выразительной мощности остается.

Можно заметить, что даже если каждому символу назначена уникальная категория, это не означает полное отсутствие неоднозначности; последовательность категорий может иметь разные свертки, потому что все еще существует выбор, откуда в последовательности начать сокращение. Это наблюдение используется для доказательства того, что возможно закодировать любую контекстно-свободную грамматику в категориальную грамматику с единственным назначением категорий таким образом, чтобы слово w принадлежало языку контекстно-свободной грамматики тогда и только тогда, когда его кодировка находится в языке категориальной грамматики. Как следствие, получается усиление классической теоремы Грейбах [**6**] о самом трудном языке:

Теорема. *Существует алфавит Ω и язык $L_0 \subseteq \Omega^*$, порожденный категориальной грамматикой с однозначным присвоением категорий, такой, что для каждого контекстно-свободного языка $L \subseteq \Sigma^+$ существует гомоморфизм $h\colon \Sigma \to \Omega^+$, такой, что слово w принадлежит языку L тогда и только тогда, когда $h(w)$ принадлежит L_0.*

Другим следствием данной конструкции является следующее утверждение:

Теорема. *Существует существенно неоднозначный язык, порожденный категориальной грамматикой с однозначным присвоением категорий.*

Литература

[1] Ajdukiewicz K., “Die syntaktische Konnexität”, in: K. Ajdukiewicz, R. Ingarden, K. Twardowski (Eds.), *Stud. Philos.*, vol. 1, 1–27 (1935).

[2] Bar-Hillel Y., “A quasi-arithmetical notation for syntactic description”, *Language*, 29:1, 47–58 (1953).

[3] Bar-Hillel Y., Gaifman H., Shamir E., “On categorial and phrase structure grammars”, *Bull. Res. Council Israel*, 9F, 155–166 (1960).

[4] Buszkowski W., “Solvable problems for classical categorial grammars” *Bull. Polish Acad. Sci.: Mathematics.* 35, 507–516 (1987).

[5] Kanazawa M., “Identification in the Limit of Categorial Grammars” *J. Logic Lang. Inf.* 5, no. 2, 115–155 (1996).

[6] Greibach S. A., “The hardest context-free language”, *SIAM J. Comput.*, 2:4 (1973), 304–310.

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург (Россия)
E-mail: maksim.vishnikin@math.msu.ru

Кластерная логика и достоверность информации

К. В. Грекович

В предыдущих работах моих коллег были исследованы различные варианты модальных логик с дополнительными операторами, которые могут помочь в оценке надежности информации [**1, 2**]. В данной работе я представлю результаты исследования линейной логики кластеров с дополнительным оператором стабильности информации.

Рассмотрим некоторое бесконечное множество точек, которые представляют собой дискретное время, эти точки связаны отношением типа "NextTime"($\mathcal{N}_S$). Каждой точке соответствует N кластеров порожденных отношением эквивалентности R_i, каждый кластер считаем конечным.

Язык логики содержит счетное число пропозициональных переменных, классические булевы связки, а также унарный оператор K_i который обозначает общее знание i-го агента, N_C оператор истинности в следующий момент времени, а также дополнительный унарный оператор $StI_i(\varphi)$ стабильность информации относительно i-го агента в некоторый момент времени, этот оператор истинен только в случае когда число состояний достижимых внутри кластера по i-му отношению на которых истинна формула φ не превышает число состояний на которых истинна формула $\neg\varphi$.

Также для формул мы вводим понятие истинности по «argumentum ad verecundiam». По сути мы считаем что это некоторый «нулевой» агент, который ошибается в редких случаях $AV(\varphi)$. Тогда оператор надежности в нашем смысле это $Rel_i(\varphi)$ который истиннен только в том случае если истиннен оператор $StI_i(\varphi)$ и $AV(\varphi)$.

В работе я исследовал логику кластеров и ее приложение к оценке достоверности информации, и в итоге доказал, что она разрешима.

Литература

[1] Protsenko N. A., Rybakov V. V. The Satisfiability Problem in Linear Multi-agent Knowledge Logic Based on N. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2024, vol. 49, pp. 124-134. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2024.49.124

[2] Protsenko N.A., Rybakov V.V., Rimatskiy V.V. Satisfiability Problem in Interval FP-logic. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2023, vol. 44, pp. 98-107. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.44.98

Siberian Federal University, Krasnoyarsk (Russia)
E-mail: ProPro879@gmail.com

Кванторные версии логик Хальперна для рассуждений о знании и вероятности

А. В. Грефенштейн

В последнее время в теоретической информатике приобрели популярность языки, позволяющие одновременно формализовывать как рассуждения о знании, так и о вероятности. Одним из самых известных таких языков язвляется $\mathsf{L}^{\mathcal{K}}_{\mathtt{prob}}$, предложеный в [**1**] и представляющий собой естественное модальное обогащение линейного пропозиционального языка для рассуждений о вероятности, $\mathsf{L}_{\mathtt{prob}}$, введённого в [**2**]. Для $\mathsf{L}^{\mathcal{K}}_{\mathtt{prob}}$ была построена (слабо) полная аксиоматизация гильбертовского типа и исследована его сложность в терминах полиномиальной сводимости.

Однако в пропозициональном языке невозможно формализовать многие утверждения о вероятностях ввиду его слабой выразительной силы. Как следствие, в [**3**] были предложены два кванторных обогащения $\mathsf{L}_{\mathtt{prob}}$: с вероятностными распределениями на носителе структуры первого порядка, L_D, и с вероятностными распределениями на дополнительном множестве возможных миров/состояний, L_Ω. Кроме кванторов по элементам носителя такие обогащения также допускают кванторы по вещественным числам, вследствие чего в большинстве случаев оказываются как минимум настолько же сложными, как и полная арифметика второго порядка.

На докладе будут введены кванторные обогащения $\mathsf{L}^{\mathcal{K}}_{\mathtt{prob}}$ в духе L_D и L_Ω. Доказано, что при почти всех первопорядковых сигнатурах их проблемы общезначимости Π^2_1-полны. Более того, было показано, что при отсутствии кванторов по вещественным числам степень неразрешимости существенно падает: соответствующие проблемы общезначимости являются Π^1_1-полными. Последний результат, в частности, делает потенциально возможным построение полных инфинитарных аксиоматизаций, подобных представленным в [**4**], для односортных фрагментов как L_D и L_Ω, так и предложенных обогащений.

Литература

[1] Fagin R., Halpern J. Y., Reasoning about knowledge and probability. *Journal of the ACM*, 41(2), 340–367, 1994.

[2] Fagin R., Halpern J. Y., Megiddo N., A logic for reasoning about probabilities. *Information and Computation*, 87(1–2), 78–128, 1990.

[3] Abadi M., Halpern J. Y., Decidability and expressiveness for first-order logics of probability. *Information and Computation*, 112(1), 1–36, 1994.

[4] Ognjanović Z., Rašković M., Marković Z., *Probability Logics: Probability–Based Formalization of Uncertain Reasoning*. Springer, 2016.

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва (Россия)
E-mail: aleksandrgrefenstejn@gmail.com

О нормальных модальных логиках, точно интерпретируемых в K, GL, S4 и Grz

Л. В. Дворкин

Пусть $\alpha(p)$ — модальная формула с единственной переменной p. Рассмотрим перевод модальных формул f_α: $f_\alpha(p) = p$, $f_\alpha(\bot) = \bot$, $f_\alpha(\varphi \to \psi) = f_\alpha(\varphi) \to f_\alpha(\psi)$ и $f_\alpha(\Diamond\varphi) = \alpha(f_\alpha(\varphi))$. α задаёт (точную) интерпретацию модальной логики L в логике Λ, если

$$L \vdash \varphi \iff \Lambda \vdash f_\alpha(\varphi)$$

В частном случае $\alpha = p \vee \Diamond p$ интерпретации такого вида, называемые рефлексивными фрагментами, изучались ранее (S4 в K4 [**1**], Grz в GL [**2**]). Недавно исследована логика доказуемости арифметики Нибергалля, интерпретируемая в GLB при помощи формулы $\Diamond_1 p \vee \Diamond_0(\Diamond_1 \top \wedge p)$ [**3**].

Формулу $\alpha(p)$ назовём Λ-монотонной, если она задаёт интерпретацию монотонной логики в Λ, то есть $\Lambda \vdash \alpha(p) \to \alpha(p \vee q)$. Если Λ монотонна, то любая позитивная формула Λ-монотонна. Рассуждая аналогично Линдону [**4**], легко установить следующий критерий:

Критерий Линдона. *Пусть Λ нормальна и обладает интерполяционным свойством Линдона. Тогда формула $\alpha(p)$ Λ-монотонна, если и только если она эквивалентна в Λ некоторой позитивной формуле.*

Формулу $\alpha(p)$ назовём Λ-аддитивной, если она задаёт интерпретацию нормальной логики в Λ, то есть $\Lambda \vdash \alpha(p \vee q) \leftrightarrow \alpha(p) \vee \alpha(q)$ и $\Lambda \vdash \alpha(\bot) \leftrightarrow \bot$. δ-формулой назовём формулу вида

$$\delta_{\vec{\lambda}} := \lambda_0 \wedge \Diamond(\lambda_1 \wedge \dots \wedge \Diamond(\lambda_n \wedge p)\dots),$$

где $n \in \omega$, $\lambda_0, \dots, \lambda_n$ — замкнутые формулы. Если Λ нормальна, то дизъюнкции конечных множеств δ-формул Λ-аддитивны. Докладчиком было обнаружено, что обратное имеет место в логиках K и GL, но неверно для S4 и Grz. Более конкретно, имеет место следующая теорема:

Теорема. *Для логики $\Lambda \in \{\mathrm{K}, \mathrm{GL}\}$ формула $\alpha(p)$ Λ-аддитивна тогда и только тогда, когда она эквивалентна в Λ дизъюнкции некоторых δ-формул.*

Для логики $\Lambda \in \{\mathrm{S4}, \mathrm{Grz}\}$ формула $\alpha(p)$ Λ-аддитивна тогда и только тогда, когда она эквивалентна в Λ одной из пяти формул: $\bot$, p, $\Diamond p$, $\Diamond\Box\Diamond p$ или $\Diamond\Box\Diamond p \vee p$.

Следствие. *Для логики $\Lambda \in \{\mathrm{S4}, \mathrm{GL}\}$ в Λ интерпретируемы ровно пять нормальных логик.*

Литература

[1] Месхи В. Ю., Алгебраический анализ модальных фрагментов временных логик, Логика, семантика, методология. Тбилиси: Мецниереба, 1978, 113-124.

[2] Goldblatt R., Arithmetical necessity, provability and intuitionistic logic, Theoria 44 (1978), 38–46

[3] Дворкин Л. В., О логиках доказуемости арифметики Нибергалля, Изв. РАН. Сер. матем., 88:3 (2024), 61–100.

[4] Lyndon R., Properties preserved under homomorphism. Pacific Journal of Mathematics, 9(1) (1959), 143–154.

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва (Россия)
E-mail: lev_135@mail.ru

Квазимногообразие $\mathbf{SP}(M_3)$

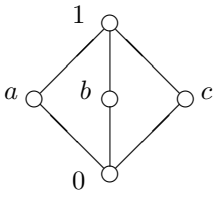
А. Е. Изъюрова

Рассмотрим следующие тождества.

- Тождество *модулярности* (M):
$$x \wedge (y \vee z) = x \wedge \Big(\big(y \wedge (x \vee z)\big) \vee z\Big).$$
- Тождество 2-*дистибутивности* (D_2):
$$x \wedge (y_0 \vee y_1 \vee y_2) = \big[x \wedge (y_0 \vee y_1)\big] \vee \big[x \wedge (y_0 \vee y_2)\big] \vee \big[x \wedge (y_1 \vee y_2)\big].$$
- Тождество (C_1):
$$x \wedge (y_0 \vee z_0) \wedge (y_1 \vee z_1) = \bigvee_{i<2} \big(x \wedge y_i \wedge (z_0 \vee z_1)\big) \vee \bigvee_{i<2} \big(x \wedge z_i \wedge (y_0 \vee y_1)\big) \vee \bigvee_{i<2} \big[(x \wedge \big((y_0 \wedge z_i) \vee (y_1 \wedge z_{1-i})\big)\big].$$

Полагаем $\Sigma = \big\{(\mathrm{C}_1), (\mathrm{D}_2), (\mathrm{M})\big\}$.

Теорема. **[1]** *Квазимногообразие* $\mathbf{SP}(M_3)$, *порожденное диамантом* M_3, *является многообразием, а* Σ *является его базисом тождеств.*



Решетка M_3

Поддержано Российским научным фондом, проект 24-21-00075;
https://rscf.ru/project/24-21-00075/.

Литература

[1] Изъюрова А. Е., Швидефски М. В., *Квазимногообразие* $\mathbf{SP}(M_3)$: *базис тождеств*, Математика и теоретические компьютерные науки **2** (3), 53–62 (2024).
https://doi.org/10.26907/2949-3919.2024.3.53-62

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск (Россия)
E-mail: a.izyurova@g.nsu.ru

Тождества, истинные на решетках подпорядков

С. Э. Исомиддинов

М.В. Швидефски в [**1**] был поставлен следующий

Вопрос. *Верно ли, что квазимногообразие, порожденное конечной решеткой подпорядков, является многообразием?*

Найдено множество тождеств Σ, содержащее шесть нетривиальных решеточных тождеств, которые истинны на решетке $O(4)$ подпорядков четырехэлементной цепи.

Литература

[1] Semenova M. V., *On lattices that are embeddable into lattices of suborders*, Algebra and Logic **44**, no. 4 (2005), 270–285.

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск
E-mail: s.isomiddinov@g.nsu.ru

Модальные логики дверных пространств в расширенных языках

И. Г. Козичев, А. В. Кудинов

Мы исследуем модальные логики, основанные на топологических пространствах. Исторически топологическая семантика была предложена раньше семантики Крипке в работах МакКинси и Тарского (1944). В контексте топологических пространств для модальности $\Diamond$ существуют две интерпретации: как оператора замыкания и как оператора взятия производного множества. В своей работе Бежанишвили и соавторы (2005) проводят обзор топологических модальных логик, выделяя ряд топологических свойств, которые можно выразить модальными формулами, и те, которые этим языком выразить нельзя. Они, в частности, отмечают, что интерпретация через производное множество обладает большей выразительной силой: например, так называемые *дверные пространства* выразимы при этой интерпретации, но не выразимы в интерпретации через замыкание.

Дверное пространство — это топологическое пространство, в котором любое подмножество является открытым или замкнутым (или открыто-замкнутым).

Для увеличения выразительной силы модального языка в литературе предлагается добавлять к базовой модальности дополнительную, например, универсальную модальность или модальность неравенства. Универсальная модальность необходимости обозначается как $[\forall]$, с двойственной модальностью $\langle\exists\rangle$, и, соответственно, $[\neq]$ и $\langle\neq\rangle$ для модальности неравенства. Их семантика определяется следующим образом:

$$M, x \models \langle\exists\rangle\, A \iff \exists y(M, y \models A);$$
$$M, x \models \langle\neq\rangle A \iff \exists y(x \neq y \wedge M, y \models A).$$

В данной работе мы доказываем, что дверные пространства можно выразить в языках с базовой модальностью, интерпретируемой через замыкание, при добавлении универсальной модальности или модальности неравенства. Более того, мы аксиоматизируем класс дверных пространств и доказываем полноту:

Теорема 1. *(1) Логика* $\mathsf{S4.D}{+}p{\wedge}\Diamond(\neg p{\wedge}r) \to \neg\langle\neq\rangle(q{\wedge}\Diamond(\neg q{\wedge}\neg r))$ *полна относительно класса дверных пространств, где* $S4.D$ *— логика всех топологических пространств с модальностью неравенства.*

(2) Логика $\mathsf{S4.U} + p \wedge \Diamond(\neg p \wedge r) \to \neg\langle\neq\rangle(q \wedge \Diamond(\neg q \wedge \neg r))$ *полна относительно класса дверных пространств, где* $S4.U$ *— логика всех топологических пространств с универсальной модальностью.*

Также мы доказываем:

Теорема 2. *Логики* $\mathsf{S4.D}{+}p{\wedge}\Diamond(\neg p{\wedge}r) \to \neg\langle\neq\rangle(q{\wedge}\Diamond(\neg q{\wedge}\neg r))$ *и* $\mathsf{S4.U}{+}p{\wedge}\Diamond(\neg p{\wedge}r) \to \neg\langle\neq\rangle(q \wedge \Diamond(\neg q \wedge \neg r))$ *финитно аппроксимируемы и разрешимы.*

МФТИ, Физтех, Долгопрудный, НИУ ВШЭ, Москва (Россия)
E-mail: akudinov@hse.ru

Пример логик с интерполяционным свойством CIP, сумма которых не имеет CIP

Л. Л. Максимова, В. Ф. Юн

Мы рассматриваем интерполяционные свойства в расширениях минимальной логики J.

Говорим, что логика L обладает *интерполяционным свойством Крейга* CIP [**1**], если она удовлетворяет условию: если $\vdash_L A(\mathbf{p},\mathbf{q}) \to B(\mathbf{p},\mathbf{r})$, то существует такая формула $C(\mathbf{p})$, что $\vdash_L A(\mathbf{p},\mathbf{q}) \to C(\mathbf{p})$ и $\vdash_L C(\mathbf{p}) \to B(\mathbf{p},\mathbf{r})$ (здесь списки $\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r}$ попарно не пересекаются).

Мы также рассмотрим *ограниченное интерполяционное свойство* IPR, введенное в [**2**]: если $A(\mathbf{p},\mathbf{q}), B(\mathbf{p},\mathbf{r}) \vdash_L C(\mathbf{p})$, то существует формула $A'(\mathbf{p})$ такая, что $A(\mathbf{p},\mathbf{q}) \vdash_L A'(\mathbf{p})$ и $A'(\mathbf{p}), B(\mathbf{p},\mathbf{r}) \vdash_L C(\mathbf{p})$.

Во всех J-логиках имеет место $CIP \Rightarrow IPR$.

Из описания суперинтуиционистских, негативных и стройных логик с CIP [**2, 3, 4**] следует, что сумма таких логик, обладающих свойством CIP, тоже имеет CIP. Для J-логик это не так. Первый пример логик с CIP, сумма которых не имеет CIP, найден в [**5**] и использовал семантические методы. В [**6**] приведены еще несколько примеров, при этом строились алгебраические доказательства.

Мы доказываем, используя алгебраические методы из [**6**], что сумма логик (Int $*$ NC), OdF с CIP не обладает интерполяционным свойством Крейга, и даже ограниченным интерполяционным свойством IPR.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект FWNF-2022-0011.

Литература

[1] Craig W., Three uses of Herbrand-Gentzen theorem in relating model theory. J. Symbolic Logic, 22 (1957), 269–285.

[2] Максимова Л. Л., Теорема Крейга в суперинтуиционистских логиках и амальгамируемые многообразия. Алгебра и логика, 16, № 6 (1977), 643–681.

[3] Максимова Л. Л., Неявная определимость в позитивных логиках. Алгебра и логика, 42, № 1 (2003), 65–93.

[4] Максимова Л. Л., Разрешимость интерполяционного свойства Крейга в стройных J-логиках. Сибирский мат. журнал. 53, no. 5 (2012), 1048–1064.

[5] Максимова Л. Л., Метод доказательства интерполяции в расширениях минимальной логики. Алгебра и логика, 46, № 5 (2007), 627–648.

[6] Максимова Л. Л., Юн, В. Ф., Расширение минимальной логики и проблема интерполяции. Сибирский мат. журнал. 59, no. 4 (2018), 863–878.

Институт математики им. С.Л.Соболева, Новосибирск (Россия)
E-mail: lmaksi@math.nsc.ru, yun@math.nsc.ru

Модальное представление паранепротиворечивой равновесной логики

С. П. Одинцов

Логика "здесь-и-там" HT — это наибольшее расширение интуиционистской логики, отличное от классической логики. Д. Пирс определил немонотонную *равновесную логику* с дедуктивной базой HT, которая представляет отношение следования на *устойчивых моделях* Гельфонда-Лифшица [2] для логических программ с отрицанием-как-неудача. В [4] была определена равновесная логика для класса программ с двумя видами отрицаний: отрицание как неудача и сильное отрицание, а в [3] — паранепротиворечивая версия такой логики. Монотонными дедуктивными базами этих логик являются 5-значное расширение $\mathbf{N_5}$ избыточной логики Нельсона $\mathbf{N3}^{\perp}$ и 9-значное расширение $\mathbf{N_9}$ паранепротиворечивой логики Нельсона $\mathbf{N4}^{\perp}$.

Как оказалось [1], немонотонное равновесное следование над HT допускает представление в модальных терминах. В [1] определено неструктурное расширение **MEM** некоторой временной версии логики **S4** такое, что $\varphi \mid\!\approx_{HT} \psi$ если и только если $(T(\varphi) \wedge \blacksquare\neg T(\varphi)) \to T(\psi) \in \mathbf{MEM}$, где $\mid\!\approx_{HT}$ обозначает равновесное следование над HT, T — трансляцию Геделя-Тарского, а $\blacksquare$ — вторую модальность временной **S4**.

В данной работе мы определим некоторую временную версию Белнаповской модальной логики **BS4** и ее расширения **B3KE** и **BKE**, не являющиеся структурными и такие, что они расширяют модальные напарники специальных логик $\eta^3(HT) = \mathbf{N_5}$ и $\eta(HT) = \mathbf{N_9}$ (см. [5]). Кроме того, немонотонное следование $\mid\!\approx_{\mathbf{N_5}}$ ($\mid\!\approx_{\mathbf{N_9}}$) вкладывается в **B3KE** (**BKE**) аналогично тому, как $\mid\!\approx_{HT}$ вкладывается в **MEM**, однако вместо трансляции Геделя-Тарского используется ее Белнаповская версия [5].

Данное исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда No. 23-11-00104, https://rscf.ru/project/23-11-00104/, в Математическом институте им. В. А. Стеклова Российской академии наук.

Литература

[1] Farino del Cerro L., Herzig A., Su E. Capturing equilibrum models in modal logic, Journal of Applied Logic, **12**, 192–207 (2014).

[2] Gelfond M., Lifschitz V. *The stable model semantics for logic programming*, in: R. Kowalski *et al.* (eds.), Logic programming: Proc. of the Firth Int'l Conf. and Symp., 1070-1080 (1988).

[3] Odintsov S., Pearce D. *Routley semantics and answer sets*, in: Logic Programming and Non-monotonic reasoning, LNCS 3663, Spronger, 343–355 (2005).

[4] Pearce D. *A new logical presentation of stable models and answer sets*, in: J. Dix *et al.* (eds.) NMELP, LNCS 1216, Springer, 57–70 (1996).

[5] Одинцов С.П., Вишнева А.Г. *Модальные напарники специальных расширений конструктивной логики Нельсона*, Математические заметки, 2024, в печати.

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва (Россия)
E-mail: odintsov.sergey2013@yandex.ru

Сложность логики HC с одной переменной

А. А. Оноприенко, М. Н. Рыбаков

Логика **HC**, известная как совместная логика задач и высказываний [**3, 4**], объединяет интуиционистскую и классическую логики. Формулы языка логики **HC** делятся на два сорта: «задача» и «высказывание». Формулы первого из них образуют «интуиционистскую» часть **HC**, а формулы второго — «классическую». В языке **HC** имеются модальности, позволяющие переходить от задач к высказываниям и обратно.

В [**1**] построена семантика типа Крипке логики **HC** и показано, что логика **HC** является финитно аппроксимируемой. Поскольку логика **HC** конечно аксиоматизируема, отсюда следует, что **HC** разрешима и даже PSPACE-трудна. Имеется простое погружение логики **S4** в **HC**, что, с учётом [**5**], даёт PSPACE-полноту **HC** при одной переменной сорта «высказывание». Кроме того, в **HC** погружается и интуиционистская логика **Int**, что, с учётом [**2, 6**] даёт PSPACE-полноту **HC** при двух переменных сорта «задача». Фрагмент **Int** от одной переменной полиномиально разрешим (для этого достаточно использовать решётку Ригера–Нишимуры [**7**]), но, к нашему удивлению, наличие одной переменной сорта «задача» в языке **HC** приводит к PSPACE-полному фрагменту.

Теорема. *Логика* **HC** *с одной переменной любого типа* PSPACE*-полна.*

Аналогичный результат справедлив для многих логик, близких к **HC**, и мы планируем обсудить как сами результаты, так и технику их получения.

Работа выполнена в рамках проекта «Международное академическое сотрудничество» НИУ ВШЭ.

Литература

[1] Оноприенко А. А., Семантика типа Крипке для пропозициональной логики задач и высказываний. Математический сборник, 211:5 (2020), 98–125.
[2] Рыбаков М. Н., Погружение интуиционистской логики в её фрагмент от двух переменных и сложность этого фрагмента. Логические исследования, 11:247–261, 2004.
[3] Melikhov S. A., A Galois connection between classical and intuitionistic logics. I: Syntax, 2013–2017, arXiv:1312.2575.
[4] Melikhov S. A., A Galois connection between classical and intuitionistic logics. II: Semantics, 2015–2018, arXiv:1504.03379.
[5] Halpern J. Y., The effect of bounding the number of primitive propositions and the depth of nesting on the complexity of modal logic. Artificial Intelligence, 75(2):361–372, 1995.
[6] Rybakov M. N., Complexity of intuitionistic and Visser's basic and formal logics in finitely many variables. In: Advances in Modal Logic, 6:393–411, London, 2006. College Publications.
[7] Nishimura I., On formulas of one variable in intuitionistic propositional calculus. The Journal of Symbolic Logic, 25 (4), 327–331 (1960).

МГУ, НИУ ВШЭ, Москва (Россия)
E-mail: ansidiana@yandex.ru
ВШМ МФТИ и НИУ ВШЭ, г.Москва; ТвГУ, г.Тверь (Россия)
E-mail: m_rybakov@mail.ru

Неразрешимые фрагменты расширений предикатной логики Гёделя–Дамметта

М. Н. Рыбаков, Д. А. Серова

Предикатная логика Гёделя–Дамметта **QLC** получается добавлением к интуиционистской предикатной логике **QInt** аксиомы линейности $(p \to q) \vee (q \to p)$. Она лежит между логикой слабого закона исключённого третьего **QKC** и классической логикой предикатов **QCl**, а также является «суперинтуиционистским» фрагментом модальной предикатной логики **QS4.3**.

Известно, что фрагмент **QLC** в языке с одной переменной разрешим, а в языке с тремя переменными неразрешим. При этом логика **QCl** в языке с двумя переменными разрешима, а **QInt**, **QKC** и **QS4.3** — нет [**3**]. Вопрос о разрешимости фрагмента **QLC** в языке с двумя переменными долгое время был открыт [**2**], но недавно был решён первым автором [**1**]. Доказательство использует бесконечно много предикатных букв, и при его обсуждении Л. Д. Беклемишев поставил вопрос о возможности уменьшения их числа.

Неразрешимость **QInt**, **QKC** и **QS4.3** при двух переменных доказана для языков с одной-двумя унарными предикатными буквами [**4, 5**]. Но соответствующие методы оказались неприменимы к **QLC**, и ответ на поставленный вопрос потребовал отдельных исследований. Приведём один из полученных результатов.

Теорема. *Логика* **QLC** *неразрешима в языке с двумя предметными переменными и двумя бирнарными предикатными буквами.*

Этот результат был обобщён на бесконечный класс расширений логики **QLC**, включая логики, содержащиеся в логике шкалы Крипке, миры которой упорядочены как натуральные числа. При этом появились новые вопросы и гипотезы; мы планируем сформулировать и обсудить их.

Работа выполнена в рамках проекта «Международное академическое сотрудничество» НИУ ВШЭ.

Литература

[1] Рыбаков М. Н., Неразрешимость логики QLC в языке с двумя предметными переменными. IV Конференция математических центров России. Сборник тезисов, 2024, 151–152.

[2] Caicedo X., Metcalfe G., Rodríguez R., Tuyt O. One-variable fragments of intermediate logics over linear frames. Information and Computation, 287, 2022.

[3] Kontchakov R., Kurucz A., Zakharyaschev M., Undecidability of first-order intuitionistic and modal logics with two variables. Bulletin of Symbolic Logic, 11(3):428–438, 2005.

[4] Rybakov M., Shkatov D., Undecidability of first-order modal and intuitionistic logics with two variables and one monadic predicate letter. Studia Logica, 107(4):695–717, 2019.

[5] Rybakov M., Shkatov D., Algorithmic properties of QK4.3 and QS4.3. Cornell University, arXiv:2307.02800, 2023, 6 pp.

ВШМ МФТИ и НИУ ВШЭ, г.Москва; ТвГУ, г.Тверь (Россия)
E-mail: m_rybakov@mail.ru
ТвГУ, г.Тверь (Россия)
E-mail: dashaserova180120@mail.ru

Построение базиса допустимых правил табличной Grz-логики

В. В. Римацкий

Задание базовых правил вывода имеет фундаментальное значение для логики. Наиболее общим вариантом возможных (совместимых с заданной логикой) правил вывода являются допустимые правила вывода. Для широкого класса логик (включая большинство базовых и некоторые табличные логики) явный базис допустимых правил был получен в нач. 2000-х в работах Рыбакова, Ерабека, Иемхофф, Римацкого и др. Наличие слабого свойства ко-накрытий (extension property) и дизъюнктивного свойства логики были ключевыми при доказательстве этих результатов.

Табличные логики (т.е. логики, порожденные конечной алгеброй) расположены в верхней части решетки расширений логики $S4$ или Int. Т.е. такие логики являются наиболее 'сильными' среди расширений логики $S4(Int)$. Казалось бы, задача описания (построения) явного базиса для допустимых правил табличных расширений $S4$ должна быть проще. Однако, табличные логики (как правило) не имеют слабого свойства конакрытий или дизъюнктивного свойства. Автору известно положительное решение этой задачи лишь для некоторых классов табличных логик: логики ширины или глубины 2, K-насыщенные логики, логики со слабым свойством ко-накрытий.

Мы исследуем правила вывода, допустимые в произвольной табличной логике L, расширяющей логику Grz. А именно, по произвольному конечному фрейму, адекватному логике L, строится конечная модель специального вида, элементы которой формульные. С использованием этих формул определяются правила вывода специального вида. Для определенной совокупности данных правил доказано, что она образует базис для допустимых правил вывода данной табличной логики L (т.е. допустимы в ней и любое правило, допустимое в L, также выводится из совокупности заданных правил).

Основой результат заключается в следующем:

Теорема. *Определенная совокупность правил вывода образует базис допустимых правил вывода для произвольной табличной логики над логикой Grz.*

Исследование было поддержано Российским Научным Фондом (проект № 23-21-00213).

Сибирский Федеральный Университет, Красноярск (Россия)
E-mail: Gemmeny@rambler.ru

Минимальные решётки, не близкие к дистрибутивным, с собственным скелетом

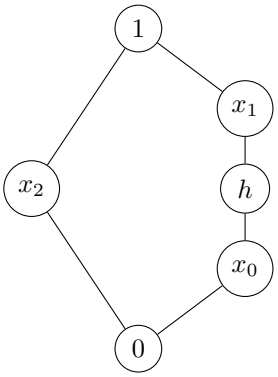
К. В. Селиванов

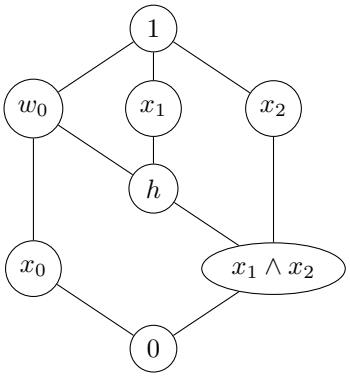
Определение. [1] *Решётка называется близкой к дистрибутивной, если для любых элементов x, y и z интервалы*

$$[(x \wedge z) \vee (y \wedge z); (x \vee y) \wedge z] \text{ и } [(x \wedge y) \vee z; (x \vee z) \wedge (y \vee z)]$$

имеют длину, не большую 1.

В [**2**] показано, что любая минимальная решётка, в классе всех решёток, не являющихся близкими к дистрибутивным(для краткости называемые *MNCD*-решётками), является 4-порождённой. Две таких решётки представлены на рисунках ниже.





Принципиальным различием между этими решётками является то, что подрешётка $< x_0, x_1, x_2 >$ для первой совпадет со всей решёткой, а для второй собственная. Подрешётку $< x_0, x_1, x_2 >$ будем называть *скелетом* решётки L. *MNCD*-решётки, не совпадающие со своим скелетом, будем назвать *решётками с собственным скелетом.* Одна из таких решёток также была приведена в [**3**]. О том какие вообще могут быть такие решётки говорит следующая теорема

Теорема. *Существует ровно 31 MNCD-решётка с собственным скелетом.*

Литература

[1] Гейн А.Г., Маслинцын И.Д., Маслинцына К.Э., Селиванов К.В., О 3-порождённых решетках, близких к дистрибутивным, Алгебра и логика, 62, № 4, 2023, 504 – 523.

[2] Гейн А.Г., Селиванов К.В., Минимальные решётки, не близкие к дистрибутивным // Международная алгебраическая конференция «Мальцевские чтения»: Тезисы докл. Новосибирск, 14–19 ноября 2022 г. Новосибирск: ИМ СО РАН, 2022, с. 157.

[3] Гейн А.Г., Селиванов К.В., Минимальные решётки, не близкие к дистрибутивным // Международная алгебраическая конференция «Мальцевские чтения»: Тезисы докл. Новосибирск, 13–17 ноября 2023 г. Новосибирск: ИМ СО РАН, 2023, с. 93.

Уральский Федеральный Университет, Екатеринбург (Россия)
E-mail: ckirill2000@mail.ru

Ранги планарности многообразий, порожденных не идемпотентными и не перестановочными полугруппами четвертого порядка

Д. В. Соломатин

Понятие ранга планарности для полугрупповых многообразий было предложено профессором Л.М. Мартыновым в начале 10-х годов XXI столетия. Это понятие связано с возможностью плоской укладки графа Кэли свободной полугруппы данного многообразия. Назовём натуральное число $r_\pi(\mathbf{V})$ рангом планарности многообразия $\mathbf{V} = \mathrm{var}\{\sigma\}$, порожденного системой тождеств σ, если и только если свободная $r_\pi(\mathbf{V})$-порожденная полугруппа многообразия $\mathbf{V}$ допускает планарный правый граф Кэли, а $(r_\pi(\mathbf{V}) + 1)$-порожденная полугруппа многообразия $\mathbf{V}$ не допускает планарный правый граф Кэли. Если такого натурального числа не существует, то пишем $r_\pi(\mathbf{V}) = \infty$. В [**1**, С.70] перечислены все 9 полугрупповых многообразий с точностью до изоморфизма или антиизоморфизма порожденных не идемпотентными и не перестановочными полугруппами четвертого порядка, они имеют возможные конечные базисы тождеств от двух переменных. Ранги планарности каждого из этих многообразий вычислены в следующей теореме.

Теорема. *Пусть* $m_1 = \{xyx = x^2y = xy^2 = xy\}$, $m_2 = \{x^2y = xy, xy^2 = xyx\}$,
$m_3 = \{x^2 = x^3, xyx = x^2yx = xy^2x = xyx^2 = xyxy = x^2y^2 = yxy\}$,
$m_4 = \{x^2 = x^3, xyx = x^2yx = xy^2x = xyx^2 = xyxy = yxy\}$,
$m_5 = \{x^2 = x^3, xyx = yx^2, x^2y^2 = y^2x^2\}$,
$m_6 = \{xy = xy^2, xyx = x^2y\}$, $m_7 = \{x^2 = x^3, xyx = x^2y\}$,
$m_8 = \{x = x^3, xyx = x^2y\}$, $m_9 = \{x = x^3, xyx^2 = xy, xy^2x = xyxy\}$.

Для каждого $1 \leq i \leq 9$ *через* $\overleftarrow{m_i}$ *обозначим систему тождеств, каждое тождество которой получается из тождества* $u = v$ *системы* m_i *путём замены слов* u *и* v *на слова записанные в обратной последовательности букв исходного слова.*

Тогда, $r_\pi(\mathrm{var}\{m_1\}) = \infty$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_1}\}) = 2$, $r_\pi(\mathrm{var}\{m_2\}) = \infty$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_2}\}) = 2$,
$r_\pi(\mathrm{var}\{m_3\}) = 2$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_3}\}) = 2$, $r_\pi(\mathrm{var}\{m_4\}) = 2$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_4}\}) = 2$,
$r_\pi(\mathrm{var}\{m_5\}) = 2$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_5}\}) = 2$, $r_\pi(\mathrm{var}\{m_6\}) = \infty$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_6}\}) = 2$,
$r_\pi(\mathrm{var}\{m_7\}) = 3$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_7}\}) = 2$, $r_\pi(\mathrm{var}\{m_8\}) = 3$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_8}\}) = 1$,
$r_\pi(\mathrm{var}\{m_9\}) = 3$, $r_\pi(\mathrm{var}\{\overleftarrow{m_9}\}) = 2$.

Планарные относительно наибольшего числа неразложимых образующих графы Кэли рассмотренных в теореме полугрупп представлены в [**2**].

Литература

[1] Edmunds C., Varieties generated by semigroups of order four. Semigroup Forum, 1980, Vol. 21, 67–81.
[2] Соломатин Д.В., Графы Кэли полугрупп // Кружок «Мир математики» на образовательном портале «Школа ОмГПУ». URL: https://school.omgpu.ru/course/view.php?id=2219 (дата обращения: 22.09.2024)

Омский государственный педагогический университет, Омск (Россия)
E-mail: solomatin_dv@omgpu.ru

Об аксиоматизации классов нечетких моделей

Г. Э. Яхъяева

Понятие нечеткой модели является консервативным расширением понятия модели в классической теории моделей, т.е. множество формул, истинных на всех нечетких моделях, совпадает с множеством тождественно истинных формул. Это является главным преимуществом разрабатываемого подхода перед нечеткой логикой в стиле многозначных логик (например Я.Лукасевича или Л.Заде) [**1**]. Такой подход позволяет с одной стороны работать с неполными и неточными знаниями о предметной области, а с другой стороны с соблюдением всех законов Аристотелевской логики. Достигается это за счет отказа от принципа функциональности рассматриваемой логики, т.е. значения истинности сложных формул функционально не зависят от значений истинности атомарных формул [**2**].

Определение. *Тройку* $\mathfrak{A}_\mu = \langle A, \sigma, \mu\rangle$ *будем называть* ***нечеткой моделью****, если истинностная функция* $\mu : S(\sigma_A) \to [0,1]$ *является нечеткой мерой, определенной на алгебре Линденбаума-Тарского* $S(\sigma_A)_{/\sim}$.

Через $\wp([0;1])$ обозначим множество всех подмножеств интервала $[0;1]$. Отображение $\eta : S(\sigma_A) \to \wp([0;1])$ назовем **означиванием** множества предложений сигнатуры σ_A. Будем говорить, что класс нечетких моделей $\mathbb{K}_\eta \subseteq \mathbb{K}(A,\sigma)$ **порожден** означиванием η, если

$$\mathbb{K}_\eta = \{\mathfrak{A}_\mu = \langle A, \sigma, \mu\rangle |\ \textit{модель } \mathfrak{A}_\mu \textit{ согласованна с означиванием } \eta\}.$$

Будем говорить, что означивание $\eta_{\mathbb{K}} : S(\sigma_A) \to \wp([0;1])$ **порождено** классом $\mathbb{K}$, если для любого $\varphi \in S(\sigma_A)$ имеем $\eta_{\mathbb{K}}(\varphi) = \{\mu(\varphi) | \mathfrak{A}_\mu \in \mathbb{K}\}$. Если для любого $\varphi \in S(\sigma_A)$ множество $\eta_{\mathbb{K}}(\varphi)$ является интервалом, то класс моделей $\mathbb{K}$ будем называть **интервальным**.

Определение. *Класс нечетких моделей* $\mathbb{K}$ *назовем* ***аксиоматизированным****, если он порожден некоторым означиванием.*

Теорема. *Класс моделей* $\mathbb{K}$ *является аксиоматизированным тогда и только тогда, когда* $\mathbb{K} = \mathbb{K}_{\eta_{\mathbb{K}}}$.

Означивание η назовем **точечным**, если для любого предложения $\varphi \in S(\sigma_A)$ имеем либо $\eta(\varphi) = \emptyset$, либо $\eta(\varphi)$ является одноэлементным множеством, т.е. числом из интервала $[0;1]$. Точечные означивания можно интерпретировать как субъективные оценки эксперта событий данной предметной области [**3, 4**].

Теорема. *Класс моделей, порожденный точечным означиванием является аксиоматизируемым интервальным классом нечетких моделей.*

Зачастую, при формализации некоторой системы необходимо также учитывать и среду, в которой находится данная система, и с которой она неизбежно взаимодействует. В этом случае в нечеткую модель необходимо включать формализацию знаний не только о самой системе, но и о среде, в которой она обитает [**5**]. Саму же систему можно рассматривать как подмодель полной модели.

Пусть $B \subseteq A$. Рассмотрим случай, когда сигнатура σ является чисто предикатной. Тогда нечеткая модель $\mathfrak{B}_{\mu_1} = \langle B, \sigma, \mu_1\rangle$ является **подмоделью** нечеткой модели $\mathfrak{A}_{\mu_2} = \langle A, \sigma, \mu_2\rangle$, если для любого бескванторного предложения $\varphi \in S(\sigma_B)$ имеет место $\mu_1(\varphi) = \mu_2(\varphi)$.

Теорема. *Класс моделей, порожденный подмоделью (т.е. класс всех надмоделей заданной нечеткой модели) является аксиоматизируемым интервальным классом нечетких моделей.*

Литература

[1] Palchunov D., Yakhyaeva G. Fuzzy logics and fuzzy model theory. Algebra and Logic, vol. 54, no. 1, 2015, pp. 74-80.

[2] Palchunov D., Yakhyaeva G. Representation of Knowledge Using Different Structures of Concepts. CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2729, pp. 69–74.

[3] Яхъяева Г.Э., Ясинская О.В. Методы согласования знаний по компьютерной безопасности, извлеченных из различных документов. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2013. Т. 11, вып. 3. с. 63–73.

[4] Yakhyaeva G.E. Application of Boolean Valued and Fuzzy Model Theory for Knowledge Base Development. SIBIRCON 2019 - International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, Proceedings, 2019, pp. 868–871.

[5] Yakhyaeva G.E. On the Local Coordination of Fuzzy Valuations. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2023, vol. 46, pp. 130-144.

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск
E-mail: gul_nara@mail.ru

On modal companions for $\mathbf{N4}^{\perp}$-extensions

D. M. Anishchenko

Odintsov and Wansing [**1**] introduced an analog T_B of Gödel-Tarski translation T, which faithfully embeds paraconsistent Nelson's logic $\mathbf{N4}^{\perp}$ with strong negation $\sim$ into logic **BS4**, the Belnapian analog of normal modal logic **S4**. Notice that the restriction of T_B to $\sim$-free fragment of the language coincides with T.

Modal companions for $\mathbf{N4}^{\perp}$-extensions (see [**2**]) are defined in a similar way to modal companions of superintuitionistic logics, but as extensions of **BS4** and utilizing translation T_B instead of Gödel-Tarski translation. Notice that a logic L extending $\mathbf{N4}^{\perp}$ has a modal companion iff $\tau_B L = \mathbf{BS4} + \{T_B\chi \mid \chi \in L\}$ is its modal companion. In that case, $\tau_B L$ is the least modal companion of L.

It is known that every superintuitionistic logic has a modal companion. Earlier in [**3**], it was proved that so called *special* $\mathbf{N4}^{\perp}$-extensions have modal companions. Logics, extending $\mathbf{N3}^{\perp} = \mathbf{N4}^{\perp} + \{\neg(p \wedge \sim p)\}$, are called *explosive*, where $\neg\varphi$ abbreviates $\varphi \to \perp$.

Now we can prove more general result:

Theorem.

(1) *Let L be an extension of $\mathbf{N4}^{\perp} + \{\neg\neg(p \wedge \sim p) \leftrightarrow (p \wedge \sim p)\}$. Then L has a modal companion.*

(2) *Let L be a $\mathbf{N4}^{\perp}$-extension axiomatized in the form*

$$L = \mathbf{N4}^{\perp} + X + Y$$

where X is some set of $\sim$-free formulas and Y is some set of formulas of type $\varphi(p_1, \ldots, p_n, q_1 \vee \sim q_1, \ldots, q_m \vee \sim q_m)$, where φ is $\sim$-free formula. Then L has a modal companion.

Notice that (1) implies that each *explosive* logic has a modal companion and (2) implies the results of [**2**] and [**3**].

We demonstrate also that logic $\mathbf{N4}^{\perp} + \{(p \wedge \sim p) \to (q \vee \sim q)\}$ has no modal companion.

References

[1] Odintsov S., Wansing H. Modal logics with Belnapian truth values. Journal of Applied Non-Classical Logics, 2010, V. 20, P. 279–301.

[2] Kaushan K. Modal counterparts of Nelson's logics. Master Dissertation, Novosibirsk State University, 2019.

[3] Одинцов С. П., Вишнева А. Г. Модальные напарники специальных расширений конструктивной логики Нельсона. Мат. заметки, 2024, в печати.

Novosibirsk State University, Novosibirsk (Russia)
E-mail: d.anishchenko@g.nsu.ru

On conjunctive operations of rank 3

D. A. Bredikhin

Denote by $R\{\Omega\}$ (respectively, $R\{\Omega, \subseteq\}$) the class of all algebras (partially ordered algebras) isomorphic to the ones whose elements are binary relations and whose operations are members of Ω. We will consider algebras of relations with one binary operation, i.e., groupoids of relations. The operation $F^d(\rho_1, \rho_2) = F(\rho_2, \rho_1)$ is called *dual* to the operation F. The operation $F^i(\rho_1, \rho_2) = (F(\rho_1^{-1}, \rho_2^{-1}))^{-1}$, where $^{-1}$ is the operation of relational inverse, is called *inverted* to the operation F. We will consider binary operations on relations up to dual and inverted.

The operation is called *conjunctive* if it can be defined using a quantifier-free formula of first-order predicate logic containing only conjunctions [**1**]. We say that the conjunctive operation F has *rank* k if it can be defined by a formula containing k conjunctive members and cannot be determined by formulas with a smaller number of them. It is easy to see that the rank of binary conjunctive operations does not exceed 8. There are only 6 operations (up to dual and inverted) of rank 2 [**1**]. These are the intersection and five other operations characterized in [**1**]– [**3**]. Of these five operations, only one turned out to be associative.

There are fourteen conjunctive operations (up to dual and inverted) of rank 3. By means of a routine calculation, it was established that the number (up to dual and inverted) of associative conjunctive operations of rank 3 is four. Axiomatic descriptions for classes of groupoids with these associative operations are obtained, and bases of identities for the varieties generated by them are found. We present the results for one of these operations defined as follows:

$$\rho_1 * \rho_2 = \{(x, y) : (x, x) \in \rho_1 \wedge (x, x) \in \rho_2 \wedge (x, y) \in \rho_2\}.$$

Theorem *The class $R\{*, \subseteq\}$ form a quasi-variety and does not form a variety in the class of all partial ordered semigroups. A partially ordered semigroup $(A, \cdot, \leq)$ belongs to the class $R\{*, \subseteq\}$ if and only if it satisfies identities $x^2y = xy$ (1), $xy^2 = xy$ (2), $xyz = yxz$ (3), $xy \leq y$ (4) and quasi-identities $x \leq y^2 \wedge x \leq z^2 \Rightarrow x \leq yz$, $x \leq y \wedge x \leq yz \Rightarrow x \leq y^2$. A partially ordered semigroup $(A, \cdot, \leq)$ belongs to the variety generated by the class $R\{*, \subseteq\}$ in the class of all partial ordered semigroups if and only if it satisfies identities (1)–(4). The class $R\{*\}$ forms a variety. A semigroup $(A, \cdot)$ belongs to the class $R\{*\}$ if and only if it satisfies identities (1)–(3).*

References

[1] Bredikhin D. A., On algebras of binary relations with conjunctive operations. // Algebra Universalis, 2021, v. 82, Article 39.

[2] Bredikhin D. A., On generalized subreducts of Tarski's algebras of relations with the operation of bi-directional intersection. // Algebra Universalis, 2018, v. 79, 77-92.

[3] Bredikhin D. A., On Groupoids of Relations with One Conjunctive Operation of Rank 2. // Studia Logica, 2022, v. 110, 1137-1153.

Saratov State University, Saratov State Technical University, Saratov (Russia)
E-mail: bredikhin@mail.ru

Small monoids generating varieties with uncountably many subvarieties

S. V. Gusev

Following Jackson and Lee [**3**], a monoid is of *type* $2^{\aleph_0}$ if the variety it generates contains uncountably many subvarieties. In 2006, Jackson and McKenzie [**4**] exhibited the first finite examples of type $2^{\aleph_0}$ monoids. But since their examples are of order at least 20, it is of interest to find smaller examples.

For any word $\mathbf{w}$ over an alphabet X, let $M(\mathbf{w})$ denote the Rees quotient of the free monoid X^* modulo the ideal of all words that are not subwords of $\mathbf{w}$. One of the central examples in Jackson and Lee [**3**] is the monoid $M(abab)$ of order nine. Not only is $M(abab)$ of type $2^{\aleph_0}$, it is the smallest example among all Rees quotients of X^*. Recently, Glasson [**1**] proved that the monoid $M(abba)$ of order ten is also of type $2^{\aleph_0}$ and asked if the same holds true for the similar monoid $M(aabb)$, also of order ten. In the present work, we answer this question in the affirmative.

Theorem 1. *The monoid $M(aabb)$ is of type $2^{\aleph_0}$.*

Jackson and Lee [**3**] also exhibited two type $2^{\aleph_0}$ monoids of order six:

$$\mathcal{A}_2^1 := \langle a, b \mid aa = 0,\ aba = a,\ bab = bb = b\rangle \cup \{1\}$$

$$\text{and} \quad \mathcal{B}_2^1 := \langle a, b \mid aa = bb = 0,\ aba = a,\ bab = b\rangle \cup \{1\}.$$

Since every monoid of order five or less generates a variety with at most countably many subvarieties [**2, 5**], the monoids $\mathcal{A}_2^1$ and $\mathcal{B}_2^1$ are minimal examples of type $2^{\aleph_0}$ monoids. Therefore, it is of interest to question the existence of other minimal examples of type $2^{\aleph_0}$ monoids. Since, as can be shown, the monoid $M(aabb)$ is contained in the variety generated by the monoid

$$\mathcal{M} := \langle a, e \mid ee = e,\ aaa = ae = 0,\ eaa = aa\rangle \cup \{1\}$$

of order six, Theorem 1 implies answering this question in the affirmative.

Supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project FEUZ-2023-0022).

References

[1] Glasson, D., The Rees quotient monoid $M(abba)$ generates a variety with uncountably many subvarieties // Semigroup Forum. 2024. DOI: 10.1007/s00233-024-10463-5

[2] Gusev S. V, Li Y. X., Zhang W. T., Limit varieties of monoids satisfying a certain identity // Algebra Colloq., accepted; available at: http://arxiv.org/abs/2107.07120v2.

[3] Jackson M., Lee E. W. H., Monoid varieties with extreme properties // Trans. Amer. Math. Soc. 2018. Vol. 370, P. 4785–4812.

[4] Jackson, M., McKenzie, R., Interpreting graph colorability in finite semigroups // Int. J. Algebra Comput. 2006. Vol. 16, P. 119–140.

[5] Lee E. W. H., Zhang W. T., The smallest monoid that generates a non-Cross variety // Xiamen Daxue Xuebao Ziran Kexue Ban. 2014. Vol. 53. P. 1–4 [Chinese].

Ural Federal University, Ekaterinburg (Russia)
E-mail: sergey.gusb@gmail.com

On H-sober spaces

M. I. Kudryashova

The property of sobriety plays a central role in the studies of topological T_0-spaces In [**2**] X. Xu offered the definition of generalized sober spaces (or H-sober spaces). It turned out that many properties of sober spaces have their natural generalization for H-sober spaces. In our talk we characterize H-sober spaces as well as H-sobrifications of T_0 -spaces in terms of extensions. The following statements are our main results.

Theorem 1. [**4**] *Let H be an I -system. For a T_0-space $\mathbb{X}$, the following conditions are equivalent.*

(1) *$\mathbb{X}$ is H-sober.*
(2) *If $\mathbb{Y}_0$ is an H^*-basis of $\mathbb{Y}$ then each continuous function $f_0\colon \mathbb{Y}_0 \to \mathbb{X}$ has a [unique] extension to a continuous function $f\colon \mathbb{Y} \to \mathbb{X}$.*
(3) *If $\mathbb{X} \leq \mathbb{Y}$ and $\mathbb{X}$ is an H^*-basis [H^d-basis, H-basis] of $\mathbb{Y}$ then $\mathbb{X} = \mathbb{Y}$.*
(4) *$\mathbb{X}$ is H^d-sober.*

Theorem 2. [**4**] *The following conditions are equivalent for T_0-spaces $\mathbb{X}$ and $\mathbb{Y}$ and for an I-system H.*

(1) *$\mathbb{Y}$ is an H-sobrification of $\mathbb{X}$; that is, $\mathbb{Y} \cong \mathbb{H}_S(\mathbb{X})$.*
(2) *$\mathbb{Y} \cong \mathbb{S}_H(\mathbb{X})$.*
(3) *$\mathbb{Y}$ is the biggest (up to homeomorphism) extension of $\mathbb{X}$ such that $\mathbb{X}$ is an H^*-basis [$(\mathsf{H}^d)^*$-basis, H^d-basis] of $\mathbb{Y}$.*
(4) *$\mathbb{Y}$ is a smallest (up to homeomorphism) extension of $\mathbb{X}$ such that $\mathbb{Y}$ is H-sober.*
(5) *$\mathbb{Y}$ is an H^d-sobrification of $\mathbb{X}$; that is, $\mathbb{Y} \cong \mathbb{H}^d_S(\mathbb{X})$.*
(6) *$\mathbb{Y}$ is a smallest (up to homeomorphism) extension of $\mathbb{X}$ such that $\mathbb{Y}$ is H^d-sober.*

Based on these results and following the approach of Yu. L. Ershov [**1**], we describe the structure of H-sobrifications of α-spaces.

Supported by the Russian Science Foundation, project no. 24-21-00075;
https://rscf.ru/project/24-21-00075/.

References

[1] Ershov Yu. L., *Topology for Discrete Mathematics*, Novosibirsk, Siberian Branch of RAS, 2020 (Russian).
[2] Xu Xiaoquan, *On H-sober spaces and H-sobrifications of T_0-spaces*, Topology Appl. 2021, v. 289, article no. 107548.
[3] Kudryashova M. I., Schwidefsky M. V., *To the theory of H-sober spaces*, Sib. Math. J. 2024, v. 65, 778–792.
[4] Kudryashova M. I., Schwidefsky M. V., *To the theory of H-sober spaces.* II, Mathematics and Theoretical Computer Science 2024, v. 2(2), 70–83.

Novosibirsk State University, Novosibirsk (Russia)
E-mail: m.kudryashova@g.nsu.ru

Multilinear modal logics with a semi-reliable information operator

N. A. Protsenko, V. V. Rybakov

In this talk we plan to describe our new results concerning multilinear modal logics with semi-reliable information operator.

Consider a countable set of states any of which has its own location in discrete time. The states are connected with each other by relations "NextTime"the latter one means that the state immediately follows after the one, they are also connected by a relation of a linear order. Each such state generates exactly N chains: We have in such choice exactly N linearly ordered sets (chains), which are situated nearby. Inside any such i-th by order chain we also have internal relation "NextTime".

The logic language consists of a countable number of propositional variables, unary time operators of the "NextTime"type N_i defined on the i-th chains and the operator N_{Ac} defined on common points of chains, unary operators of common knowledge for the i-th chain K_i and for common points of chains K^{Ac}, as well as an additional semi-reliable information operator SR_i which helps to track the reliability of information on a certain segment of the i-th chain, namely, whether there is such a state inside an infinite chain starting from which some formula will be only true or only false.

Depending on the total number of chains, different modal logics are defined in a standard way. These are all formulas true on all models and all states, such logic is called $MLinML_N$, where N is some natural number.

Theorem 1. *The logic $MLinML_N$ has strong property of finite models.*

Theorem 2. *The satisfiability problem for $MLinML_N$ is decidable, and the logic itself is decidable.*

This work was supported by the Russian Science Foundation (project No.23-21-00213).

References

[1] Protsenko N. A., Rybakov V. V., The Satisfiability Problem in Linear Multi-agent Knowledge Logic Based on N. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2024, vol. 49, pp. 124-134. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2024.49.124

Siberian Federal University, Krasnoyarsk (Russia)
E-mail: nikitaprotsenko2003@gmail.com, Vladimir_Rybakov@mail.ru

On quasi-equational bases

M. V. Schwidefsky

It was established earlier in **[1, 2]** that a quasivariety **K** of finite type contains continuum many non-profinite subquasivarieties which have no independent quasi-equational basis as well as continuum many non-profinite subquasivarieties which have a finitely partitionable independent quasi-equational basis provided that **K** contains a finite B^*-class. The following statement provides some complementary information to these results.

Theorem. *If a quasivariety* **K** *of finite type contains a finite* B^**-class then it contains continuum many subquasivarieties which do have an independent quasi-equational basis and which are not profinite.*

Supported by the Russian Science Foundation, project no. 24-21-00075.

References

[1] *Schwidefsky, M. V. The complexity of quasivariety lattices.* II, Siberian Electronic Mathematical Reports **20**:1 (2023), 501–513.

[2] *Schwidefsky, M. V. On the existence of independent quasi-equational bases.* II, Algebra and Logic, accepted for publication.

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk State University, Novosibirsk (Russia)
E-mail: m.schwidefsky@g.nsu.ru

On the decision problem for first-order logics of probability

S. O. Speranski

The present talk is concerned with two languages, denoted by $\mathscr{L}_1$ and $\mathscr{L}_2$, which are natural one-sorted fragments of the 'first-order' languages studied in [**1**]. Briefly, $\mathscr{L}_1$ and $\mathscr{L}_1$ are obtained from the languages of Sections 2 and 3 in [**1**] by:

i. excluding quantifiers over reals, while keeping those over elements of the domain, which are more significant;
ii. requiring that μ can only be applied to quantifier-free first-order formulas.

In particular, (ii) implies that no nested occurrences of μ are allowed.

To give more details, let ς be a (first-order) signature. By a *basic* $\mathscr{L}_1(\varsigma)$*-formula* we mean an expression of the form

$$f\left(\mu_{\vec{x}_1}(\phi_1), \ldots, \mu_{\vec{x}_m}(\phi_m)\right) \leqslant g\left(\mu_{\vec{x}_{m+1}}(\phi_{m+1}), \ldots, \mu_{\vec{x}_{m+n}}(\phi_{m+n})\right)$$

where f, g are polynomials with coefficients in $\mathbb{Z}$, $\phi_1, \ldots, \phi_{m+n}$ are quantifier-free first-order ς-formulas, and $\vec{x}_1, \ldots, \vec{x}_{m+n}$ are tuples of individual variables. Then the $\mathscr{L}_2(\varsigma)$*-formulas* are built up from the basic $\mathscr{L}_2(\varsigma)$-formulas in the obvious way (as in classical first-order logic). The $\mathscr{L}_2(\varsigma)$-formulas are built up exactly as in $\mathscr{L}_1(\varsigma)$, except that we use μ instead of $\mu_{\vec{x}}$ throughout. Semantically, $\mathscr{L}_1$ utilizes probability distributions on the domain, while $\mathscr{L}_2$ uses external distributions on additional sets of possible worlds, each of which can be identified with a first-order structure.

It turns out that for each $i \in \{1, 2\}$ and any sufficiently rich ς, the minimal undecidable prefix fragment of $\mathscr{L}_i(\varsigma)$ is Σ_2 — so the maximal decidable one is Π_2. Here 'sufficiently rich' agrees perfectly with the richness conditions in [**1**].

References

[1] Abadi, M. and Halpern, J. Y. (1994). Decidability and expressiveness for first-order logics of probability, *Information and Computation* **112** (1), 1–36.

Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow (Russia)
E-mail: katze.tail@gmail.com

On the connection between the theories of automata in varieties, algebras with operators, and acts over semigroups

V. L. Usol'tsev

An automaton is an three-sorted algebraic system $\langle A, X, B, \circ, * \rangle$ with two binary operations $\circ : A \times X \to A$ and $* : A \times X \to B$. A semiautomaton is an algebraic system $\langle A, X, \circ \rangle$ with a binary operation $\circ : A \times X \to A$. Let V be a variety of algebras of signature Ω. An automaton in the variety V (see [**1**]) is an automaton $\langle \boldsymbol{A}, X, \boldsymbol{B}, \circ, * \rangle$, where $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{B}$ are algebras from V, and maps $a \mapsto a \circ x$, $a \mapsto a * x$, where $x \in X$, $a \in A$, are homomorphisms of signature Ω. An universal algebra $\langle A, \Omega \rangle$ is called an algebra with operators, if $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, where $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$, the part $\Omega_1 \neq \emptyset$ may contain arbitrary operations, and the part Ω_2 contains unary operations (called operators) that act as endomorphisms with respect to all operations from Ω_1. An act over a semigroup S is a set X on which the action of the semigroup S is defined.

Theorem 1. *Let V be a variety of algebras of signature Ω. Each semiautomaton $\mathcal{A}$ in the variety V uniquely corresponds to the algebra with operators $\mathbb{B}_{\mathcal{A}}$ of signature $\Omega \cup F$, where F is a suitable set of operators, and each algebra $\mathbb{B}$ with operators uniquely corresponds to the semiautomaton $\mathcal{A}_{\mathbb{B}}$ in the variety V. The following statements are true:*
(1) a subset Y of the set A of states of a semiautomaton $\mathcal{A}$ in the variety V is a subautomaton of $\mathcal{A}$ iff Y is a subalgebra of the algebra $\mathbb{B}_{\mathcal{A}}$ with operators;
(2) the set of all congruences of the semiautomaton $\mathcal{A}$ in the variety V coincides with the set of all congruences of the algebra $\mathbb{B}_{\mathcal{A}}$ with operators;
(3) let $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$ be semiautomata in V, and $\mathbb{B}_{\mathcal{C}}$, $\mathbb{B}_{\mathcal{D}}$ be the corresponding algebras with operators; then the set $Hom(\mathcal{C}, \mathcal{D})$ of all homomorphisms from $\mathcal{C}$ to $\mathcal{D}$ coincides with the set $Hom(\mathbb{B}_{\mathcal{C}}, \mathbb{B}_{\mathcal{D}})$ of all homomorphisms from $\mathbb{B}_{\mathcal{C}}$ to $\mathbb{B}_{\mathcal{D}}$.

By an act $\boldsymbol{A}_S$ in a variety V of signature Ω over a semigroup S we mean an algebra $\boldsymbol{A} = \langle A, \Omega \rangle$ from V if A is also an act over S such that the map $\varphi : A \to A$, defined as $\varphi(a) = as$ for $a \in A$, $s \in S$, is a homomorphism of the algebra $\langle A, \Omega \rangle$.

Theorem 2. *Let V be a variety of algebras of signature Ω. Each semiautomaton $\mathcal{A}$ in the variety V uniquely corresponds to the act $\mathbf{A}_S$ in the variety V over a suitable semigroup S, and each act $\mathbf{B}_S$ in the variety V over a semigroup S uniquely corresponds to the semiautomaton $\mathcal{A}_B$ in the variety V. Statements similar to those listed in Theorem 1 are also true.*

References

[1] Plotkin B. I., Greenglaz L. Ja., Gvaramija A. A., *Algebraic Structures in Automata and Database Theory*. Series on Soviet and East European Mathematics: Vol. 13, Singapore, World Scientific, 1992.

Volgograd State Socio-Pedagogical University, Volgograd (Russia)
E-mail: usl2004@mail.ru

IV. Секция «Теория вычислимости»

Критерии полноты для сводимостей табличного типа

Р. Р. Багавиев

Известно (см. **[1, 2, 3]**), что для вычислимо перечислимого множества A следующие условия эквивалентны m-полноте:

(1) $(\exists$ вычислимая $f)(\forall x)[W_x \subseteq \overline{A} \to f(x) \in \overline{A} \cap \overline{W_x}]$,
(2) $(\exists$ вычислимая $f)(\forall x)[\overline{A} \subseteq W_x \to f(x) \in A \cap W_x]$,
(3) $(\exists$ вычислимая $f)(\forall x)[f(x) \in A \leftrightarrow f(x) \in W_x]$,
(4) $(\exists f \leq_m A)(\forall x)[W_{f(x)} \neq W_x]$ (критерий полноты Арсланова),
(5) $A \equiv \mathrm{mj}(\emptyset)$, где mj – m-скачок Ершова.

Модифицируя пп. 1–4, можно сформулировать аналогичные условия для сводимостей табличного типа **[4]**, занимающих промежуточное положение между m- и tt-сводимостями. Доклад посвящён связи этих модифицированных условий с полными относительно сводимостей табличного типа множествами. Будет дан обзор известных и полученных недавно результатов. В частности, будет показано, как с помощью нумераций множеств из уровней иерархии Ершова можно установить связь полноты с модифицированными условиями пп. 1–3. Также в докладе будет предложено обобщение оператора скачка не только на сводимости табличного типа, но и на сводимости первого порядка **[5]**. Наконец, будут рассмотрены вопросы, связанные с условиями, аналогичными пп. 1–4, но для конечных уровней иерархии Ершова.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект №23-21-00181) и выполнена в рамках реализации программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа (соглашение №075-02-2023-944).

Литература

[1] Odifreddi P., Classical recursion theory: the theory of functions and sets of natural numbers. New York, Elsevier Science Pub. Co., 1989.
[2] Арсланов М. М., Критерии полноты для одного класса сводимостей. *Изв. вузов. Матем.*, **66**: 10 (2022), 73–78.
[3] Ершов Ю. Л., Об одной иерархии множеств. III. *Алгебра и логика*, **9**: 1 (1970), 34–51.
[4] Дёгтев А. Н., Рекурсивно перечислимые множества и сводимости табличного типа. Москва, Наука: Физматлит, 1998.
[5] Соловьёв В. Д., Некоторые обобщения понятий сводимости и креативности. *Изв. вузов. Матем.*, **20**: 3 (1976), 65–72.

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань
E-mail: ramilbagaviev@mail.ru

Примитивно рекурсивные степени и пунктуальная категоричность алгебраических структур

Н. А. Баженов, И. Ш. Калимуллин

В докладе будет продолжено изучение степеней пунктуальной категоричности алгебраических структур относительно примитивно рекурсивной сводимости $\leq_{PR}$, начатое в работе [**1**].

Теорема. ([**1**]). *Если график функции f примитивно рекурсивен, то существует пунктуальная алгебраическая структура, являющаяся g-пунктуально категоричной в том и только в том случае, когда $f \leq_{PR} g$.*

Доказательство этой теоремы невозможно распространить на случай произвольной вычислимой функции f, даже если эта функция $\{0,1\}$-значна, то есть является характеристической функцией некоторого множества. Более того, того возникает вопрос о справедливости этой теоремы хотя бы для одного не примитивно рекурсивного множества.

Естественным примером такого рода мог бы послужить слабый скачок $\emptyset'_w = \{\langle m, n\rangle \mid m \in P_n\}$, где P_n — n-е примитивно рекурсивное множество относительно гёделевой нумерации, однако вторым из соавторов совместно с А.А. Курмачевой установлен лишь слабый более вариант утверждения из первой теоремы.

Теорема. (И.Ш. Калимуллин, А.А. Курмачева). *Существует $\emptyset'_w$-пунктуально категоричная алгебраическая структура, являющаяся g-пунктуально категоричной лишь только в том случае, когда $\emptyset''_w \leq_{PR} g'_w$.*

Кроме того, установлено, что первую теорему невозможно распространить на вычислимо перечислимые множества.

Теорема. (Н.А. Баженов, И.Ш. Калимуллин). *Существует невычислимое вычислимо перечислимое множество X такое, что каждая X-пунктуально категоричная алгебраическая структура является пунктуально категоричной.*

Литература

[1] И. Ш. Калимуллин, А. Г. Мельников, К. М. Нг, Различные версии категоричности без задержек, Алгебра и логика, 56:2 (2017), 256–266.

ИМ СО РАН (Новосибирск), КФУ (Казань)
E-mail: nickbazh@yandex.ru, ikalimul@gmail.com

Элементарная вложимость для простых и насыщенных моделей относительно сводимости по Вайрауху

Н. А. Баженов, М. И. Марчук, М. Фьори-Каронес

В рамках рассматриваемого подхода [**1**] математические проблемы задаются как многозначные функции $F :\subseteq X \rightrightarrows Y$. Элемент $p \in \mathrm{dom}(F)$ называют *примером* (instance) проблемы F. Произвольный элемент $q \in F(p)$ называют *решением* (solution) проблемы F на примере p.

Пусть $F, G :\subseteq \omega^\omega \rightrightarrows \omega^\omega$ — это многозначные функции. Говорят, что F *сильно сводится по Вайрауху* к G (обозначается через $F \leq_{sW} G$), если существуют тьюринговы функционалы $\Phi, \Psi :\subseteq \omega^\omega \to \omega^\omega$, такие что:

- $\Phi(p) \in \mathrm{dom}(G)$ для любого $p \in \mathrm{dom}(F)$,
- $\Psi(q) \in F(p)$ для любых $p \in \mathrm{dom}(F)$ и $q \in G(\Phi(p))$.

Одной из классических математических проблем в решетке Вайрауха является проблема *lim*. *Предельным отображением* (limit map) называется функция $\lim :\subseteq \omega^\omega \to \omega^\omega$ такая, что:

- $\lim(p) = \lim_{i\to\infty} p^{[i]}$, если существует предел $\lim_{i\to\infty} p^{[i]}$,
- $\lim(p)$ не определено в противном случае.

Определим следующие теоретико-модельные проблемы:

(i) $\mathrm{ElEm}(\mathrm{prime}, \mathrm{any})$:
- Пример проблемы (instance) или входные данные (input): полные диаграммы счётных моделей $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$, такие что $\mathcal{M} \equiv \mathcal{N}$ и при этом модель $\mathcal{M}$ является простой.
- Решение (solution): элементарное вложение $\theta\colon \mathcal{M} \to \mathcal{N}$.

(ii) $\mathrm{ElEm}(\mathrm{any}, \mathrm{sat})$:
- Пример проблемы: полные диаграммы счётных моделей $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$, такие что $\mathcal{M} \equiv \mathcal{N}$ и при этом модель $\mathcal{N}$ является счётно-насыщенной.
- Решение: элементарное вложение $\theta\colon \mathcal{M} \to \mathcal{N}$.

Был получен следующий результат.

Теорема.
$\mathrm{ElEm}(\mathrm{prime}, \mathrm{any}) \equiv_{\mathrm{sW}} \mathrm{ElEm}(\mathrm{any}, \mathrm{sat}) \equiv_{\mathrm{sW}} \lim$

Литература

[1] *Brattka V., Gherardi G., Pauly A.* Weihrauch complexity in computable analysis. In: Brattka, V., Hertling, P. (eds) Handbook of Computability and Complexity in Analysis. Theory and Applications of Computability. Springer, 2021, P. 367–417.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск; Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: bazhenov@math.nsc.ru, margaretmarchuk@gmail.com, marta.fioricarones@outlook.it

Представления групп над локально негативными эквивалентностями

М. В. Зубков, Ф. Н. Ибрагимов, М. М. Ямалеев

Отношение эквивалентности называется негативным, если множество пар неэквивалентных элементов вычислимо перечислимо. Отношение эквивалентности называется позитивным, если множество пар эквивалентных элементов вычислимо перечислимо. Структура A называется представимой над отношением эквивалентности E, если существует структура B такая, что B/E изоморфна A. В настоящее время вопросы представимости алгебраических систем над положительными и отрицательными отношениями эквивалентности активно изучаются как в теории вычислимости, так и в теоретической информатике [**1, 2, 3, 4, 5**].

Над любой негативной эквивалентностью, в отличие от позитивной, можно реализовать очень богатые классы систем.

Отношение эквивалентности называется локально негативным, если оно содержит хотя бы один класс, являющийся ко-вычислимо перечислимым множеством.

Легко видеть, что если абелева группа представима над локально негативным отношением эквивалентности, то каждый класс данного отношения эквивалентности является ко-вычислимо перечислимым. Известно, что если трансляционно полная алгебра представима над локально негативным отношением эквивалентности, то отношение эквивалентности негативно. Мы покажем, что для групп это неверно, а именно, существует вычислимая группа, которая представима над локально негативным, но не негативным отношением эквивалентности. Более того, эта группа изоморфна группе целых чисел по сложению.

Литература

[1] Kasymov, N. Kh. "Algebras over negative equivalences."Algebra and Logic 33.1 (1994): 46-48.
[2] Fokina E., Khoussainov B., Semukhin P., and Turetskiy D. Linear orders realized by C.E. equivalence relations, J. Symb. Logic 81 (2), 463–482 (2016).
[3] Kasymov, N. Kh, and Andrei Sergeevich Morozov. "Definability of linear orders over negative equivalences."Algebra and logic 55.1 (2016): 24-37.
[4] Kasymov, N. Kh, R. N. Dadazhanov, and S. K. Djavliev. "Structures of degrees of negative representations of linear orders."Russian Mathematics 65.12 (2021): 27-46.
[5] Bazhenov, Nikolay, and Maxim Zubkov. "Well-Orders Realized by CE Equivalence Relations."Conference on Computability in Europe. Springer, Cham, 2022.

КФУ, Казань; Национальный университет Узбекистана, Ташкент; КФУ, Казань
E-mail: maxim.zubkov@kpfu.ru, farkh-i@yandex.com, marsiam2@yandex.ru

О свойствах вычислимых булевых алгебр с выделенными подалгебрами

В. С. Исаков

В 2002 году Д. Р. Хиршфельдт, Б. М. Хусаинов, Р. А. Шор, и А. М. Слинько [**1**] предложили способ, как находить примеры структур с заданными теоретико-вычислимыми свойствами по уже известным структурам с такими свойствами. В частности, для классов структур было введено понятие полноты относительно спектра степеней нетривиальных структур и отношений, вычислимых размерностей и расширения константами. Классы структур, обладающие такой полнотой, называют, для краткости, *$HKSS$–полными*.

Известно, что класс булевых алгебр не является *$HKSS$–полным*. С. С. Гончаров и В. Д. Дзгоев [**2**] доказали, что вычислимая размерность вычислимой булевой алгебры $\mathcal{B}$ равна либо 1, либо ∞, что не наблюдается у *$HKSS$–полных* классов. В 2012 г. Б. М. Хусаинов и Т. С. Ковальски [**3**] поставили вопрос: как сигнатурное обогащение булевых алгебр влияет на их теоретико-вычислимые свойства?

В докладе будет представлен результат об *$HKSS$–полноте* класса булевых алгебр с четырьмя выделенными подалгебрами и выделенным множеством атомов.

Литература

[1] Hirschfeldt DR, Khoussainov B, Shore RA, Slinko AM. Degree Spectra and Computable Dimensions in Algebraic Structures. Annals of Pure and Applied Logic, 2002. **115**(1–3):71–113.

[2] Гончаров С.С., Дзгоев В.Д. Автоустойчивость моделей. Алгебра и логика, 1980. **19**(1):45–58.

[3] Khoussainov B, Kowalski T. Computable Isomorphisms of Boolean Algebras with Operators. Studia Logica, 2012. **100**(3):481–496.

Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск
E-mail: v.isakov@g.nsu.ru

Мощности полурешеток Роджерса семейств иерархии Ершова

Б. С. Калмурзаев, Н. А. Баженов, К.М. Нг, С. А. Бадаев, С. С. Гончаров

Полурешетка Роджерса — классический объект исследования теории нумераций. Самым тривиальным элементарным различием полурешеток Роджерса является их мощность. Из классической теоремы Хуторецкого следует, что мощность полурешеток Роджерса для семейств в.п. множеств либо равна 1, либо бесконечна.

Теорема [1]. *Пусть S — семейство в.п. множеств, и ν, μ — вычислимые нумерации семейства S. Если $\mu \not\leq \nu$, тогда существует вычислимая нумерация π семейства S, такая, что $\pi \not\leq \nu$ и $\mu \not\leq \pi \oplus \nu$.*

После того, как Гончаров и Сорби предложили обобщение полурешеток Роджерса в **[2]**, интерес к исследованию полурешеток Роджерса в различных иерархиях возрос. Самыми интересными стали полурешетки Роджерса в иерархии Ершова. К примеру, начиная со второго уровня иерархии Ершова, аналог теоремы Хуторецкого не работает **[3]**. К сожалению, из результата Бадаева и Лемппа не следует существование конечных не одноэлементных полурешеток Роджерса.

Доклад будет посвящён обсуждению вопросов мощности полурешеток Роджерса семейств второго уровня иерархии Ершова. Если S — семейство d-в.п. множеств, то через $\mathcal{R}_2^{-1}(S)$ обозначим полурешетку Роджерса d-в.п. нумераций семейства S.

Теорема 1. *Если S — конечное семейство d-в.п. множеств, то $|\mathcal{R}_2^{-1}(S)|$ либо равно 1, либо бесконечно.*

Теорема 2. *Если S — семейство d-в.п. множеств, и ν, μ — d-в.п. нумерации семейства S, такие, что $\mu \not\leq \nu$, и ν $\mathbf{0}'$-эквивалентно μ, тогда $|\mathcal{R}_2^{-1}(S)| = \infty$.*

На самом деле, из теоремы 2 следует, что полурешетка Роджерса d-в.п. нумераций семейства, построенного Бадаевым и Лемппом **[3]**, бесконечна.

Теорема 3. *Существует семейство S такое, что $|\mathcal{R}_2^{-1}(S)| = 2$.*

Литература

[1] A. B. Хуторецкий, О мощности верхней полурешетки вычислимых нумераций, Алгебра и логика, 1971, vol. 10, no. 5, p. 561–569.

[2] С. С. Гончаров, А. Сорби, Обобщенно-вычислимые нумерации и нетривиальные полурешетки Роджерса, Алгебра и логика, 1997, vol. 36, no. 6, p. 621–641.

[3] S. A. Badaev, S. Lempp, A decomposition of the Rogers semilattice of the family of d.c.e. sets, The Journal of Symbolic Logic, 2009, vol. 74, no. 2, p. 618–640.

Казахстанско-Британский Технический Университет, Алматы
E-mail: birzhan.kalmurzayev@gmail.com; sbadaev@gmail.com
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: bazhenov@math.nsc.ru; s.s.goncharov@math.nsc.ru
Nanyang Technological University, Singapore
E-mail: kmng@ntu.edu.sg

О негативности эффективно невырожденных нумераций полей конечной характеристики

Н. Р. Каримова, Н. Х. Касымов

С неопределяемыми понятиями можно ознакомиться в [**1, 2**].

Нумерацией не более чем счетного множества называется всякое отображение множества натуральных чисел на это множество. Подмножество $M_0 \subseteq M$ нумерованного множества M называется ν-перечислимым, если его полный ν-прообраз (т.е. $\nu^{-1}M_0$) вычислимо перечислим. Нумерация ν множества M называется эффективно невырожденной, если существует нетривиальное ν-перечислимое подмножество множества M.

Напомним, что нумерация называется разрешимой (позитивной, негативной), если ее ядро (т.е. $\{\langle x, y\rangle \mid \nu x = \nu y\}$) вычислимо (вычислимо перечислимо, коперечислимо).

Отображение $\nu : \omega \longrightarrow F$ множества натуральных чисел ω на основное множество не более чем счетного поля $\langle F; +, \bullet, \rangle$ называется нумерацией этого поля, если существуют две такие вычислимые функции f, g, что $\nu x + \nu y = \nu f(x, y)$ и $\nu x \bullet \nu y = \nu g(x, y)$ для всех $x, y \in \omega$.

Замечание 1. *В работе* [**3**] *показано, что всякая эффективно невырожденная нумерация любого поля является негативной, хотя может не быть позитивной. Однако, при этом, неявно предполагалось, что операция аддитивного обращения также поддерживается вычислимой функцией на номерах, т.е. фактически рассматривались поля в сигнатуре* $\langle +^2, \bullet^2, -^1\rangle$.

Далее поля рассматриваются в классической кольцевой сигнатуре $\langle +^2, \bullet^2\rangle$.

Теорема 1. *Всякая эффективно невырожденная нумерация любого тела конечной характеристики является негативной.*

Следствие 1. *Всякая эффективно невырожденная нумерация любого поля конечной характеристики негативна.*

Пусть F — не более чем счетное поле, рассматриваемое в классической кольцевой сигнатуре, не содержащей символов операций, интерпретируемых в операции аддитивного обращения на F и мультипликативного обращения на $F \setminus \{0\}$.

Открытый вопрос: *Всякая ли эффективно невырожденная нумерация любого поля нулевой характеристики является негативной?*

Литература

[1] Ершов Ю. Л. *Теория нумераций.* Наука, М., 1977.
[2] Ершов Ю. Л. *Проблемы разрешимости и конструктивные модели.* Наука, М., 1980.
[3] Касымов Н. Х., Ибрагимов Ф. Н. *Отделимые нумерации тел и эффективная вложимость в них колец.* Сиб. матем. журн., 2019, 60, No. 1, 82-94.

Национальный университет Узбекистана, Ташкент
E-mail: nodirakarimova@bk.ru
Национальный университет Узбекистана, Ташкент
E-mail: nadim59@mail.ru

О логических и топологических классификациях регулярных языков на бесконечных ординальных словах

В. Н. Ореховский, В. Л. Селиванов

В докладе рассматриваются логический и топологический подходы к классификации α-языков (где $\omega < \alpha < \omega^\omega$). При топологическом подходе множество X^α снабжается канторовской топологией и рассматривается борелевская иерархия $\mathbf{\Sigma}^0_n$. При логическом подходе α-слова рассматриваются как структуры подходящих сигнатур, и возникают иерархии по числу перемен кванторов предложений логики первого порядка.

ω-языки, распознаваемые автоматами Мюллера, называются ω-регулярными. Обобщением автоматов Мюллера на слова длины $\omega < \alpha < \omega^\omega$ являются автоматы Чойки [**1**]. Из теоремы Ландвебера [**2**] известно, что любой ω-регулярный язык представим в виде конечной булевой комбинации $\mathbf{\Sigma}^0_2$-языков. Первым основным результатом работы является обобщение этого результата на случай ω^n-слов: любой ω^n-регулярный язык представим в виде конечной булевой комбинации $\mathbf{\Sigma}^0_{2n}$-языков, и приведены соответствующие полные в этих уровнях языки.

Также рассматриваются тонкие иерархии ([**3**]) $\mathcal{S}_\alpha$ и $\mathbf{R}_\alpha$. Вторым основным результатом работы является описание соответствия между логическими и топологическими классификациями.

Теорема. *Для любого $\alpha < \varepsilon_0$ верно, что $\mathcal{S}_\alpha \subseteq \mathbf{R}_\alpha$ и $\mathcal{S}_\alpha \nsubseteq \check{\mathbf{R}}_\alpha$.*

Также из теоремы следует несхлопываемость иерархии $\{\mathcal{S}_\alpha\}_{\alpha<\varepsilon_0}$.

Работа поддержана грантом РНФ, проект 19-71-30002.

Литература

[1] Choueka, Y. Finite automata, definable sets, and regular expressions over ω^n-Tapes. *Journal Of Computer And System Sciences.* **17** (1978)

[2] Landweber, L. Decision Problems for ω-Automata. *Mathematical Systems Theory.* **3**, 376-384 (1969,12)

[3] Selivanov, V. Fine Hierarchies and Boolean Terms. *Journal Of Symbolic Logic.* **60**, 289-317 (1995,3)

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург
E-mail: v.orekhovskii@alumni.nsu.ru
Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург
E-mail: vseliv@yandex.ru

О полурекурсивных множествах

А. В. Селиверстов

Полурекурсивные множества определены Джокушем (Carl Groos Jockusch Jr.) в середине 1960-х [**1, 2**], а недавно они рассмотрены, например, в работе [**3**].

Множество $A \subseteq \omega$ *полурекурсивное*, если существует рекурсивная *селекторная* функция f от двух переменных, где для любых $x, y \in \omega$ выполнены условия: $f(x,y) \in \{x,y\}$ и если $x \in A$ или $y \in A$, то $f(x,y) \in A$.

Если множество A полурекурсивное с селекторной функцией $f(x,y)$, то его дополнение $\omega \backslash A$ тоже полурекурсивное с селекторной функцией $g(x,y) = f(y,x)$.

Мы предполагаем дополнительное условие: селекторная функция вычислима за полиномиальное время. Полурекурсивные множества, удовлетворяющие этому условию, также называются p-селективными (p-selective). Вообще говоря, это условие не ограничивает вычислительную сложность задачи распознавания. Но если $P \neq NP$, то полурекурсивное множество, у которого селекторная функция вычислима за полиномиальное время, не может быть NP-полным [**4, 5**].

Класс RP состоит из множеств A, распознаваемых вероятностными алгоритмами полиномиального времени с ограничением: если $x \in A$, то x допускается с вероятностью не меньшей $1/2$, иначе x допускается с вероятностью 0.

Поскольку существует вычислимая за полиномиальное время нумерация пар конечных графов, заданных матрицами смежности, задача распознавания изоморфности сводится к распознаванию некоторого множества $\mathrm{GraphIso} \subset \omega$, состоящего из номеров пар изоморфных графов.

Теорема. *Если множество* GraphIso *полурекурсивное с вычислимой за полиномиальное время селекторной функцией, то* $\mathrm{GraphIso} \in RP$.

Паре графов (G,H) сопоставим две пары графов (G',G'') и (G',H'), где графы G', G'' и H' получены независимыми случайными перестановками вершин исходных графов. Графы G' и G'' всегда изоморфны друг другу. Вход принимается, если значение селекторной функции кодирует пару (G',H').

Так же можно рассматривать задачу об изоморфизме любых конечных структур, в которых операции и отношения заданы таблицами.

Литература

[1] *C. G. Jockusch, Jr.*, Semirecursive sets, Notices Amer. Math. Soc., **12**, № 7 (1965), 816.

[2] *C. G. Jockusch, Jr.*, Semirecursive sets and positive reducibility, Trans. Amer. Math. Soc., **131** (1968), 420–436.

[3] *Н. Х. Касымов, А. С. Морозов*, Нижние полурешетки отделимых конгруэнций нумерованных алгебр, Сиб. матем. журн., **64**, № 4 (2023), 753–769.

[4] *A. L. Selman*, P-selective sets, tally languages, and the behavior of polynomial time reducibilities on NP, Math. Systems Theory, **13** (1979), 55–65.

[5] *A. L. Selman*, Reductions on NP and p-selective sets, Theoret. Compul. Sci., **19** (1982), 287–304.

Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Москва
E-mail: slvstv@iitp.ru

Полурешетки Роджерса семейств функций начальных уровней иерархии Гжегорчика

А. В. Слобожанин

Будем называть нумерацией произвольного счетного семейства $\mathcal{S}$ сюръективное отображение из множества натуральных чисел в него. На нумерациях может быть введено отношение порядка называемое сводимостью, говорим, что нумерация ν сводится к нумерации μ если существует всюду определенная функция такая, что $\nu(x) = \mu(f(x))$.

Если в качестве семейства $\mathcal{S}$ брать подмножества ω снабженных вычислимой нумерацией, в которых сводимость производиться с помощью вычислимых функций, то множество всех таких нумераций образует полурешетку с отношением порядка – сводимость. Классические результаты связанные с полурешетками Роджерса могут быть найдены в [**1**].

В своем докладе я расскажу о строении полурешеток в начальных уровнях иерархии Гжегорчика [**2**], в чем состоит отличие от больших уровней и в чем они похожи.

Литература

[1] Ершов, Ю. Л. (1977). Теория нумераций.

[2] Гжегорчик, А. "Некоторые классы рекурсивных функций."Проблемы математической логики. М.: Мир (1970): 9-49.

НГУ, новосибирск
E-mail: a.slobozhanin@g.nsu.ru

Abstract classes of algorithmic complexity

P. E. Alaev

The notation $f : A \to_p B$ means that f is a partial function from A to B, that is, $f : A_0 \to B$, where $A_0 \subseteq A$. Let Γ be a class of function of the form $f : \Sigma^* \to_p \Sigma^*$, where Σ is an arbitrary finite alphabet and Σ^* is the set of all words in Σ.

Definition 1. *We say that* Γ *is an* algorithmic class *if for every finite alphabet* Σ*, the following are true:*

1) Γ *contains every function* $f : \Sigma^* \to_p \Sigma^*$ *computable in linear time;*

2) Γ *is closed under restriction: if* $f \in \Gamma$ *and* $A \subseteq \mathrm{dom}(f)$*, then* $f|_A \in \Gamma$*;*

3) Γ *is closed under joining: if* $f, g : \Sigma^* \to_p \Sigma^*$ *are in* Γ*,* $h : \mathrm{dom}(f) \cap \mathrm{dom}(g) \to_p \Sigma^*$*, and* $h(x) = f(x)g(x)$*, then* $h \in \Gamma$*;*

4) Γ *is closed under composition with functions computable in linear time: if* $f, g : \Sigma^* \to_p \Sigma^*$*,* $f \in \Gamma$*, and* g *is computable in linear time, then* $g \circ f$ *and* $f \circ g$ *are in* Γ*.*

Natural examples are classes of functions computable in linear, quadratic, polynomial, or exponential time, primitive recursive and computable functions, as well as analogues of these classes using an oracle. In general, there are a lot of such classes.

Let $\mathscr{A} = (A, L^A)$ be a structure of a finite signature L. We say that $\mathscr{A}$ is in Γ if there exists a finite alphabet Σ such that the universe $A \subseteq \Sigma^*$, and A itself and all functions and predicates from L^A are in Γ. In short, we say that $\mathscr{A}$ is a Γ-*computable structure.*

A structure $\mathscr{A}$ is called a *quotient structure in* Γ if there exist a structure $\mathscr{A}_0$ in Γ and a congruence relation E on $\mathscr{A}_0$ in Γ such that $\mathscr{A} = \mathscr{A}_0/E$.

If $\mathscr{A}, \mathscr{B}$ are two structures in Γ, then we write that $\mathscr{A} \preccurlyeq_\Gamma \mathscr{B}$, $\mathscr{A}$ is Γ-*reducible to* $\mathscr{B}$, if there is an isomorphism $f : \mathscr{A} \to \mathscr{B}$ from Γ. We say that $\mathscr{A}$ and $\mathscr{B}$ are Γ-*isomorphic*, $\mathscr{A} \cong_\Gamma \mathscr{B}$, if there exists an isomorphism $f : \mathscr{A} \to \mathscr{B}$ such that f and f^{-1} are in Γ.

Theorem 1. *Let* Γ *be an algorithmic class and* $\mathscr{A} = (A, +)$ *be an Abelian group in* Γ*. Then there exists an Abelian group* $\mathscr{B} = (B, +, -)$ *such that* $\mathscr{A} \preccurlyeq_\Gamma (B, +)$ *and* $\mathscr{B}$ *is a quotient structure in* Γ*.*

Theorem 2. *Let* Γ *be an algorithmic class closed under composition, and let* $\mathscr{A} = (A, +, \cdot)$ *be a ring in* Γ*, not necessarily associative. Then there exists a ring* $\mathscr{B} = (B, +, \cdot, -)$ *such that* $\mathscr{A} \preccurlyeq_\Gamma (B, +, \cdot)$ *and* $\mathscr{B}$ *is a quotient structure in* Γ*.*

Theorem 3. *Let* Γ *be an algorithmic class closed under composition, and let* $\mathscr{A} = (A, +, \cdot)$ *be a field in* Γ*. Then there exists a field* $\mathscr{B} = (B, +, \cdot, -, ^{-1})$ *such that* $\mathscr{A} \preccurlyeq_\Gamma (B, +, \cdot)$ *and* $\mathscr{B}$ *is a quotient structure in* Γ*.*

Let Γ be an algorithmic class and A be a set. We say that $A \in \mathrm{NP}(\Gamma)$ if there exist a finite alphabet Σ and a polynomially bounded relation $R \subseteq (\Sigma^*)^2$ in Γ such that for every x, the equivalence $x \in A \Leftrightarrow \exists y \ R(x, y)$ holds. We say that R is a *polynomially bounded relation* if there exists a polynomial $P(n) \in \mathbb{N}[n]$ with natural coefficients such that $R(x, y) \Rightarrow |y| \leqslant P(|x|)$.

By $\mathrm{LinTime}^\Gamma$ we denote the class of all functions $f : \Sigma^* \to_p \Sigma^*$ computable in linear time with some oracle in Γ.

Theorem 4. *Suppose that* Γ *is an algorithmic class closed under composition,* $\mathrm{NP}(\Gamma) \subseteq \Gamma$*, and* $\mathrm{LinTime}^\Gamma \subseteq \Gamma$*. Then for every quotient structure* $\mathscr{A}$ *in* Γ*, there exists a structure* $\mathscr{B}$ *in* Γ *such that* $\mathscr{A} \cong_\Gamma \mathscr{B}$*.*

Corollary 1. a) *Let* $\mathscr{A} = (A, +, \cdot)$ *be a* P*-computable field. Then there exists a* P*-computable field* $\mathscr{A}_1 = (A, +, \cdot, -, ^{-1})$ *isomorphic to it.*

b) *If, in addition,* $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$, *then we can assert that* $\mathscr{A} \preccurlyeq_{\mathrm{P}} (A_1, +, \cdot)$.

Institute of Mathematics SB RAS, NSU, Novosibirsk
E-mail: alaev@math.nsc.ru

Note on the structure of linear orders with respect to computable reducibility

A. Askarbekkyzy

Let L be a computable linear order. By $P(L)$, we denote a partially ordered structure

$$(\{R: \ R - \text{computable linear order isomorphic to } L\}, \leq_c),$$

where $\leq_c$ is computable reducibility on binary relations. Let S and Q be binary relations on the set of natural numbers ω. The relation S is said to be computably reducable to Q (denoted by $S \leq_c Q$) if there is a total computable function $f(x)$ such that $xSy \Leftrightarrow f(x)Qf(y)$ for any x and y. The study presented in [**1**] initiated an investigation of the structure $P(\omega)$. Based on findings in [**1**], the structure $P(\omega)$ has a least element, has no maximal elements, and there are infinitely many degrees that have a unique minimal cover. Moreover, if a degree $deg(R)$ has a minimal cover, then this cover is unique.

The report will adress the structural properties of the structure $P(L)$ for various orders L. Some of these properties are presented here.

Theorem 1. *Let $k > 1$. Then there exist a least element and degrees with pairwise incomparable minimal covers in the structure $P(\omega \cdot k)$. Additionally, the number of minimal covers is bounded above by the number k.*

Theorem 2. *There is no least element in the structure of $P(\omega^2)$.*

Corollary. *Let $k \neq m$. Then*

- *the structures $P(\omega \cdot k)$ and $P(\omega \cdot m)$ elementary non-equivalent;*
- *the structure $P(\omega^2)$ is elementary non-equivalent to $P(\omega \cdot k)$.*

The author expresses gratitude to the international scientific advisor, professor Ng Keng Meng, for his guidance in formulating the research problem and for the valuable discussions. This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP19576325).

References

[1] Askarbekkyzy, A., Bazhenov, N. A., and Kalmurzayev, B. S. (2022). Computable reducibility for computable linear orders of type ω. *Journal of Mathematical Sciences*, 267(4), 429-443.

Kazakh-British Technical University, Almaty (Kazakhstan)
E-mail: ms.askarbekkyzy@gmail.com

On learning families of ideals in upper semilattices

N. Bazhenov, M. Mustafa

We study learnability from positive data for families of subsets in a partially ordered set.

Algorithmic learning theory investigates formal mathematical frameworks for inductive inference. Within this area of research, Stephan and Ventsov [**1**] started systematic investigations of learnability for classes of substructures of a given computable structure $\mathcal{S}$. In this framework, the learner obtains only positive data (or text) about a substructure $\mathcal{M}$ of $\mathcal{S}$, and the outputted sequence of hypotheses should converge to a program enumerating the substructure $\mathcal{M}$ to be learned. As usual, there are two main notions of convergence — semantical (**BC**) and syntactical (**Ex**), see [**2**]. We prove the following:

Theorem. *For a computable upper semilattice $\mathcal{U}$, the following conditions are equivalent:*

(1) *The family of all c.e. ideals of $\mathcal{U}$ is **Ex**-learnable.*
(2) *The family of all c.e. ideals of $\mathcal{U}$ is **BC**-learnable.*
(3) *Every c.e. ideal of $\mathcal{U}$ is principal.*

We also obtain a similar result for the family of all c.e. down-sets in a computable partial order $\mathcal{P}$. The obtained results extend the results of [**3**].

References

[1] Stephan F. and Ventsov Yu., Learning algebraic structures from text, Theoretical Computer Science, 268:2 (2001), 221–273.
[2] Jain S., Osherson D., Royer J. S., and Sharma A., Systems that learn. MIT Press, Cambridge, 1999.
[3] Bazhenov N. and Mustafa M., On learning families of ideals in lattices and Boolean algebras, Lecture Notes in Computer Science, 14637 (2024), 1–13.

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: bazhenov@math.nsc.ru
Nazarbayev University, Astana (Kazakhstan)
E-mail: manat.mustafa@nu.edu.kz

Complexity of the problem of ∀-representability for sentences

N. T. Kogabaev

At the international conference "Mal'tsev meeting 2022" professor S. S. Goncharov asked me the question on estimation of the algorithmic complexity of the problem of ∀-representability for sentences. The present talk is devoted to the answer to this question.

Let σ be an at most countable signature admitting an effective Gödel numbering γ of all formulas of the signature σ. The *problem of* $\forall$*-representability for sentences* is the following set of natural numbers

$$E_\forall(\sigma) = \{\gamma(\Phi) \mid \Phi \text{ is a sentence of the signature } \sigma \text{ and there exists an } \forall\text{-sentence } \Psi \text{ of the signature } \sigma, \text{ such that } \Phi \equiv \Psi\}.$$

The calculation of the complexity of problem $E_\forall(\sigma)$ can be conveniently divided into the following cases:

(1) σ contains at least one predicate or function symbol of arity $k \geqslant 2$;
(2) σ contains only unary predicate symbols;
(3) σ contains at least two unary function symbols;
(4) σ consists of one unary function symbol and arbitrarily many unary predicate symbols.

In the present talk, we prove that in cases (1) and (3) the set $E_\forall(\sigma)$ is *creative*, i.e. m-complete Σ^0_1. We also prove that in case (2) the set $E_\forall(\sigma)$ is computable. The question on exact complexity estimate for $E_\forall(\sigma)$ in case (4) remains open.

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk
E-mail: kogabaev@math.nsc.ru

Arithmetical complexity for order positive fields

M. V. Korovina, O. V. Kudinov

In this talk we present ongoing research which is aimed to develop an approach that merge ideas and tools from numbering theory [**1, 4, 6**], computable model theory [**2**] and computable analysis [**7**]. we introduced the notion of order positive fields [**3**] which meet requirements: computable enumerability of strict ordering, computability of addition and multiplication and partial computability of the inverse function which reflect the main ideas of computable analysis where equality is undecidable. In [**3**] among other results we established that an archimedean field is order positive if and only if it is isomorphic to $\mathbb{Q}(\alpha_i \mid i \in \omega)$ for an appropriate sequence of computable real numbers. This leads to a national construction of a computable indexation of the class of archimedean order positive fields and gives a background to study arithmetical complexity of subclasses of archimedean order positive fields. We show several results in this direction.

References

[1] Yu. L. Ershov, Numbering theory. Nauka, 1977. (In Russian)
[2] Yu.L. Ershov and S.S. Goncharov, Constructive models. Transl. from the Russian. Siberian School of Algebra and Logic. Springer New York, 2000.
[3] Korovina M., Kudinov O., Order positive fields I. Algebra and Logic, v. 62, 2023, pp. 203–214.
[4] Malcev A.I., Constructive algebras. Uspechi mat. nauk, 16, No 3 (1961) pp. 3–60 (in Russian, English translation in: The Metamathematics of Algebraic Systems, North Holand, Amsterdam, 1971, pp. 148–214).
[5] Rabin M.O., Computable algebra, general theory and theory of computable fields. Trans. Amer. Math. Soc., 95, No 2, 1960, pp. 341–360.
[6] Stoltenberg-Hansen V. and Tucker J.V., Computable rings and fields. In: E Grif- for (ed.), Handbook of Computability Theory, Elsevier, 1999, pp. 363–447.
[7] K. Weihrauch, *Computable Analysis*. 2000, Springer Verlag.

A.P. Ershov Institute of Informatics Systems, Novosibirsk (Russia)
E-mail: rita.korovina@gmail.com
Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: kud@math.nsc.ru

On Natural Degrees of Unsolvability

V. L. Selivanov

The degree structures considered in computability theory are typically very complex but only few of their elements are really needed to measure the complexity of sets naturally arising in mathematics (outside the computability theory). Apparently, the degree structures contain much easier substructures of "natural" degrees which are especially important for applications.

How can we try to identify natural arithmetical r-degrees, for a given reducibility r? It is tempting just to define them as the r-degrees of sets definable in a natural way, but usually (say, for the case of first-order definability in the standard model of arithmetic) the latter collection is much bigger than the collection of natural arithmetical r-degrees. In fact, the natural degrees are definable but in a very special way, using very restrictive defining tools.

For the case of Turing degrees, the obvious option is to take the iterates of the Turing jump operator starting with the smallest degree. Steel and Slaman related these degrees to variants of Martin's conjecture, showing that there are no other natural Turing degrees.

The natural m-degrees were identified in 1983 by the author, using iterates of a ternary operator which subsumes the Turing and relativised m-jumps. These degrees are also natural in the sense of a version of Martin's conjecture for m-reducibility recently developed by Kihara and Montalban.

In this work, we compare the mentioned approaches to natural m-degrees. We also identify natural degrees w.r.t. all strong reducibilities r (lying strongly between m- and T-reducibilities, under inclusion), and describe their structures.

Acknowledgement. *This research was supported by the Russian Science Foundation, project 19-71-30002.*

Department of Mathematics and Computer Science St. Petersburg University
E-mail: vseliv@yandex.ru

V. Секция «Теория групп и ее приложения»

Единицы целочисленных групповых колец циклических групп порядков $4p$, где $p \geqslant 5$ — простое число

Р. Ж. Алеев

В работе [**1**] были изучены единицы целочисленных групповых колец циклических групп простых порядков. Одним из следующих шагов [**2**] является изучение единиц целочисленных групповых колец циклических групп порядков $4p$, где p — простое число.

В дальнейшем будем придерживаться следующих обозначений.

(1) $p \geqslant 5$ — простое число.
(2) $G = \langle x \rangle$ — циклическая группа порядка $4p$.
(3) α — примитивный корень из 1 степени p. Тогда $\zeta = i\alpha$ — примитивный корень из 1 степени $4p$.
(4) Для любых $j, k \in \{0, 1, \ldots, 4p-1\}$ характер $\chi_j(x^k) = \zeta^{jk}$.
(5) $e(\chi)$ — минимальный идемпотент, определяемый характером χ группы G.

Согласно [**3**] для характера χ и элемента $\mu \in \mathbf{Q}(\chi)$ определим элемент $u_\chi(\mu)$ рациональной групповой алгебры $\mathbf{Q}G$.

Пусть g — примитивный (первообразный) корень по модулю p. Обозначим

$$\lambda = \frac{1-\alpha^g}{1-\alpha} = 1 + \alpha + \cdots + \alpha^{g-1}.$$

Теорема. *Пусть для характера $\chi \in \{\chi_2, \chi_4\}$ и для любого m автоморфизм $\psi_m \in \mathrm{Aut}(\mathbf{Q}(\chi))$, где $\psi_m(\alpha) = \alpha^m$. Существуют такие натуральные числа r, l, что*

$$\prod_{k=0}^{(p-5)/2} \langle u_{\chi_4}(\psi_{g^k}\mu^{(p-1)r})\rangle \times \prod_{k=0}^{(p-5)/2} \langle u_{\chi_2}(\psi_{g^k}\mu^{(p-1)r})\rangle \times \prod_{a=1}^{p-2} \langle u_\chi\left((1-\zeta^a)^l\right)\rangle$$

— подгруппа конечного индекса в группе единиц $\mathrm{Un}(\mathbf{Z}G)$ целочисленного группового кольца группы G.

Литература

[1] Р. Ж. Алеев, Круговые единицы в групповых кольцах конечных абелевых групп. *Алгебра и логика: Материалы международного российско-китайского семинара.* Иркутск: Издательство Иркут. гос. пед. ун-та, 2007, 11–14.

[2] Р. Ж. Алеев, Единицы целочисленных групповых колец циклических групп близких к простым порядков. Межд. конф. «Мальцевские чтения» (14–19 мая 2022 г.). Тезисы докладов. Новосибирск. 2022. с. 81.

[3] Р. Ж. Алеев, Единицы полей характеров и центральные единицы целочисленных групповых колец конечных групп. *Матем. труды*, **3**: 1(2000), 3–37.

Южно-Уральский госуниверситет (НИУ), Челябинский госуниверситет, Челябинск, Россия
E-mail: aleevrifhat@gmail.com

Свободные 2-ступенно нильпотентные R-группы

М. Г. Амаглобели, Т. З. Бокелавадзе, А. Г. Мясников

Понятие степенной R-группы, где R – ассоциативное кольцо с единицей, ввёл Р. Линдон в работе [**1**]. В работе [**2**] А. Г. Мясников и В. Н. Ремесленников ввели новую категорию M_R, введя дополнительную аксиому. Новое понятие R-группы является непосредственным обобщением понятия R-модуля на случай некоммутативных групп. В работе М.Г. Амаглобели и В.Н. Ремесленникова [**3**] R-группы с этой дополнительной аксиомой названы MR-группами. Оказалось, что все ранее изучаемые R-группы Линдона, на самом деле, являются MR-группами (включая свободную $\mathbb{Z}[t]$-группу Линдона $\Gamma^{\mathbb{Z}[t]}$). Для нильпотентных групп и биномиальных колец Ф. Холл ввёл категорию R-групп, которая отличается от категории M_R.

В докладе рассматриваются только те R-группы, которые являются MR-группами. Понятия многообразия и нильпотентного многообразия R-групп введены в работах [**5**] и [**6**]. Доклад посвящён изучению нильпотентных степенных R-групп ступени нильпотентности 2 для двух колец: кольца многочленов от t с рациональными коэффициентами $R = \mathbb{Q}[t]$ и его поля частных $R = \mathbb{Q}(t)$.

Получены следующие результаты: 1) приведены основные α-коммутаторные тождества для 2-ступенно нильпотентных R-групп; 2) с помощью этих тождеств описана база центра 2-ступенно нильпотентной R-группы с порождающими x, y; 3)описаны 2-порожденные 2-ступенно нильпотентные R-группы, в частности, показано, что существуют 2-порожденные не конечно определенные R-группы. С помощью этих результатов можно исследовать основные алгоритмические проблемы для 2-ступенно нильпотентных степенных R-групп.

Работа выполнена при поддержке Грузинского национального фонда Шота Руставели, код проекта FR-21-4713.

Литература

[1] Lyndon R. C. "Groups with parametric exponents Trans. Am. Math. Soc., 518–533 (1960).
[2] A. G. Myasnikov and V. N. Remeslennikov, "Groups with exponents I. Foundamentals of the theory and tensor completion Sib. Math. J., 35 , No.5, 986-996 (1994).
[3] М. Г. Амаглобели, В. Н. Ремесленников, Свободные 2-ступенно нильпотентные R-группы. Докл. АН 443(2012), №4, 410-413.
[4] Hall P. Nilpotent Groups. Canad. Math. Congress. Edmanton, 1957.
[5] М. Г. Амаглобели, Многообразия степенных MR-групп. Докл. АН 490(2020), №1, 1-4.
[6] М. Г. Амаглобели, А. Г. Мясников, Т. Т. Надирадзе, Многообразия степенных R-групп, Алгебра и логика, 62, №2(2023), 179-204.

Тбилисский государственный университет им. И. Джавахишвили, Грузия
Кутаисский Государственный университет им. Ак. Церетели, Грузия
Stevens Institute of Technology, USA

О регулярных политопах ранга 3

Б. Б. Бактыбеков, Я. Н. Нужин, А. В. Резанцева

Известно, что конечная группа, порожденная тремя инволюциями α, β, γ, первые две из которых перестановочны, тогда и только тогда является группой автоморфизмов регулярного 3-политопа, когда $\langle \alpha, \gamma \rangle \cap \langle \beta, \gamma \rangle = \langle \gamma \rangle$. М. Кондер и Д. Оливерос (J. Combin. Theory Ser. A. 2013. V. 120. № 6. P. 1291–1304.) установили следующий результат.

Теорема 1. *Пусть конечная группа G порождается тремя инволюциями α, β, γ, первые две из которых перестановочны, причем порядки произведений $\alpha\gamma$ и $\beta\gamma$ больше 2. Тогда G является группой автоморфизмов регулярного 3-политопа или содержит нетривиальную нормальную подгруппу N, лежащую в $\langle \alpha\gamma \rangle$ или в $\langle \beta\gamma \rangle$.*

Примеры показывают, что существуют группы, которые являются группами автоморфизмов регулярных 3-политопов и содержат различные нетривиальные нормальные подгруппы N_1 и N_2, лежащие в $\langle \alpha\gamma \rangle$ и соответственно в $\langle \beta\gamma \rangle$. Таким образом, оба заключения теоремы 1 могут выполняться одновременно. Мы получили следующий критерий, который усиливает утверждение теоремы 1.

Теорема 2. *Пусть конечная группа G порождается тремя инволюциями α, γ, β, первые две из которых перестановочны, причем порядки произведений $\alpha\beta$ и $\beta\gamma$ больше 2. Тогда справедливо одно из следующих двух утверждений.*

а) G является группой автоморфизмов регулярного 3-политопа.

б) G содержит нетривиальную нормальную подгруппу, лежащую в $\langle \alpha\beta \rangle \cap \langle \beta\gamma \rangle$.

Из теоремы 2 вытекает

Следствие. *Пусть конечная группа G порождается тремя инволюциями α, γ, β, первые две из которых перестановочны, причем порядки произведений $\alpha\beta$ и $\beta\gamma$ больше 2, и хотя бы один из них является простым числом. Тогда справедливо одно из следующих двух утверждений.*

а) G является группой автоморфизмов регулярного 3-политопа.

б) G — диэдральная группа, и в этом случае порядок одного из произведений $\alpha\beta$ или $\beta\gamma$ является четным числом (а другого простым).

Сибирский федеральный университет, Красноярск
E-mail: baktybekovbek04@gmail.com
Сибирский федеральный университет, Красноярск
E-mail: nuzhin2008@rambler.ru
Сибирский федеральный университет, Красноярск
E-mail: annavr042@gmail.com

О пересечении π-холловых подгрупп в D_π-группах с единичным разрешимым радикалом и спорадическими или знакопеременными секциями

И. Н. Белоусов, В. И. Зенков

Описание π-холловых подгрупп в простых неабелевых D_π-группах было завершено Д.О. Ревиным в работе [**1**]. Поскольку π-холловы подгруппы в конечных D_π-группах сохраняют существенные черты как силовских подгрупп, так и π-холловых в π-разрешимых группах с разрешимой π-холловой подгруппой, для которых было известно [**2**], [**3**] и [**4**], что $H \cap H^x \cap H^y = O_\pi(G)$, то аналогичный вопрос появился и для произвольной π-холловой подгруппы. Оказалось [**5**], что в общем случае это неверно. Но, тем не менее, остается вопрос, а в каких случаях это верно. В частности, верно ли это для простых неабелевых групп. В [**6**] анонсировано, что, в частности, в $Aut(K)$, где K — спорадическая простая группа, имеем $H \cap H^x = 1$ для любой D_π-подгруппы H из $Aut(K)$ и некоторого x из G.

Если же K — знакопеременная группа, то из описания D_π-подгрупп в K [**7**] следует, что H — силовская подгруппа. Теперь по [**8**] имеем в $Aut(K)$, что $H \cap H^x \cap H^y = 1$ для некоторых x и y из G. Доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть G — конечная D_π-группа с единичным разрешимым радикалом, все простые неабелевы секции которой являются либо спорадическими, либо знакопеременными группами. Тогда $H \cap H^x \cap H^y = 1$ для некоторых x и y из G.*

Литература

[1] Д.О. Ревин "Свойство D_π в конечных простых группах", Алгебра и логика, 47:3 (2008), 364–394.
[2] В.И. Зенков "Пересечения нильпотентных подгрупп в конечных группах", Фундамент. и прикл. матем., 2:1 (1996, 1–92.
[3] E.P. Vdovin "Regular orbits of solvable linear p'-groups", Сиб. электрон. матем. изв., 4 (2007), 345–360.
[4] S. Dolfi "Large orbits in coprime sections of solvable groups", Trans. Amer. Math. Soc., 360:1 (2008), 135–152.
[5] В.И. Зенков "О пересечениях π-холловых подгрупп в конечных D_π-группах", Сиб. матем. журн., 63:4 (2022), 866–869.
[6] И.Н. Белоусов, В.И. Зенков "О пересечениях π-холловых подгрупп некоторых конечных D_π-групп", Тез. докл. Межд. конф. "Алгебра и динамические системы", 2023, 22–24.
[7] J.G. Thompson "Hall subgroups of the symmetric groups", J. Combin. Theory, 1:2 (1996), 271–279.
[8] В.И. Зенков "О пересечениях трех нильпотентных подгрупп в конечной группе", Сиб. матем. журн., 62:4 (2021), 763–783.

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург
E-mail: i_belousov@mail.ru
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург
E-mail: v1i9z52@mail.ru

Групповые биекции, перестановочные с внутренними автоморфизмами

А. Н. Бородин, М. В. Нещадим, А. А. Симонов

Изучаются биекции произвольной группы G на себя, перестановочные со всеми внутренними автоморфизмами. Установлены общие свойства таких биекций. В частности, они образуют группу $B(G)$, которая содержит группу центральных автоморфизмов. Для групп диэдра D_n, $n \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ получено полное описание групп $B(D_n)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных научных исследований СО РАН № I.1.5.(проект FWNF-2022-0009).

Литература

[1] *Бородин А.Н., Нещадим М.В., Симонов А.А.* Конструкции квандлов над группами и кольцам. Сибирский математический журнал. 2024. Т. 65. № 3. С. 577–590.

[2] *Бородин А.Н., Нещадим М.В., Симонов А.А.* Групповые биекции, перестановочные с внутренними автоморфизмами Сибирский математический журнал. 2024. Т. 65. № 5. С. 808–819.

Горно-Алтайский государственный университет, Горно-Алтайск
E-mail: serajsova@yandex.ru
Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: neshch@math.nsc.ru
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.simonov@g.nsu.ru

О сложности решетки квазимногообразий 3-нильпотентных групп

А. И. Будкин

В процессе развития теории квазимногообразий достаточно быстро стало известно, что решётки квазимногообразий часто имеют непростое строение. В данной работе устанавливается, что решётка квазимногообразий нильпотентных групп без кручения класса не более трёх устроена весьма сложно.

В работе используются следующие обозначения:

$\mathcal{N}_3$ — многообразие нильпотентных групп ступени не выше 3;

$\mathcal{N}_{3,\infty}$ — класс групп без кручения из $\mathcal{N}_3$;

$F_2 = F_2(\mathcal{N}_3)$ — свободная в $\mathcal{N}_3$ группа ранга 2;

qG — квазимногообразие, порождённое группой G;

$[qF_2, \mathcal{M}]$ — это множество квазимногообразий $\mathcal{R}$ таких, что $qF_2 \subseteq \mathcal{R} \subseteq \mathcal{M}$.

Теорема. *Пусть $\mathcal{M}$ — квазимногообразие групп и $qF_2 \subsetneqq \mathcal{M} \subseteq \mathcal{N}_{3,\infty}$. Предположим, что среди групп из $\mathcal{M} \setminus qF_2$ найдётся группа G с представлением*

$$G = \langle x_1, \dots, x_n; r_1 = 1, \dots r_s = 1, f_1 = 1, \dots, f_d = 1 \rangle$$

в $\mathcal{N}_{3,\infty}$, где $r_1, \dots, r_s$ — произведения базисных коммутаторов веса 3 от трёх переменных, $f_1, \dots f_d$ — коммутаторы вида $[x_i, x_j]$ (они могут отсутствовать). Тогда интервал $[qF_2, \mathcal{M}]$ в решётке квазимногообразий групп континуален.

Алтайский госуниверситет, Барнаул
E-mail: budkin@math.asu.ru

О слабо MP-замкнутых формациях конечных групп

А. Ф. Васильев

В работах [**1**]–[**4**] изучались формации, замкнутые относительно произведений двух нормальных подгрупп, имеющих взаимно простые индексы.

Напомним [**5**], что группа $G = AB$ называется *произведением взаимно перестановочных подгрупп* A и B, если A перестановочна с каждой подгруппой из B и B перестановочна с каждой подгруппой из A. Через $\mathcal{K}_G$ обозначается множество всех (с точностью до изоморфизма) композиционных факторов группы G и через $\mathcal{K}_G^a$ множество всех (с точностью до изоморфизма) абелевых композиционных факторов G. Работы [**6, 7**] инициировали следующее

Определение. *Пусть $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{X}$ — классы групп, причем $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$. Класс $\mathfrak{F}$ назовем слабо MP-замкнутым в $\mathfrak{X}$, если $\mathfrak{F}$ содержит всякую $\mathfrak{X}$-группу $G = AB$, где A и B – взаимно перестановочные $\mathfrak{F}$-подгруппы G и $\mathcal{K}_G^a \setminus \mathcal{K}_A^a \cap \mathcal{K}_G^a \setminus \mathcal{K}_B^a = \emptyset$. Пустой класс считается слабо MP-замкнутым в любом классе $\mathfrak{X}$.*

Теорема. *Пусть $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ — насыщенные формации, содержащие все сверхразрешимые π-группы, где $\pi = \pi(\mathfrak{F})$, причем $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$.*

1. *Если $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ имеют полные локальные задания x и f, причем $f(p) \subseteq x(p)$ и $f(p)$ является слабо MP-замкнутой формацией в $x(p)$ для любого простого p, то $\mathfrak{F}$ является слабо MP-замкнутой формацией в $\mathfrak{X}$.*

2. *Пусть X и F — максимальные внутренние задания соответственно $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$. Формация $\mathfrak{F}$ является слабо MP-замкнутой в $\mathfrak{X}$ тогда и только тогда, когда формация $F(p)$ является слабо MP-замкнутой в $X(p)$ для любого простого p.*

Работа выполнена при поддержке Министерства образования Республики Беларусь (грант № 20211750 "Конвергенция-2025").

Литература

[1] Kappe W., Über gruppen theoretische Eigenschaften die sich auf t Produkte übertragen, Acta. Sci. Math. Szeged, **30** (1969), 277–284.

[2] Слепова Л. М., О радикальных формациях, Матем. заметки, **21**(6) (1977), 861–864.

[3] Васильев А. Ф., Васильева Т. И., О конечных группах, у которых главные факторы являются простыми группами, Известия вузов. Математика, **11**(426) (1997), 10–14.

[4] Васильева Т. И., Полурадикальные формации конечных групп, Известия Гомельского госуниверситета им. Ф.Скорины. Вопросы алгебры, **1**(15) (1999), 71–77.

[5] Ballester-Bolinches A., Esteban-Romero R., Asaad M., Products of Finite Groups, Berlin: Walter de Gruyter, 2010.

[6] Васильев А. Ф., Васильева Т. И., Мысловец Е. Н., Конечные расширенно c-сверхразрешимые группы и их взаимно перестановочные произведения, Сиб. матем. журн., **57**(3) (2016), 603–616.

[7] Васильев А. Ф., Васильева Т. И., Симоненко Д. Н., О MP-замкнутых насыщенных формациях конечных групп, Известия вузов. Математика, **61**(6) (2017), 9–17.

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель (Беларусь)
E-mail: formation56@mail.ru

Отделимые решетки классов Фиттинга

Н. Н. Воробьев, И. И. Стаселько

Все рассматриваемые группы конечны. Следуя Л.А. Шеметкову [**1**], символом σ обозначается некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$. Если n — целое число, то символом $\pi(n)$ обозначается множество всех простых чисел, делящих n; $\sigma(n) = \{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n) \neq \varnothing\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$. Символами $\mathfrak{S}_\sigma$, $\mathfrak{G}_{\sigma_i}$ и $\mathfrak{G}_{\sigma_i'}$ обозначают соответственно класс всех σ-разрешимых групп, класс всех σ_i-групп и класс всех σ_i'-групп. Пусть f — произвольная функция вида

$$f : \sigma \to \{\text{классы Фиттинга}\}, \qquad (1)$$

называемая *σ-функцией Хартли* (или, более кратко, *H_σ-функцией*). Следуя [**2**],

$$LR_\sigma(f) = \Big(G \mid G = 1 \text{ или } G \neq 1 \text{ и } G^{\mathfrak{G}_{\sigma_i}\mathfrak{G}_{\sigma_i'}} \in f(\sigma_i) \text{ для всех } \sigma_i \in \sigma\big(G\big)\Big).$$

Если класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ таков, что $\mathfrak{F} = LR_\sigma(f)$ для некоторой H_σ-функции f вида (1), то $\mathfrak{F}$ называется *σ-локальным классом Фиттинга*, а f — *σ-локальным* заданием класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ (см. [**2**]). Пусть Θ — полная решетка классов Фиттинга. Символом $\Theta\mathrm{fit}(G)$ обозначается пересечение всех Θ-классов Фиттинга, содержащих G. Относительно включения $\subseteq$ множество всех σ-локальных классов Фиттинга l_σ образует полную решетку. Если $\mathfrak{M}, \mathfrak{H} \in \Theta$, то $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{H}$ — точная нижняя грань $\{\mathfrak{M}, \mathfrak{H}\}$ в решетке Θ, а $\mathfrak{M} \vee_\Theta \mathfrak{H}$ — точная верхняя грань $\{\mathfrak{M}, \mathfrak{H}\}$ в решетке Θ. Пусть $\mathfrak{X}$ — некоторый непустой класс групп. Полная решетка классов Фиттинга Θ называется $\mathfrak{X}$-отделимой (см. [**3**]), если для любого терма $\xi(x_1, \ldots, x_m)$ сигнатуры $\{\cap, \vee^\Theta\}$, любых Θ-классов Фиттинга $\mathfrak{F}_1, \ldots, \mathfrak{F}_m$ и любой группы $A \in \mathfrak{X} \cap \xi(\mathfrak{F}_1, \ldots, \mathfrak{F}_m)$ найдутся такие $\mathfrak{X}$-группы $A_1 \in \mathfrak{F}_1, \ldots, A_m \in \mathfrak{F}_m$, что $A \in \xi(\Theta\mathrm{fit}(A_1), \ldots, \Theta\mathrm{fit}(A_m))$. Основной результат представляет следующая

Теорема. *Решетка всех σ-разрешимых σ-локальных классов Фиттинга $L_\sigma(\mathfrak{S}_\sigma)$ $\mathfrak{S}_\sigma$-отделима.*

Следствие. *Решетка всех разрешимых локальных классов Фиттинга $L(\mathfrak{S})$ $\mathfrak{S}$-отделима.*

Исследование выполнено в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция—2025» (рег.№ 20210495) и гранта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор Ф24У-009 от 02.05.2024; рег.№ 20241416).

Литература

[1] Л. А. Шеметков, Формации конечных групп. М. : Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1978 (Соврем. алгебра).
[2] W. Guo, Li Zhang, N. T. Vorob'ev, On σ-local Fitting classes. *Journal of Algebra*, **546** (2020), 116–129.
[3] А. Н. Скиба, Алгебра формаций. Мн.: Беларуская навука, 1997.
[4] Z. Chi, V. G. Safonov, A. N. Skiba, On n-multiply σ-local formations of finite groups. *Comm. Algebra*, **47**: 3 (2019), 957–968.

Витебский государственный университет имени П. М. Машерова, Витебск
E-mail: vornic2001@mail.ru
Витебский государственный университет имени П. М. Машерова, Витебск
E-mail: mars17906@mail.ru

О неинвариантных подалгебрах в полиадических группах специального вида

А. М. Гальмак

Напомним, что l-арная подгруппа $< B, \eta >$ l-арной группы $< A, \eta >$, где $l = s(n-1)+1$, $s \geq 1$, называется *n-полуинвариантной* в ней [**1**], если

$$\eta(x\underbrace{B\dots B}_{l-1}) = \eta(\underbrace{B\dots B}_{i(n-1)}x\ \underbrace{B\dots B}_{(s-i)(n-1)})$$

для любого $x \in A$ и любого $i = 1, \dots, s$.

l-Полуинвариантные l-арные подгруппы l-арной группы называют её полуинвариантными l-арными подгруппами, а 2-полуинвариантные l-арные подгруппы l-арной группы называют её инвариантными l-арными подгруппами.

Определение специальной полиадической операции $\eta_{s,\sigma,k}$ можно найти в [**2**]. Там же доказано, что если $< B, \eta >$ – n-арная подгруппа n-арной группы $< A, \eta >$, подстановка $\sigma \in \mathbf{S}_k$ удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, то $< B^k, \eta_{s,\sigma,k} >$ – l-арная подгруппа l-арной группы $< A^k, \eta_{s,\sigma,k} >$.

Имеет место

Теорема. *Пусть подстановка σ из $\mathbf{S}_k$ удовлетворяет условию $\sigma^l = \sigma$, $< B, \eta >$ – n-арная подгруппа n-арной группы $< A, \eta >$, $B \neq A$. Тогда:*

1) если для некоторого $t = 2, \dots, l-1$ подстановка σ^{t-1} не является тождественной, то существует такой элемент $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \in A^k$, что

$$\eta_{s,\sigma,k}(\mathbf{x}\underbrace{B^k\dots B^k}_{l-1}) \neq \eta_{s,\sigma,k}(\underbrace{B^k\dots B^k}_{t-1}\mathbf{x}\underbrace{B^k\dots B^k}_{l-t}),$$

то есть l-арная подгруппа $< B^k, \eta_{s,\sigma,k} >$ не является инвариантной в l-арной группе $< A^k, \eta_{s,\sigma,k} >$;

2) если для некоторого $i = 2, \dots, s$ подстановка $\sigma^{(i-1)(n-1)}$ не является тождественной, то существует такой элемент $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \in A^k$, что

$$\eta_{s,\sigma,k}(\mathbf{x}\underbrace{B^k\dots B^k}_{l-1}) \neq \eta_{s,\sigma,k}(\underbrace{B^k\dots B^k}_{(i-1)(n-1)}\mathbf{x}\ \underbrace{B^k\dots B^k}_{(s+1-i)(n-1)}),$$

то есть $< B^k, \eta_{s,\sigma,k} >$ не является n-полуинвариантной в $< A^k, \eta_{s,\sigma,k} >$.

В утверждении 1) сформулированной теоремы отсутствует случай $t = l$, так как в этом случае из условия $\sigma^l = \sigma$ следует тождественность подстановка σ^{t-1}, что противоречит условию.

В утверждении 2) сформулированной теоремы условием $i = 2, \dots, s$ исключается случай $l = n$, так как в этом случае $s = 1$.

Литература

[1] Гальмак А. М. n-Арные группы. Часть 1 / А.М. Гальмак. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2003. – 202 с. Русаков С. А. Алгебраические n-арные системы / С.А. Русаков. – Мн.: Навука і тэхніка, 1992. – 245 с.

[2] Гальмак А. М. О разрешимости уравнений в $< A^k, \eta_{s,\sigma,k} >$ / А.М. Гальмак // Веснік МДУ ім. А.А. Куляшова. – 2018. – № 1. – С. 4–10.

Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, Могилёв
E-mail: halm54@mail.ru

Минимальное число порождающих сопряженных инволюций, произведение которых равно 1, групп $PSp_4(q)$

Р. И. Гвоздев, Я. Н. Нужин, Т. С. Петруть, А. М. Соколовская

В работе [**1**] записана следующая проблема. Для каждой конечной простой неабелевой группы G найти $n_c(G)$ — минимальное число порождающих сопряженных инволюций, произведение которых равно 1 (см. также [**2**, вопрос 14.69в)]). К настоящему времени вопрос решен для спорадических, знакопеременных групп и групп $PSL_n(q)$, q нечетно, исключая случай $n = 6$ и $q \equiv 3(mod 4)$.

Если G — конечная простая неабелева группа, то $n_c(G) \geq 5$ [**3**, лемма 4], а если она еще и порождается тремя инволюциями α, β, γ, первые две из которых перестановочны и все четыре инволюции α, β, γ и $\alpha\beta$ сопряжены, то $n_c(G) = 5$ [**3**, лемма 6]. Доказана

Теорема. *Пусть $PSp_4(q)$ — проективная специальная симплектическая группа размерности 4 над конечным полем порядка q. Тогда:*
1) $n_c(PSp_4(q)) = 5$, при $q \neq 2, 3$;
2) $n_c(PSp_4(3)) = 6$;
3) $n_c(PSp_4(2)) = 10$.

Случай групп $PSp_4(q)$ при $q \equiv 1(mod 4)$ был рассмотрен в [**4**].

Литература

[1] G. Malle, J. Saxl, T. Weigel. Generation of classical groups, *Geom. Dedicata*, **49** (1994), 85–116.
[2] The Kourovka notebook: Unsolved Problems in Group Theory, Eds. V. D. Mazurov, E. I. Khukhro, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, 2022, № 20.
[3] Я. Н. Нужин. О порождающих множествах инволюций простых конечных групп, *Алгебра и логика*, **58**: 3 (2019), 426–434.
[4] Я. Н. Нужин. О порождающих тройках инволюций групп Лиева типа ранга 2 над конечными полями, *Алгебра и логика*, **58**: 1 (2019), 84–107.

Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия
E-mail: gvozdev.rodion@bk.ru
Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия
E-mail: nuzhin2008@rambler.ru
Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия
E-mail: petryt88@mail.ru
Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия
E-mail: sokolovskaya-anna-24@mail.ru

О горизонтальной соединимости на группах Энгеля

А. В. Грешнов

Каноническая группа Энгеля $\mathbb{E}_{\alpha,\beta}$, см. [**1**], определяется в стандартном евклидовом пространстве $\mathbb{R}^4$ с системой координат (x, y, t, z), индуцированной координатным репером (O, e_1, e_2, e_3, e_4), при помощи следующей таблицы коммутаторов

$$\begin{cases} [e_1, e_2] = \alpha e_3, & \alpha > 0, \\ [e_1, e_3] = \beta e_4, & \beta > 0, \end{cases} \tag{1}$$

все остальные возможные коммутаторы e_1, e_2, e_3, e_4 равны 0. Используя формулу Кэмпбелла—Хаусдорфа и таблицу (1), мы получаем аналитическое выражение операции левого сдвига $P_w^{\mathbb{E}_{\alpha,\beta}} w'$ произвольного элемента $w' = (x', y', t', z') \in \mathbb{E}_{\alpha,\beta}$ на произвольный элемент $w = (x, y, t, z) \in \mathbb{E}_{\alpha,\beta}$, при помощи которого получаем выражения для базисных левоинвариантных векторных полей группы $\mathbb{E}_{\alpha,\beta}$ (базис Якоби [**2**]) в точке w:

$$\frac{\partial P_w^{\mathbb{E}_{\alpha,\beta}} w'}{\partial w'}\Big|_{w'=0} = (X, Y, T, Z).$$

Векторные поля X, Y — горизонтальные, и по теореме Рашевского—Чоу все точки w группы $\mathbb{E}_{\alpha,\beta}$ записываются в виде

$$w = \exp(a_N Y) \circ \exp(b_N X) \circ \dots \exp(a_1 Y) \circ \exp(b_1 X)(O), \quad a_i, b_i \in \mathbb{R},$$

для некоторой константы N, не зависящей от выбора w, O — единица группы $\mathbb{E}_{\alpha,\beta}$.

Теорема 1. *Почти все точки $w \in \mathbb{E}_{\alpha,\beta}$ могут быть записаны или в виде $w = \exp(aX) \circ \exp(bY) \circ \exp(cX) \circ \exp(dY)(O)$, или в виде $w = \exp(aY) \circ \exp(bX) \circ \exp(cY) \circ \exp(dX)(O)$ для некоторых чисел $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.*

Результат Теоремы 1 в некотором смысле расширяет результат работы [**1**]; его интересно сопоставить с результатами недавней работы [**3**], полученными для 2-ступенчатых групп Карно.

Литература

[1] A. Greshnov, Optimal horizontal joinability on the Engel group, Atti della Accademia Nazionale dei Lincei, Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, Rendiconti Lincei Matematica E Applicazioni, **32** (2021), 535–547.

[2] A. Bonfiglioli, E. Lanconelli, F. Uguzzoni, Stratified Lie groups and potential theory for their sub-Laplacian, Berlin–Heidelberg: Springer–Verlag, 2007.

[3] А. В. Грешнов, Р. И. Жуков, Оптимальные оценки количества звеньев базисных горизонтальных ломаных для 2-ступенчатых групп Карно с горизонтальным распределением коранга 1, Вестник российских университетов. Математика, **147** (2024), 244–254.

Новосибирский государственный университет, ИМ СО РАН, Новосибирск
E-mail: a.greshnov@g.nsu.ru

О группах конечного нормального неабелева ранга

О. Ю. Дашкова, О. А. Шпырко

Л.А.Курдаченко ввел определение нормального ранга группы [**1**].

Определение 1. Говорят, что группа G имеет конечный нормальный ранг r, если r – наименьшее число с тем свойством, что для любого конечного множества элементов $g_1, g_2, \cdots, g_n$ группы G найдутся элементы $h_1, h_2, \cdots, h_m$ из G такие, что $m \leq r$ и

$$\langle g_1, g_2, \cdots, g_n \rangle^G = \langle h_1, h_2, \cdots, h_m \rangle^G.$$

В случае, когда такого числа r не существует, нормальный ранг группы G считается бесконечным.

Начато исследование периодических разрешимых групп конечного нормального ранга [**1**], [**2**].

Введем в рассмотрение понятие нормального неабелева ранга группы.

Определение 2. Будем говорить, что неабелева группа G имеет конечный нормальный неабелев ранг r, если r – наименьшее число с тем свойством, что для любого конечного множества элементов $g_1, g_2, \cdots, g_n$ группы G, порождающих неабелеву подгруппу, найдутся элементы $h_1, h_2, \cdots, h_m$ из G такие, что $m \leq r$ и

$$\langle g_1, g_2, \cdots, g_n \rangle^G = \langle h_1, h_2, \cdots, h_m \rangle^G.$$

В случае, когда такого числа r не существует, нормальный неабелев ранг группы G считается бесконечным.

Справелива следующая теорема.

Теорема. *Пусть G – неабелева p-группа, p – простое число, A – нормальная элементарная абелева p-подгруппа группы G, фактор-группа G/A изоморфна квазициклической p-группе. Если A может быть порождена как G-подгруппа n элементами, т.е.*

$$G = \langle g_1, g_2, \cdots, g_n \rangle^G,$$

и n – наименьшее число с данным свойством, то нормальный неабелев ранг группы G равен $n + 1$.

Литература

[1] O. Yu. Dashkova, On groups of finite normal rank. *Algebra Discrete Math.*, **1**: 1 (2002), 64–68.

[2] О. Ю. Дашкова, О. А. Шпырко. Разрешимые периодические группы конечного нормального ранга. *Международная конференция Мальцевские чтения. Тезисы докладов. — Международный математический центр в Академгородке, Новосибирск*, (2023), 149.

Филиал МГУ в городе Севастополе, Севастополь
E-mail: odashkova@yandex.ru

Проблема изоморфизма GBS_n групп с центром

Ф. А. Дудкин

Конечно порождённая группа G, которая действует на дереве так, что все рёберные стабилизаторы – бесконечные циклические группы, а все вершинные стабилизаторы – свободные абелевы группа ранга n называется GBS_n *группой*. По теореме Басса-Серра [**1**] такая группа изоморфна фундаментальной группе графа групп, вершинные группы которого – свободные абелевы группа ранга n, а реберные – бесконечные циклические.

GBS_n группа G имеет нетривиальный центр тогда и только тогда, когда все рёберные группы при каждой вершине пересекаются нетривиально. В этом случае всякой GBS_n группе G можно естественным образом поставить в соответствие GBS_1 группу H. Такая группа будет иметь тривиальные модули.

Для GBS_1 групп проблема изоморфизма активно изучалась и в некоторых случаях оказалась разрешимой (см, например, [**2**]). В частности, проблема имеет положительное решение для GBS_1 групп с тривиальными модулями. В общем проблема изоморфизма GBS_1 групп остается открытой.

Теорема 1. *Пусть $n \geqslant 1$. Проблема изоморфизма GBS_n групп с центром разрешима.*

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00214, https://rscf.ru/project/24-21-00214/.

Литература

[1] J. P. Serre, Trees. Berlin/Heidelberg/New York: Springer, 1980.
[2] Ф. А. Дудкин, Групповые и алгоритмические свойства обобщенных групп Баумслага-Солитера, Алгебра и логика, 2022, т. 61, №3, 341-352

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: DudkinF@gmail.com

Об условиях конечности в группах, порожденных элементами порядка 3

Б. Е. Дураков

Пусть $\mathfrak{M}$ — некоторое множество групп. Будем говорить, что группа G является $\mathfrak{M}$-группой, если G порождается классом D сопряжённых элементов порядка 3 таким, что любая пара элементов из D порождает подгруппу, являющуюся гомоморфным образом некоторой группы из $\mathfrak{M}$.

Для $\mathfrak{M}_1 = \{3^2, SL_2(3)\}$ и $\mathfrak{M}_2 = \{3^2, SL_2(3), A_5\}$ конечные $\mathfrak{M}_i$-группы изучались в работах [**1**] и [**2**] соответственно. Одной из мотиваций было наблюдение о том, что группа Конвея, являющаяся группой автоморфизмов 24-мерной решетки Лича, оказывается $\mathfrak{M}_3 = \{3^2, SL_2(3), SL_2(5)\}$-группой [**1**].

Заметим, что если G является группой 3-транспозиций типа S_4 [**4**] (также говорят, что она имеет симплектический тип), то есть транспозиции не порождают $3^2 : 2$ или $3^{1+2} : 2$, то любая пара неперестановочных элементов порядка 3 из G, инвертируемых 3-транспозициями, либо порождает подгруппу, изоморфную A_4 или $SL_2(3)$, либо A_5.

Введём класс $\mathfrak{M}_4 = \{3^{1+2}, SL_2(3), SL_2(5)\}$ — групп, который содержит все рассматриваемые выше классы. Нас интересует

Вопрос i. *Является ли $\mathfrak{M}_i$-группа локально конечной ($i = 0, \ldots, 4$)?*

Для $i = 0$ положительный ответ на вопрос получен в работе [**3**].

В исследованиях с Д. Го и А. С. Мамонтовым получено описание порождённых тремя элементами из D подгрупп $\mathfrak{M}_4$-группы.

Лемма. *Пусть группа G порождена классом D сопряжённых элементов порядка 3 таким, что любая пара элементов из D порождает подгруппу, являющуюся гомоморфным образом одной из групп $\mathfrak{M}_4 = \{3^{1+2}, SL_2(3), SL_2(5)\}$. Тогда каждая подгруппа группы G, порождённая тремя элементами из D, конечна.*

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №23-41-10003).

Литература

[1] M. Aschbacher, M. Hall, Groups generated by a class of elements of order 3, *J. Algebra*, **24**:3 (1973), 591–612.

[2] B. Stellmacher, Einfache Gruppen, die von einer Konjugiertenklasse von Elementen der Ordnung drei erzeugt werden *J. Algebra*, **30**:1–3 (1974), 320–354.

[3] В. Д. Мазуров, Характеризация знакопеременных групп, *Алгебра и логика*, **44**:1 (2005), 54–69.

[4] А. И. Созутов, О группах типа Σ_4, порожденных 3-транспозициями, 33:1 (1992), 140–149 *Сиб. матем. журн.*, **33**:1 (1992), 140–149.

ИМ СО РАН, Красноярск
E-mail: durakov96@gmail.com

Существование спорадического композиционного фактора, изоморфного J_2, McL и HS, в некоторых конечных группах с условием на граф простых чисел

М. Р. Зиновьева

Пусть G — конечная группа, $\pi(G)$ — множество простых делителей ее порядка, $\omega(G)$ — множество порядков ее элементов (ее спектр). На $\pi(G)$ определяется граф со следующим отношением смежности: различные вершины r и s из $\pi(G)$ смежны тогда и только тогда, когда $rs \in \omega(G)$. Этот граф называется *графом простых чисел* (*графом Грюнберга — Кегеля*) группы G и обозначается через $GK(G)$.

А. М. Старолетов в [1] изучил конечные группы со спектром как у конечной простой группы, имеющие спорадический композиционный фактор.

Мы рассматриваем следующую более общую задачу: может ли конечная группа с графом простых чисел (графом Грюнберга–Кегеля) как у конечной простой неабелевой группы иметь композиционный фактор, изоморфный простой спорадической группе.

В рамках этой задачи мы формулируем следующую проблему.

Описать графы конечных групп G с условием $GK(G) = GK(H)$, где H является знакопеременной группой или конечной простой группой лиева типа над полем порядка $q = p^f$, где p – простое число, $f \in \mathbb{N}$; S – спорадический композиционный фактор группы G, изоморфный одной из групп J_2, HS или McL.

Теорема. *Пусть G – конечная группа с условием $GK(G) = GK(H)$, где H является знакопеременной группой A_n или конечной простой группой лиева типа над полем порядка $q = p^f$, где p – простое число, $f \in \mathbb{N}$; S – спорадический композиционный фактор группы G, изоморфный одной из групп J_2, HS или McL. Тогда выполняется одно из следующих утверждений:*

1) $H \in \{L_2(q), L_3(q), U_3(q)\}$;

2) $H \in \{A_9, A_{10}, A_{16}, L_4(4), U_4(5), U_6(2), S_6(2), S_8(2), O_8^+(2)\}$ и $S = J_2$;

4) $H = A_{16}$ и $S \in \{McL, HS\}$

5) $H = U_6(2)$ и $S = HS$.

Литература

[1] Staroletov A. M. Sporadic composition factors of finite groups isospectral to simple groups // Сиб. электрон. матем. изв. 2011. № 8. С. 268–272.

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, УрФУ, Екатеринбург
E-mail: zinovieva-mr@yandex.ru

Циклическая упорядочиваемость и группы виртуальных узлов

М. Э. Иванов

Узлом называется вложение окружности в трёхмерную сферу, рассматриваемое с точностью до объемлющей изотопии. Классическим инвариантом узла является его группа. Группа G называется левоупорядочиваемой, если существует порядок в G, инвариантный относительно умножения слева, т.е. для любых g, h, k из G верно, что из $g < h$ следует $kg < kh$. Понятие циклической упорядочиваемости группы является естественным обобщением левоупорядочиваемости. Неформально, оно говорит о том, что элементы группы G можно расположить на окружности таким образом, чтобы относительное положение элементов оставалось неизменным при умножении слева на любой элемент из группы. Известно, что все группы узлов являются левоупорядочиваемыми. Луис Кауфман, в конце 90-х, ввел теорию виртуальных узлов как обобщение классической. Для циклически упорядочиваемой группы G мы рассматриваем её тензорный и внешний квадрат. При некоторых предположениях о группах $H_1(G)$ и $H_2(G)$ мы показываем, что тензорный и внешний квадраты группы G левоупорядочиваемы. Это дает препятствие к наличию кручения в циклически упорядочиваемой группе. Мы применяем полученные результаты к группам табулированных виртуальных узлов.

Литература

[1] Maxim Ivanov, *Non-abelian tensor product and circular orderability of groups*, Topology and its Applications, 2024.

ИМ СО РАН, Новосибирск
E-mail: m.ivanov2@g.nsu.ru

Порядки произведений транспозиций классов целых чисел

А. Л. Искра

В 2010 году С. Коль в своей работе [**1**] ввел группу $CT(\mathbb{Z})$. Она порожденна транспозициями классов целых чисел по различным модулям (кратко – транспозиции классов), которые обозначаются символом $\tau_{r_1(m_1),r_2(m_2)}$, где $r(m) = \{r + mk \,|\, k \in \mathbb{Z}\}$ и $r_1(m_1) \cap r_2(m_2) = \emptyset$. Транспозицию классов $\tau_{r_1(m_1),r_2(m_2)}$ можно записать следующим образом

$$\tau_{r_1(m_1),r_2(m_2)} = \prod_{k\in\mathbb{Z}} (r_1 + m_1k, r_2 + m_2k) \in Sym(\mathbb{Z}).$$

Эта группа обладает рядом замечательных свойств. В частности, она является простой и каждая свободная группа конечного ранга вкладывается в группу $CT(\mathbb{Z})$. С. Коль записал в Коуровскую тетрадь [**2**, вопрос 18.48] следующую проблему описания порядков произведений двух транспозиций классов:

Вопрос. *Верно ли, что существует лишь конечное множество натуральных чисел, которые являются порядками произведения двух транспозиций классов?*

Совместно с В. Г. Бардаковым были получены следующие результаты:

Теорема. *Пусть $\tau_{r_1(m),r_2(m)}$ и $\tau_{r_3(n),r_4(n)}$ – транспозиции классов. Тогда $ord(\tau_{r_1(m),r_2(m)} \cdot \tau_{r_3(n),r_4(n)}) \in \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.*

Транспозиции классов вида $\tau_{r_1(m),r_2(m)}$ называются горизонтальными. Группа, порожденная всеми горизонтальными транспозициями классов, обозначается символом CT_∞.

Теорема. *1) Любой элемент группы CT_∞ является коммутатором элементов группы CT_∞.*

2) Любая транспозиция классов является коммутатором элементов группы $CT(\mathbb{Z})$.

3) Произведение любых двух транспозиций классов, отличных от $\tau_{0(2),1(2)}$, является коммутатором элементов группы $CT(\mathbb{Z})$.

Теорема. *Пусть $\tau_{r(m),r_1(m_1)}$ и $\tau_{r(m),r_2(m_2)}$ – транспозиции классов. Тогда $ord(\tau_{r(m),r_1(m_1)} \cdot \tau_{r(m),r_2(m_2)}) \in \{1, 3, \infty\}$, причем $ord(\tau_{r(m),r_1(m_1)} \cdot \tau_{r(m),r_2(m_2)}) = \infty$ тогда и только тогда, когда*

$$r_1(m_1) \cap r_2(m_2) \neq \emptyset \text{ и } r_1(m_1) \neq r_2(m_2).$$

Теорема. *Пусть $\tau_{r_1(m),r_2(n)}$ и $\tau_{r_3(m),r_4(n)}$ – транспозиции классов и $r_1 \leqslant r_4$, $r_3 \leqslant r_2$. Тогда $ord(\tau_{r_1(m),r_2(n)} \cdot \tau_{r_3(m),r_4(n)}) \in \{1, 2, 3, 6, \infty\}$.*

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант 24-11-00119.

Литература

[1] S. Kohl, *A simple group generated by involutions interchanging residue classes of the integers*, Math. Z., 264, no. 4 (2010), 927–938.

[2] *Коуровская тетрадь: Нерешенные вопросы теории групп,* Новосибирск, 2022.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: a.iskra@g.nsu.ru

Подгрупповые m-функторы и нормальные холловы подгруппы конечных групп

С. Йи, Р. В. Бородич, С. Ф. Каморников

Рассматриваются только конечные группы.

Отображение θ, которое ставит в соответствие каждой группе G множество $\theta(G)$, содержащее G и некоторые ее максимальные подгруппы, называется *подгрупповым m-функтором*, если $(\theta(G))^\phi = \theta(G^\phi)$ для любого изоморфизма ϕ группы G, а подгруппа $\Phi_\theta(G)$, равная пересечению всех подгрупп из $\theta(G)$, называется *θ-подгруппой Фраттини* группы G.

Будем говорить, что подгрупповой m-функтор θ *обладает $Hall\Phi$-свойством*, если $\Phi_\theta(H) = H \cap \Phi_\theta(G)$ для любой нормальной холловой подгруппы H каждой группы G.

В 2007 году Л.А. Шеметковым была отмечена следующая задача.

Найти все m-функторы, обладающие $Hall\Phi$-свойством.

Задача инициирована работой [1], где доказано, что $\Phi(H) = H \cap \Phi(G)$ для любой нормальной холловой подгруппы H каждой группы G. В данной работе выделяются бесконечные серии m-функторов, обладающих $Hall\Phi$-свойством.

Подгрупповые m-функторы θ_1 и θ_2 будем называть *Φ-эквивалентными*, если для любой группы G справедливо равенство $\Phi_{\theta_1}(G) = \Phi_{\theta_2}(G)$ (в этом случае мы пишем $\theta_1 \equiv_\Phi \theta_2$). Отношение эквивалентности $\equiv_\Phi$ разбивает множество всех подгрупповых m-функторов на попарно непересекающиеся классы. Класс эквивалентности, содержащий подгрупповой m-функтор θ, будем обозначать $[\theta, \equiv_\Phi]$.

Пусть $\mathfrak{I}$ — класс всех простых групп (включая и абелевы простые группы). Для класса $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{I}$ через $E\mathfrak{X}$ обозначим класс всех тех групп, все композиционные факторы которых принадлежат $\mathfrak{X}$. Класс $E\mathfrak{X}$ — формация Фиттинга. Поэтому в любой группе G существует $E\mathfrak{X}$-радикал $G_{E\mathfrak{X}}$, т.е. наибольшая нормальная $E\mathfrak{X}$-подгруппа группы G.

Пусть $\theta_{E\mathfrak{X}}$ — подгрупповой m-функтор, выделяющий в каждой группе G все ее максимальные подгруппы, содержащие ее $E\mathfrak{X}$-радикал.

Теорема. *Для любого класса $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{I}$ каждый подгрупповой m-функтор из класса эквивалентности $[\theta_{E\mathfrak{X}}, \equiv_\Phi]$ обладает $Hall\Phi$-свойством.*

Исследования второго и третьего авторов выполнены при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (проект № 20211749).

Литература

[1] Y. Berkovich, Alternate proofs of some basic theorems of finite groups theory. *Glasnik Matem.*, **40** (2005), 207–233.

Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou (P. R. China)
E-mail: yixiaolan2005@126.com
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)
E-mail: borodich@gsu.by
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)
E-mail: sfkamornikov@mail.ru

Об одной арифметической трактовке σ-проблемы Кегеля-Виландта

С. Ф. Каморников, В. Н. Тютянов

В работе рассматриваются только конечные группы.

Пусть $\sigma = \{\sigma_i | i \in I\}$ — разбиение множества всех простых чисел на попарно непересекающиеся подмножества σ_i. Группа G является *σ-примарной*, если G является σ_i-группой для некоторого $i \in I$.

Подгруппа H группы G называется *σ-субнормальной*, если существует цепь подгрупп

$$H = H_0 \subseteq H_1 \subseteq ... \subseteq H_n = G$$

такая, что для каждого $i = 1, 2, ..., n$ либо подгруппа H_{i-1} нормальна в H_i, либо группа $H_i/Core_{H_i}(H_{i-1})$ является σ-примарной.

Группа G называется *σ-полной*, если G обладает по крайней мере одной σ_i-холловой подгруппой для любого $i \in I$.

Система $\Sigma = \{S_1, S_2, ..., S_k\}$ неединичных σ-примарных холловых подгрупп группы G называется *полным холловым множеством типа σ*, если выполняются следующие два условия:

1) $(|S_i|, |S_j|) = 1$ для всех $i \neq j \in \{1, 2, ..., k\}$;

2) $\pi(G) = \pi(S_1) \cup \pi(S_2) \cup ... \cup \pi(S_k)$.

Сегодня следующая проблема, вошедшая в "Коуровскую тетради" под номером 19.86, называется *σ-проблемой Кегеля-Виландта.*

Проблема. *Пусть H — подгруппа σ-полной группы G и для любого полного холлова множества $\Sigma = \{S_1, S_2, ..., S_k\}$ типа σ группы G выполняется одно из следующих утверждений*:

(1) $|H| = |H \cap S_1| \cdot |H \cap S_2| \cdot ... \cdot |H \cap S_k|$;

(2) $|HS_i|$ *делит* $|G|$ *для любого* $i \in \{1, 2, ..., k\}$.

Верно ли, что H является σ-субнормальной в G?

В работе обсуждаются направления решения σ-проблемы Кегеля-Виландта для произвольного и частных разбиений σ.

Отметим, что для минимального разбиения $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, ...\}$ в силу теоремы Силова любая группа является σ-полной. В этом случае σ-проблема Кегеля-Виландта превращается в известную проблему Кегеля-Виландта. Полное решение ее, опирающееся на классификацию простых групп, было получено Кляйдманом в 1991 году.

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда и Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта Ф23РНФ-237.

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)
E-mail: sfkamornikov@mail.ru
Гомельский филиал Международного университета "МИТСО Гомель (Беларусь)
E-mail: vtutanov@gmail.com

О главных факторах параболических максимальных подгрупп конечных простых групп исключительного лиева типа

А. С. Кондратьев, В. В. Кораблева, В. И. Трофимов

Пусть P — конечная группа и U — ее нормальная подгруппа. Для главного ряда группы P, содержащего U, нормальный ряд подгрупп группы U, образованный всеми попадающими в U членами этого главного ряда, будем называть *включенным в U фрагментом* этого главного ряда. Поскольку главных рядов группы P может быть несколько, включенных в U фрагментов этих главных рядов тоже может быть несколько.

Для конечной простой группы G исключительного лиева типа, отличной от ${}^2F_4(2)'$, пусть P — ее параболическая максимальная подгруппа и $U(P)$ — унипотентный радикал группы P. Для $G = {}^2F_4(2)'$ пусть P — параболическая максимальная подгруппа группы $Aut({}^2F_4(2)') = {}^2F_4(2)$ и $U(P) = O_2(P \cap {}^2F_4(2)')$.

Для всех конечных простых групп G исключительного лиева типа и всех их указанных подгрупп P нами найдены включенные в $U(P)$ фрагменты всех содержащих $U(P)$ главных рядов групп P в случае $G \neq {}^2F_4(2)'$ и групп $P \cap {}^2F_4(2)'$ в случае $G = {}^2F_4(2)'$. При этом использовались, в частности, результаты работ **[1, 2, 3, 4]** и компьютерная система GAP **[5]**.

Исследования первого и третьего авторов выполнены при поддержке министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках проекта «Уральский математический центр» (соглашение № 075-02-2024-1428).

Литература

[1] H. Azad, M. Barry, G. Seitz. On the structure of parabolic subgroups // Comm. Algebra. 1990. Vol. 18, no. 2. P. 551–562.

[2] D. Gorenstein, R. Lyons, R. Solomon. The classification of the finite simple groups. Number 3. Part I, Chapter 3. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998.

[3] В. В. Кораблева. О главных факторах параболических максимальных подгрупп специальных конечных простых групп исключительного лиева типа // Сиб. мат. журн. 2017. Т. 58, № 6. С. 1332–1340.

[4] В. В. Кораблева. О главных факторах параболических максимальных подгрупп группы ${}^2F_4(2^{2n+1})$. Письмо в редакцию // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2019. Т. 25, № 4. С. 99–106; 2022. Т. 28, № 2. С. 297–299.

[5] The GAP Group. GAP – Groups, Algorithms, and Programming, Ver. 4.9.1, 2018.

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург; Челябинский государственный университет, Челябинск
E-mail: a.s.kondratiev@imm.uran.ru
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург; Челябинский государственный университет, Челябинск
E-mail: vvkora@gmail.com
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург; Челябинский государственный университет, Челябинск
E-mail: trofimov@imm.uran.ru

Об $\mathfrak{F}$-длине взаимно перестановочного произведения двух подгрупп конечных групп

В. И. Мурашко, А. Ф. Васильев

Рассматриваются только конечные группы. Классическим методом изучения структуры группы является построение в ней нормальных рядов с заданными свойствами. Важным параметром таких рядов является их длина. В данном докладе нас будут интересовать ряды следующего вида.

Определение. *Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Наименьшее натуральное число n такое, что группа G имеет нормальный ряд $1 = G_0 \lhd G_1 \lhd \cdots \lhd G_n = G$ в котором $G_{i-1}/G_i \in \mathfrak{X}$ для любого i называется $\mathfrak{X}$-длиной группы G и обозначается $h_{\mathfrak{X}}(G)$. Если такого n не существует, то $h_{\mathfrak{X}}(G) = \infty$.*

Если $\mathfrak{X}$ — класс всех нильпотентных групп, то мы получим понятие нильпотентной длины. В случае, когда $\mathfrak{X}$ — класс всех квазинильпотентных групп, мы получаем понятие обобщенной высоты Фиттинга $h^*(G)$ группы G, введенное в [**1**].

Естественной является задача: что можно сказать о $\mathfrak{X}$-длине группы, представленной в произведение своих подгрупп, $\mathfrak{X}$-длины которых известны? Заметим, что всякая бипримарная группа является произведием двух силовских подгрупп, нильпотентные длины которых равны 1, и может иметь любую наперед заданную нильпотентную длину. Поэтому рассматриваемая задача имеет смысл только с ограничениями на множители.

Напомним [**2**, определение 4.1.1], что группа $G = AB$ является произведением взаимно перестановочных подгрупп A и B, если A перестановочна со всякой подгруппой из B и B перестановочна со всякой подгруппой из A. Ранее авторами был получен следующий результат.

Теорема 1 [**3**, теорема 1.2(1)]. *Пусть группа $G = AB$ является произведением взаимно перестановочных подгрупп A, B. Тогда*

$$\max\{h^*(A), h^*(B)\} \leq h_{\mathfrak{F}}(G) \leq \max\{h^*(A), h^*(B)\} + 1.$$

В данном докладе будет обсуждаться развитие вышеизоженного результата.

Теорема 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — формация Фиттинга и $G = AB$ является произведением взаимно перестановочных подгрупп A, B. Тогда*

$$\max\{h_{\mathfrak{F}}(A), h_{\mathfrak{F}}(B)\} - 1 \leq h_{\mathfrak{F}}(G) \leq \max\{h_{\mathfrak{F}}(A), h_{\mathfrak{F}}(B)\} + 1.$$

Работа выполнена при поддержке БРФФИ (Ф23РНФ-237).

Литература

[1] Khukhro E. I., Shumyatsky P. On the length of finite factorized groups. Ann. Mat. Pura Appl. 194(6) (2015), 1775–1780.

[2] Ballester-Bolinches A., Esteban-Romero R., Asaad M. Products of Finite Groups. Berlin-New York: Walter de Gruyter, 2010. 334 p.

[3] Murashka V. I., Vasil'ev A. F. On lengths of mutually permutable products of finite groups. Acta Math. Hungar. 170 (2023) 412–429.

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
E-mail: mvimath@yandex.ru
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
E-mail: formation56@mail.ru

О классах конечных групп, определяемых с помощью $\mathfrak{F}^\omega$-инъекторов

Д. Г. Новикова, М. М. Сорокина

Рассматриваются только конечные группы. Через $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{A}$ обозначаются соответственно классы всех конечных, всех конечных разрешимых и всех конечных абелевых групп, $\mathbb{P}$ — множество всех простых чисел, $\varnothing \neq \pi \subseteq \mathbb{P}$, $\pi' = \mathbb{P} \setminus \pi$. Для непустого класса групп $\mathfrak{X}$ через $\pi(\mathfrak{X})$ обозначается множество $\cup_{G\in\mathfrak{X}}\pi(G)$; $\mathfrak{X}_\pi = \{G \in \mathfrak{X} \mid \pi(G) \subseteq \pi\}$, где $\pi(G)$ — совокупность всех простых делителей порядка группы G. Для классов групп $\mathfrak{X}_1$ и $\mathfrak{X}_2$ полагают $\mathfrak{X}_1\mathfrak{X}_2 = \{G \in \mathfrak{G} \mid$ в G существует нормальная подгруппа N такая, что $N \in \mathfrak{X}_1$ и $G/N \in \mathfrak{X}_2\}$ [**1**].

Пусть $\mathfrak{F}$ — непустой класс групп, ω — непустое подмножество множества $\mathbb{P}$. Подгруппу H группы G называем $\mathfrak{F}^\omega$-инъектором группы G, если H — $\mathfrak{F}$-максимальная подгруппа в G и для любой субнормальной ω-подгруппы N группы G пересечение $H \cap N$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой в N [**2**]. Понятие $\mathfrak{F}^\omega$-инъектора группы является обобщением понятия $\mathfrak{F}$-инъектора, введенного в рассмотрение Б. Фишером, В. Гашюцем и Б. Хартли в 1967 году (см., напр., [**1**], IX.(1.2)). Через $\mathrm{Inj}_{\mathfrak{F}^\omega}(G)$ и $\mathrm{Inj}_{\mathfrak{F}}(G)$ обозначаются соответственно совокупности всех $\mathfrak{F}^\omega$-инъекторов и всех $\mathfrak{F}$-инъекторов группы G. В [**1**] для класса Фиттинга $\mathfrak{F}$, содержащегося в универсуме $\mathfrak{S}$ и произвольного класса групп $\mathfrak{H}$ был введен в рассмотрение класс групп $\mathfrak{F} \uparrow \mathfrak{H}$, состоящий из всех групп $G \in \mathfrak{S}$, удовлетворяющих условию $\mathrm{Inj}_{\mathfrak{F}}(G) \subseteq \mathfrak{H}$. Отметим, что для указанного класса $\mathfrak{F}$ и любой группы $G \in \mathfrak{S}$ множество $\mathrm{Inj}_{\mathfrak{F}}(G)$ непусто (см., напр., [**1**], IX.(1.4)). Следуя [**1**], для произвольных классов групп $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ определим класс групп $\mathfrak{F}^\omega \uparrow_{\mathfrak{B}} \mathfrak{H}$:

$$\mathfrak{F}^\omega \uparrow_{\mathfrak{B}} \mathfrak{H} = \{G \in \mathfrak{B} \mid \varnothing \neq \mathrm{Inj}_{\mathfrak{F}^\omega}(G) \subseteq \mathfrak{H}\}.$$

В теореме 1 установлены свойства данного класса групп.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — непустой класс Фиттинга, $\pi = \pi(\mathfrak{F})$, $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$ — непустые классы групп, $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{S}_\omega$. Тогда справедливы следующие утверждения*:

(1) *Если классы $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$ замкнуты относительно нормальных подгрупп, то класс $\mathfrak{F}^\omega \uparrow_{\mathfrak{B}} \mathfrak{H}$ также является замкнутым относительно нормальных подгрупп.*

(2) *Пусть $\mathfrak{X} = \mathfrak{F}^\omega \uparrow_{\mathfrak{B}} \mathfrak{H}$, $\mathfrak{Y} = \mathfrak{B}\mathfrak{A}_{\pi'}$. Тогда $\mathfrak{X}\mathfrak{A}_{\pi'} \subseteq \mathfrak{F}^\omega \uparrow_{\mathfrak{Y}} \mathfrak{H}$.*

Литература

[1] Doerk K., Hawkes T. Finite Soluble Groups. – Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1992. 891 с.

[2] Новикова Д. Г., Сорокина М. М. Об одном свойстве $\mathfrak{F}^\omega$-инъекторов конечных групп // *Межд. научно-практ. конф. «Теоретические и прикладные аспекты естественно-научного образования в эпоху цифровизации»*. – Брянск: БГУ, 2024. С. 148-150.

Брянский государственный университет имени И.Г. Петровского, Брянск
E-mail: mmsorokina@yandex.ru
Брянский государственный университет имени И.Г. Петровского, Брянск
E-mail: novikovadg@yandex.ru

Конечные группы с заданными нормализаторами силовских подгрупп

С. В. Путилов

G – конечная группа; $\pi(G)$ – множество простых делителей порядка G; $Core_G(H)$ – ядро подгруппы H в G. В [1] впервые подгруппа H называется c-нормальной в G, если в G есть нормальная подгруппа N такая, что $G = NH$ и $N \cap H \subseteq Core_G(H)$.

Теорема 1. *Если в G нормализатор силовской 2-подгруппы является c-нормальной подгруппой, то G разрешима.*

Теорема 2. *Если в G для каждого $p \in \pi(G)$ нормализатор силовской p-подгруппы является c-нормальной подгруппой, или имеет примарный индекс, или имеет нечетный индекс, то G разрешима.*

Следствие 1. [2,4] *Если в G для каждого $p \in \pi(G)$ нормализатор силовской p-подгруппы имеет примарный индекс, то G разрешима.*

Следствие 2. [3] *Если в G для каждого $p \in \pi(G)$ нормализатор силовской p-подгруппы имеет нечетный индекс, то G разрешима.*

Следствие 3. [4] *Если в G для каждого $p \in \pi(G)$ нормализатор силовской p-подгруппы имеет примарный или нечетный индекс, то G разрешима.*

Следствие 4. *Если в G для каждого $p \in \pi(G)$ нормализатор силовской p-подгруппы является c-нормальной подгруппой, то G разрешима.*

Следствие 5. *Если в G для каждого $p \in \pi(G)$ нормализатор силовской p-подгруппы является c-нормальной подгруппой, или имеет примарный индекс, то G разрешима.*

Следствие 6. *Если в G для каждого $p \in \pi(G)$ нормализатор силовской p-подгруппы является c-нормальной подгруппой, или имеет нечетный индекс, то G разрешима.*

Отметим, что в [3] G даже 2-нильпотентна.

Литература

[1] Wang Y. c-Normality of groups and its properties // J. of Algebra. 1996. Vol. 180. P. 954-965.
[2] Ведерников В. А. О признаках разрешимости и сверхразрешимости конечных групп // Сиб. мат. журн. 1967. Т. 8, № 6. С. 1236-1244.
[3] Кондратьев А. С. Критерий 2-нильпотентности конечных групп // Подгрупповая структура групп. – Свердловск: УрО АН СССР, 1988. С. 82–84.
[4] Го Вэньбинь. Конечные группы с заданными индексами нормализаторов силовских подгрупп // Сиб. мат. журн. 1996. Т. 37, № 2. С. 295-300.

Брянский государственный университет им. И.Г. Петровского, Брянск
E-mail: algebra.bgu@yandex.ru

О простых спектрах подгрупп, порожденных сопряженными унипотентными элементами в конечных простых группах лиева типа

Д. О. Ревин

В докладе будет обсуждаться следующий результат, полученный докладчиком совместно с А.-М. Лю и Ч. Ваном, и место этого результата в изучении гипотезы о точном значении BS-ширины класса π-групп.

Теорема. *Зафиксируем простое число r и положим*

$$m = \begin{cases} r, & \text{если } r = 2, 3, \\ r - 1, & \text{если } r > 3 \end{cases}$$

Пусть L — конечная простая группа лиева типа и $x \in L$ — нетривиальный унипотентнтный элемент. Справедливы следующие утверждения.

(1) *Допустим, r делит $|L|$. Тогда некоторые m элементов, сопряженных с x, порождают подгруппу, порядок которой делится на r.*

(2) *Допустим, r не делит $|L|$, но некоторое простое число $s > r$ делит $|L|$. Тогда некоторые m элементов, сопряженных с x, порождают подгруппу, порядок которой делится на s.*

ИМ СО РАН, Новосибирск
E-mail: revin@math.nsc.ru

Порядки элементов почти простых групп с ортогональным цоколем

В. М. Родионов

Одним из базовых числовых множеств, связанных с конечной группой, является множество порядков ее элементов. По этой причине представляется полезным иметь явное описание множеств порядков элементов конечных простых групп, а также групп, близких к ним, в частности, почти простых групп. Напомним, что группа G называется почти простой, если $L \leq G \leq \operatorname{Aut} L$ для некоторой неабелевой простой группы L.

Мы рассматриваем случай, когда $L = P\Omega^{\varepsilon}_{2n}(q)$ — простая ортогональная группа четной размерности над полем нечетной характеристики и G содержится в $PCGO^{\varepsilon}_{2n}(q)$ — проективной группе подобий соответствующей билинейной формы. Отметим, что группа $PCGO^{\varepsilon}_{2n}(q)$ порождается по модулю L диагональными автоморфизмами и графовым автоморфизмом порядка 2.

Порядки элементов расширениия группы L графовым автоморфизмом порядка 2 найдены в [**1**]. Порядки полупростых элементов группы внутренне-диагональных автоморфизмов группы L легко извлекаются из [**2**]. В докладе будут представлены новые результаты в данном направлении.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №24-11-00127, https://rscf.ru/project/24-11-00127/.

Литература

[1] М.А. Гречкосеева. О спектрах почти простых расширений ортогональных групп четной размерности // Сиб. матем. журн. — 2018. — Т. 59, № 4. — С. 791–813.

[2] А.В. Заварницин. Строение максимальных торов в спинорных группах // Сиб. матем. журн. — 2015. — Т. 56, № 3. — С. 537–548.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: v.rodionov@g.nsu.ru

Периодические nAT-группы

А. В. Рожков

После решение коуровского вопроса 16.79 стратегия изучение AT-групп была пересмотрена. Если мы интересуемся только p-группами, то можно ограничиться классами AT_ω-групп и AT_Ω-групп, где $\omega = (p, p, ...); \Omega = (p^m, p^n, ...)$, p — простое, $m, n, ...$ — натуральные числа.

Общая конструкция AT-групп полезна при построении групп, с набором экстремальных свойств. Актуальна задача обобщения конструкции AT-групп, без потери главного свойства — индукции, при переходе к поддеревьям дерева T.

Определение 1. *Пусть T – слойно-однородное дерево. Группа G называется GAT-группой если: G действует транзитивно на слоях дерева T; на всех поддеревьях дерева T группа G индуцирует GAT-группу, во всех вершинах данного слоя одну и ту же.*

Определение 2. *Сопровождающая перестановка автоморфизма $f \in AutT$, расположенная в вершине $u \in T$, называется висящей, если на поддереве $T_{(u)}$ автоморфизм f индуцирует корневой автоморфизм.*

Теорема 1. *Если автоморфизм $f \in AutT$ периодический, то при движении по любому пути в дереве T, на котором есть нетождественные перестановки, встретится висящая перестановка.*

Определение 3. *Автоморфизм дерева T называется $n-$корневым, если нетождественные перестановки стоят только в вершинах первых n слоев дерева T. Автоморфизм назовем $n-$продольным, если все нетождественные перестановки находятся на расстоянии не более n (и не менее 1) от пути γ. Корневые и продольные автоморфизмы получаются при $n = 1$.*

Если в определении AT-групп корневые и продольные порождающие заменить на $n-$корневые и $n-$продольные, то мы получим определение nAT-групп.

Если у порождающих nAT-группы G отбросить лишние перестановки, то получившаяся AT-группа G^1 называется *главной* AT-группой nAT-группы G.

Теорема 2. *Необходимым условием периодичности nAT-группы G является периодичность ее главной AT-группы G^1.*

Регулярная nAT-группа над последовательностью $\omega = (p, p, ...), p$ — простое число, вкладывается в регулярную AT-группу над последовательностью групп $(P_n, P_n, ...)$, где P_n — это сплетение n экземпляров группы $\mathbb{Z}_p$.

Таким образом, nAT-группы — это техническое утяжеление конструкции AT-групп. Если индекс n изменяется при переходе к нижним слоям дерева, то получится более широкий класс NAT-групп, где N — последовательность индексов n. В силу теоремы 1 любая периодическая группа в $AutT$ будет иметь геометрический вид, схожий с NAT-группой.

Т.е. в $AutT$ конструкция Алешина принципиально неулучшаема.

Кубанский государственный университет, Краснодар
E-mail: great.ros.marine2@gmail.com

О характеризации группы A_5 в классе всех групп

В. С. Сенашов

Определение функции роста группы взято из [**1**]. Понятия функций плотности группы и минимального множества образующих группы введены в [**2**].

Определение 1. Пусть $G = \langle g_1 , ... , g_n \rangle$ — гуппа с множеством образующих $\mathfrak{M} = \{ g_1, ..., g_n \}$. Через $F_{(G,\mathfrak{N})}(l)$, где l целое неотрицательное число, будем обозначать функцию роста группы G в множестве образующих $\mathfrak{N}$. Если $l > 0$, то $F_{(G,\mathfrak{N})}(l)$ дает число элементов группы G, представимых в виде несократимого произведения не более, чем l элементов множества $\mathfrak{N}$. Если $l = 0$, то $F_{(G,\mathfrak{N})}(0) = 1$ (считается, что единица группы представима в виде несократимого произведения длины 0).

Определение 2. Функцию $P_{(G,\mathfrak{N})}(l) = F_{(G,\mathfrak{N})}(l) - F_{(G,\mathfrak{N})}(l-1)$ для $l > 0$, и $P_{(G,\mathfrak{N})}(0) = 1$ для $l = 0$, будем называть функцией плотности группы G в множестве образующих $\mathfrak{N}$. Функция $P_{(G,\mathfrak{N})}(l)$ для каждого целого неотрицательного l дает число элементов группы G, представимых в виде несократимого произведения l элементов множества $\mathfrak{N}$.

Определение 3. Пусть $G = \langle g_1 , ... , g_n \rangle$ группа с множеством образующих $\mathfrak{N} = \{ g_1, ..., g_n \}$. Множество $\mathfrak{N}$ будем называть минимальным, если для любого $i \in \{1, ..., n\}$ $\langle \mathfrak{N}\{g_i\}\rangle \neq G$.

Гипотеза. Пусть G — конечная простая неабелева группа с минимальным множеством образующих $\mathfrak{N} = \{a, b\}$ и функцией плотности $P_{(G,\mathfrak{N})}(l)$, H — конечная группа с минимальным множеством образующих $\mathfrak{M} = \{c, d\}$ и функцией плотности $P_{(H,\mathfrak{M})}(l)$ такие, что $P_{(G,\mathfrak{N})}(l) = P_{(H,\mathfrak{M})}(l)$.Тогда $G \simeq H$.

Теорема. Пусть $\mathfrak{N} = \{a, b\}$ — минимальное множество образующих группы A_5 и $P_{(A_5,\mathfrak{N})}(l)$ — её функция плотности в данном множестве образующих. H — конечная группа с минимальным множеством образующих $\mathfrak{M} = \{c, d\}$ и функцией плотности $P_{(H,\mathfrak{M})}(l)$ такие, что $P_{(A_5,\mathfrak{N})}(l) = P_{(H,\mathfrak{M})}(l)$. Тогда $H \simeq A_5$.

Используя подстановочное представление группы и список групп порядка 60 (взят с сайта [**3**]) удалось подтвердить гипотезу для группы A_5 — знакопеременной группы степеней 5 (минимально конечной простой неабелевой группы).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-41-10004).

Литература

[1] O.V.Melnikov, V.N.Remeslennikov, V.A.Romankov, I. P.Shestakov, General Algebra, Moscow, science, 1990, 592 p.122

[2] Шлепкин, А.А. В кн. : Международная конференция по алгебраической геометрии, комплексному анализу и компьютерной алгебре. : Сибирский Федеральный Университет, 2016. С. 121–122

[3] MATHEMATICS (Электронный ресурс), URL: https://translated.turbopages.org/proxy_u/en-ru.ru.d718f538-671c44fa-aee26a7a-74722d776562/https/math.stackexchange.com/questions/173565/group-of-order-60 (дата обращения: 26.10.2024)

Красноярск
E-mail: Vasily.Senashov@yandex.ru

Экспандеры и рост нормальных подмножеств в группах лиева типа

С. В. Скресанов

За последние годы в теории конечных групп накопился ряд результатов, в которых даётся нижняя оценка на мощность произведения AB каких-то подмножеств A, B группы G. Такие оценки имеют многочисленные приложения к диаметрам графов Кэли, ширине классов сопряжённости, разложению групп в произведение определённых подгрупп и т.п. В докладе планируется рассказать о приложении графов-экспандеров к доказательству такого рода оценок, и также обсудить полученные таким способом результаты. Так, удалось усилить теорему Ларсена, Шалева и Тиепа о росте нормальных подмножеств в группах лиева типа, а также получилось доказать гипотезу Пибера о квадрате большого нормального подмножества в случае групп лиева типа ограниченного ранга.

ИМ СО РАН, Новосибирск
E-mail: skresan@math.nsc.ru

Об аппроксимируемости относительно сопряженности обобщенных групп Баумслага — Солитэра

Е. В. Соколов

Напомним, что *обобщенной группой Баумслага — Солитэра* или, более коротко, *GBS-группой* называется фундаментальная группа непустого связного конечного графа групп, все вершинные и реберные группы которого являются бесконечными циклическими. Говорят, что GBS-группа *элементарна*, если она изоморфна бесконечной циклической группе или одному из двух расширений последней при помощи бесконечной циклической группы. Известно, что GBS-группа разрешима тогда и только тогда, когда она либо элементарна, либо изоморфна группе $\mathrm{BS}(1,n) = \langle a, b;\ a^{-1}ba = b^n \rangle$, где $|n| > 1$.

Далее будем предполагать, что G — произвольная GBS-группа и $\mathcal{C}$ — непустой класс периодических групп, замкнутый относительно взятия подгрупп и декартовых сплетений. Напомним, что группа G называется *аппроксимируемой классом $\mathcal{C}$ относительно равенства* (*сопряженности*), если для любых двух неравных (несопряженных) элементов $g, h \in G$ существует гомоморфизм группы G на группу из класса $\mathcal{C}$, при котором образы указанных элементов по-прежнему не равны (соответственно не сопряжены). Доказана следующая

Теорема. *Если группа G элементарна или не является разрешимой, то ее аппроксимируемость классом $\mathcal{C}$ относительно сопряженности равносильна аппроксимируемости тем же классом относительно равенства. В противном случае группа G аппроксимируется классом $\mathcal{C}$ относительно сопряженности тогда и только тогда, когда множество всех простых делителей порядков элементов групп из данного класса содержит все простые числа.*

Критерий аппроксимируемости группы G классом $\mathcal{C}$ относительно равенства доказан в [**1**]. Из него следует, в частности, что группа $\mathrm{BS}(1,n)$, где $|n| > 1$, может аппроксимироваться классом $\mathcal{C}$ относительно равенства, но не аппроксимироваться им же относительно сопряженности. Тем не менее, справедливо

Следствие. *GBS-группа G финитно аппроксимируема* (*т. е. аппроксимируема классом всех конечных групп*) *относительно сопряженности тогда и только тогда, когда она финитно аппроксимируема относительно равенства.*

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00307, https://rscf.ru/project/24-21-00307/.

Литература

[1] *Sokolov E. V.* Certain residual properties of generalized Baumslag–Solitar groups // J. Algebra. 2021. Vol. 582. P. 1–25.

Ивановский государственный университет, Иваново
E-mail: ev-sokolov@yandex.ru

Об инварианте виртуальных узлов

П. П. Соколов

Рассмотрим пару квандла и его точки (Q, h). Пусть $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ – n копий квандла Q. Определим свободную n-ую квандла Q как

$$Q^{*n} = Q_1 * Q_2 * \ldots * Q_n,$$

где $*$ – свободное произведение квандлов.

Зафиксируем тривиальный одноэлементный квандл T_1 и рассмотрим следующий набор автоморфизмов квандла $Q^{*n} * T_1$

$$V_i = \begin{cases} q_i \to q_{i+1} * y & , \\ q_{i+1} \to q_i \overline{*} y & , \\ q_k \to q_k & , k \neq i, i+1 \\ y \to y & , y \in T_1. \end{cases} \qquad S_i = \begin{cases} q_i \to q_{i+1} \overline{*} h_i & , \\ q_{i+1} \to q_i * h_i & , \\ q_k \to q_k & , k \neq i, i+1 \\ y \to y & , y \in T_1. \end{cases}$$

, где $i = 1, \ldots, n-1$.

Теорема 1. *Отображение $\varphi : VB_n \longrightarrow Aut(Q^{*n} * T_1)$ заданное по правилу*

$$\varphi(\sigma_i) = S_i, \quad \tau(\rho_i) = V_i$$

будет представлением группы виртуальных кос автоморфизмами $Q^{*n} * T_1$.

Теорема 2. *Пусть $\beta \in VB_n$ – виртуальная коса, тогда представление φ из прошлой теоремы порождает инвариант $VI_\beta(Q, h)$ виртуального узла $cl(\beta)$ по следующему правилу*

$$VI_\beta(Q, h) = Q^{*n} * T_1 / \{\varphi(\beta)(q_i) = q_i \mid q_i \in Q^{*n} * T_1\}$$

Теорема 3. *Пусть D – диаграмма виртуального узла, тогда представление φ порождает инвариант $VI_\beta(Q, h)$ виртуального узла D.*

Литература

[1] T. Ito. A functor-valued extension of knot quandles. 2010.

НГУ, Новосибирск
E-mail: p.sokolov@g.nsu.ru

О локально конечных группах насыщенных прямыми произведениями полудиэдральных групп

К. А. Филиппов, А. К. Шлепкин

Определение 1. Пусть $\Re$ — множество групп. Будем говорить, что группа G *насыщена* группами из $\Re$, если любая конечная подгруппа из G содержится в подгруппе группы G, изоморфной некоторой группе из $\Re$ [**1, 2**].

Определение 2. Группа G называется полудиэдромя, если $D = \langle d \rangle \leftthreetimes \langle i \rangle, d^{4n} = i^2 = 1, d^i = d^{2n-1}$. Будем называть группу D локально конечным полудиэдром, если она является объединением бемконечной возрастающей цепочки конечных полудиэдров D_i:

$$D_1 < \ldots < D_i < \ldots,$$

$$D = \cup_{i=1}^{\infty} D_i$$

[**3**].

Теорема. Пусть G — локально конечная группа, насыщенная группами из множества

$$\mathfrak{M} = \{R_1^{(n)} \times \cdots \times R_d^{(n)} \mid n \in \mathbb{N}\},$$

d — фиксированное натуральное число, $R_i^{(n)}$ — полудиэдры. Тогда

$$G = A_1 \times \cdots \times A_d,$$

где A_i — (локально конечные) ролудиэдры.

Для случая $d = 1$ теорема доказана Л.Р. Тузватулиной [**3**].

Литература

[1] А.К. Шлепкин. Сопряженно бипримитивно конечные группы, содержащие конечные неразрешимые подгруппы // III международная конференция по алгебре. Сб. тез. Красноярск. 1993. С. 369.

[2] А.К. Шлепкин. О некоторых периодических группах, насыщенных конечными простыми подгруппами / А.К. Шлепкин // Матем. тр. ИМ СО РАН. — 1998. – Т. 1, № 1. — С. 129–138.

[3] Тухватулина, Л.Р. О периодических группах, насыщенных полудиэдрами: Мат. V Всесибиского конгрессы женщин-математиков. — Красноярск: РИО СФУ, 2008. — С. 394.

Сибирский федеральный университет, Красноярск
СибГУ им. М.Ф. Решетнева
E-mail: ak_kgau@mail.ru

О классах Леви квазимногообразий нильпотентных групп

С. А. Шахова

Для произвольного класса групп $\mathcal{M}$ обозначим через $L(\mathcal{M})$ класс всех групп G, в которых нормальное замыкание $\langle a\rangle^G$ каждого элемента a из G принадлежит классу групп $\mathcal{M}$. Класс $L(\mathcal{M})$ называется классом Леви, порождённым $\mathcal{M}$.

В [**1**] доказано, что если $\mathcal{M}$ — квазимногообразие групп, то $L(\mathcal{M})$ — также квазимногообразие групп.

Пусть p — простое, а s — натуральное число, $p \neq 2$, $s \geq 2$, и $s > 2$ при $p = 3$.

$\mathcal{N}^{p^s}$ — квазимногообразие, заданное в многообразии $\mathcal{N}_2$ нильпотентных ступени ≤ 2 групп формулами

$$[x,y]^p = 1, \quad x^{p^{s-1}} = 1 \to [x,y] = 1,$$
$$x^p = [y,z] \to [y,z] = 1, \quad x^{p^s} = 1 \ \& \ y^{p^s} = 1 \to [x,y] = 1.$$

а также формулами

$$x^{p^{s+1}} = 1 \to x^{p^s} = 1, \quad x^q = 1 \to x = 1, \tag{1}$$

где q пробегает множество простых чисел, $q \neq p$;

$\mathcal{M}^{p^s}$ — квазимногообразие, заданное в многообразии $\mathcal{N}_3$ нильпотентных ступени ≤ 3 групп квазитождествами (1), а также формулами

$$[x,y,x]^p = 1, \qquad [x,y]^{p^{s-1}} = 1 \to [x,y,x] = 1,$$
$$[x,z]^p = [x,y,x] \to [x,y,x] = 1, \quad x^{p^s} = 1 \to [x,y,x] = 1.$$

$H_{p,s}$ — группа, имеющая в $\mathcal{N}_2$ представление

$$H_{p,s} = \langle x, y; x^{p^s} = [x,y]^p = 1\rangle;$$

$qH_{p,s}$ — квазимногообразие, порождённое группой $H_{p,s}$.

Классы Леви квазимногообразий, "близких" к квазимногообразию $\mathcal{N}^{p^s}$, рассматривались в [**2**], [**3**]. В настоящей работе доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть p — простое число, $p \neq 2$, $s \geq 2$, и $s > 2$ при $p = 3$, $\mathcal{K}$ — квазимногообразие групп, $qH_{p,s} \subseteq \mathcal{K} \subseteq \mathcal{N}^{p^s}$. Тогда $L(\mathcal{K}) = \mathcal{M}^{p^s}$.*

Теорема 2. *Пусть p — простое число, $p \neq 2$, $s \geq 2$, и $s > 2$ при $p = 3$. Существует континуум различных квазимногообразий $\mathcal{K}$, таких, что $L(\mathcal{K}) = L(qH_{p,s})$.*

Литература

[1] А.И. Будкин, Квазимногообразия Леви, Сиб. матем. ж., 40, №2 (1999), 266-270.
[2] С.А. Шахова, Классы Леви квазимногообразий групп с коммутантом экспоненты p, Алгебра и логика, 60, №5 (2021), 510-524.
[3] В.В. Лодейщикова, С.А. Шахова, Классы Леви квазимногообразий нильпотентных групп экспоненты p^s, Алгебра и логика, 61, №1 (2022), 77-92.

Алтайский государственный университет, г. Барнаул
E-mail: ssa@math.asu.ru

Конечные простые группы лиева типа ранга 1, удовлетворяющие сильной π-теореме Силова

В. Д. Шепелев

Пусть π — некоторое множество простых чисел. Конечная группа называется π-*группой*, если все простые делители ее порядка принадлежат π. В соответствии с определением Х. Виланда конечная группа удовлетворяет *сильной* π-*теореме Силова*, если максимальные π-подгруппы любой ее подгруппы H сопряжены в H.

Виланд [**1**, вопрос (h)] поставил вопрос о классификации конечных простых групп, удовлетворяющих сильной π-теореме Силова. Н. Ч. Манзаева [**2**] описала простые спорадические и знакопеременные группы, удовлетворяющие сильной π-теореме Силова. В 2024 году в работе [**3**] были найдены условия, характеризующие выполнение сильной π-теоремы Силова для групп из серии $L_2(q)$.

В докладе в терминах естественных арифметических параметров будут приведены необходимые и достаточные условия для того, чтобы конечные простые группы лиева типа, принадлежащие сериям ${}^2B_2(q)$, ${}^2G_2(q)$ и $U_3(q)$, удовлетворяли сильной π-теореме Силова. Таким образом, проблема Виланда решена для всех групп лиева типа ранга 1.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 24-21-00163.

Литература

[1] H. Wielandt. Zusammengesetzte Gruppen: Hölders Programm heute, Finite groups, Santa Cruz Conf. 1979, Proc. Symp. Pure Math. **37** (1980), 161–173.

[2] Н. Ч. Манзаева, Решение проблемы Виланда для спорадических групп, Сиб. электрон. матем. изв., **9** (2012), 294–305.

[3] Д. О. Ревин, В. Д. Шепелев, Сильная π-теорема Силова для групп $\mathrm{PSL}_2(q)$, Сиб. матем. журн **65**, (2024) 1011–1021.

ИМ СО РАН, НГУ, Новосибирск
E-mail: v.shepelev@g.nsu.ru

О группах, насыщенных группами диэдра

А. А. Шлепкин

Пусть $\mathfrak{R}$ — множество групп. Будем говорить, что группа G *насыщена* группами из $\mathfrak{R}$, если любая конечная подгруппа из G содержится в подгруппе группы G, изоморфной некоторой группе из $\mathfrak{R}$ [**1**]. В [**2**] поставлен Вопрос 1 (Л.С. Казарин, Б. Амберг):

Будет ли разрешимой периодическая группа, у которой любая конечная подгруппа содержится в подгруппе, изоморфной прямому произведению d конечных групп диэдра ? В случае $d = 1$ это так.

Сформулируем данный вопрос в терминах насыщенности.

Будет ли разрешимой периодическая группа, насыщенная прямыми произведениями d конечных групп диэдра. В случае $d = 1$ это так.

Получено частичное решение вопроса Амберга-Казарина в классе локально-конечных групп.

Теорема. *Пусть G — локально конечная группа, насыщенная группами из множества $\mathfrak{M}$ состоящим из прямых произведений d групп диэдра. Тогда G является прямым произведением d групп вида $B \leftthreetimes \langle v \rangle$, где B — локально циклическая группа, инвертируемая инволюцией v.*

Работа выполнена при поддержке РНФ, проект № 24-41-10004.

Литература

[1] А.К. Шлепкин. Сопряженно бипримитивно конечные группы, содержащие конечные неразрешимые подгруппы // III международная конференция по алгебре. Сб. тез. Красноярск. 1993. С. 369.

[2] Белоусов, И.Н. XII школа-конференция, посвященная 65-летию со дня рождения А.А. Махнева /И.Н. Белоусов, А.С. Кондратьев, А.В. Рожков// Тр. ИММ УрО РАН. — 2018. — № 3(24). — С. 281–285.

Сибирский федеральный университет, Красноярск
E-mail: shlyopkin@mail.ru

On the variety of two dimensional representations of the knot group of a torus knot

A. N. Admiralova, V. V. Beniash-Kryvets

Let $G = \langle g_1, \dots, g_m \rangle$ be a finitely generated group and K be an algebraically closed field of characteristic zero. The set $\hom(G, GL_n(K))$ can be identified with K-points of some affine K-variety $R_n(G) \subset GL_n(K)^m$. The variety $R_n(G)$ is usually called the variety of n-dimensional representations of G ([**1**]). The study of geometric invariants of $R_n(G)$ like the dimension or the number of irreducible components is of interest in combinatorial group theory ([**2**]). The representation varieties have also many applications in 3-dimensional geometry and topology ([**3**]).

The knot group of a torus knot has a presentation $G = \langle a, b \mid a^m = b^n \rangle$, where m and n are integers greater than one. We study the variety of representations $R_2(G)$. Let $d = \gcd(n, m)$. A curve $x^n = y^m$ in $(K^*)^2$ has d irreducible components $U_1, \dots, U_d$. Let $\alpha, \beta \in K$ be elements such that $\alpha^n = \beta^m = 1$ and $\alpha \neq 1$, $\beta \neq 1$. Let us consider morphisms

$$f_{ij} : U_i \times U_j \times GL_2(K) \to R_2(G),$$

$$(x_1, y_1, x_2, y_2, A) \mapsto \left(A \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix} A^{-1}, A \begin{pmatrix} y_1 & 0 \\ 0 & y_2 \end{pmatrix} A^{-1} \right),$$

$$h_{i,\alpha,\beta} : U_i \times GL_2(K) \times GL_2(K) \to R_2(G),$$

$$(x, y, A, B) \mapsto \left(A \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & \alpha x \end{pmatrix} A^{-1}, B \begin{pmatrix} y & 0 \\ 0 & \beta y \end{pmatrix} B^{-1} \right).$$

Let $V_{i,j}$ and $W_{i,\alpha,\beta}$ be closures of images of $f_{i,j}$ and $h_{i,\alpha,\beta}$ in Zarisski topology respectively. Then the following theorem holds.

Theorem. *1. Varieties $V_{i,j}$, where $1 \leq i, j \leq d$, and $W_{i,\alpha,\beta}$, where $1 \leq i \leq d$ and $\alpha^n = \beta^m = 1$ with $\alpha \neq 1$, $\beta \neq 1$, are all irreducible components of $R_2(G)$.*

2. The number of irreducible componets of the representation variety $R_2(G)$ is equal to $d^2 + d(n-1)(m-1)$.

3. $\dim V_{i,j} = 4$, $\dim W_{i,\alpha,\beta} = 5$ for all i, j, α, β.

4. All irreducible components of $R_2(G)$ are rational varieties.

References

[1] A. Lubotzky, and A. Magid. Varieties of representations of finitely generated groups. Memoirs AMS. 58 (1985), 1–116.

[2] S. Liriano. Algebraic geometric invariants for a class of one-relator groups. J. Pure Appl. Algebra, 132(1) (1998),105–118.

[3] H.M. Hilden, M.T. Lozano, and J.M. Montesinos-Amilibia. On the character variety of tunnel number 1 knots. J. London Math. Soc. (2), 62(3) (2000), 938–950.

Belarusian State University, Minsk, Belarus
E-mail: al.admiralova@gmail.com
Belarusian State University, Minsk, Belarus
E-mail: benyashvv@gmail.com

On a group which is generated by 3 involutions

V. G. Bardakov

Let G_T be a subgroup of $Sym(\mathbb{N}_0)$, $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$, which is generated by 3 involutions,

$$g_1 = \prod_{m=0}^{\infty} (2m, 1+2m), \quad g_2 = \prod_{m=0}^{\infty} (1+2m, 2+4m),$$

$$h = \prod_{m=0}^{\infty} (1+4m, 2+6m).$$

S. Kohl [J. Group Theory, 20, no. 5 (2017), 1025–1030] formulated

Question. *Is it true that G_T acts transitively on the set $\mathbb{N}_0$?*

It is easy to see that the permutation $g = g_1 g_2$ is a product of infinite number of cycles which are infinite in both sides,

$$g = \prod_{i=1}^{\infty} w_i, \text{ where } w_i = (\ldots, b_2^{(i)}, b_1^{(i)}, b_0^{(i)}, a_0^{(i)}, a_1^{(i)}, a_2^{(i)}, \ldots),$$

$$b_l^{(i)} = a_l^{(i)} + 1, \quad l = 0, 1, \ldots,$$

$$a_0^{(i)} = 4(i-1), \quad a_k^{(i)} = 2(2^{k-1}(2 + a_0^{(i)}) - 1), \quad k = 0, 1, \ldots$$

We are studying the orbit of 0 under the action of the group $G = \langle g, h \rangle$. Of cause, if this orbit is equal to $\mathbb{N}_0$, then the answer on the Kohl question is positive. Unfortunately, we can not prove or disprove this.

This work has been supported by the grants the Russian Science Foundation, RSF 24-21-00102.

Sobolev Institute of Mathematics and Regional Scientific and Educational Mathematical Center of Tomsk State University, Tomsk, Russia
E-mail: bardakov@mail.math.nscu.ru

Some binary codes from Hamming distance matrices

V. R. Danilko, I. Yu. Mogilnykh

The parameters of a linear binary code C are *length* $n(C)$, *dimension* $dim(C)$ and *minimum distance* $d(C)$, where the latter is the minimum of Hamming metric between pairs of distinct codewords. A *parity check matrix* of a linear code C is a matrix H whose right null space is the code: $\{x : Hx^T = 0\}$.

Let the rows of the matrix $W_{t,k,n,q}$ be indexed by q-ary words of length n with exactly t nonzeros and its columns be indexed with words with k nonzeros; (x, y)th element of $W_{t,k,n,q} = 1$ if the Hamming distance between x and y is $k - t$, 0 otherwise. These matrices generalize well-known Wilson-type matrices [**2**] having a rank formula. For $q = 2$ the codes with these parity check matrices were considered in [**1**].

The following problem was considered in [**3**]: in the class of codes with parity check matrices having fixed numbers of ones i in each row and j in each column free of 2×2 all-ones submatrices find highest information rate $\frac{dim(C)}{n}$. In [**3**] a lower estimation for this minimum via the information rate of codes from matrices $W_{t,t+1,n,2}$ $(i = n - t,\ j = t + 1)$ was provided: $\frac{n-t-1}{n}$. The value can be improved for some specific series of i and j, but in general the bound from [**3**] remains to be the best known yet.

Theorem 1. *1. The parameters of binary code* $C = \{x : W_{t,t+1,n,q}x^T = 0\}$ *are* $n(C) = (q-1)^{t+1}\binom{n}{t+1}$, $dim(C) = n(C) - \sum_{s=0}^{t}\binom{n-1+s-t}{s}(q-1)^s(q-2)^{t-s}$, $d(C) = t + 1$.

2. The parameters of the row space C *of* $W_{t,t+1,n,q}$ *are* $n(C) = (q-1)^{t+1}\binom{n}{t+1}$, $dim(C) = \sum_{s=0}^{t}\binom{n-1+s-t}{s}(q-1)^s(q-2)^{t-s}$, $d(C) = (n-t)(q-1)+1$ *and therefore* C *has a basis of its minimum weight vectors.*

There are codes from Theorem 1.1 having almost the same coderate as the codes from [**3**]. Similarly to [**1**], we construct LDPC codes that have better error-correction performance than MacKay-type codes. In general, the parameters problem for codes from $W_{t,k,n,q}$ is far from solution when $t + 1 \neq k$. In some cases the codes are optimal, e.g. the row space C of $W_{1,3,6,2}$ has parameters $n(C) = 20$, $dim(C) = 6$, $d(C) = 8$ and attains Greismer bound.

Acknowledgements. The work of the second author was performed according to the Government research assignment for IM SB RAS, Project No. FWNF-2022-0017.

References

[1] I. Mogilnykh, A. Marin, Binary codes from subset inclusion matrices. *arxiv*, https://arxiv.org/abs/2408.12154 (2024).

[2] R. M. Wilson, A diagonal form for the incidence matrices of t-subsets vs. k-subsets, *European Journal of Combinatorics*, 11, 609–615 (1990).

[3] Z. Wang, M. Zhang, and M. Liu, Achieving arbitrary locality and availability in binary codes, in *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, 1866–1870 (2015).

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia
E-mail: oklinad@gmail.com
Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia
E-mail: ivmog84@gmail.com

Semigroup approach to admissible representations of the infinite symmetric group

I. Deviatkova

Let $S(\infty)$ denote the group of all finite permutations of the countable set $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$. While the problem of describing all unitary representations of this group is unapproachable, it is possible to study certain subclasses of its representations. One of the possible ways to do it is to endow $S(\infty)$ with a suitable topology.

We will call a collection $\alpha = \{\alpha_i\}_{i \in I}$ of subsets of $\mathbb{N}$ a *partition* of $\mathbb{N}$ if $\mathbb{N} = \bigsqcup \alpha_i$, and each α_i is countable. The subgroup of all permutations that preserve α will be denoted by K^α, and for each $n \geqslant 0$ we will denote by K^α_n the subgroup of K^α that fixes points $1, 2, \dots, n$.

The (unique) group topology for which the chain of subgroups

$$K^\alpha = K^\alpha_0 \supset K^\alpha_1 \supset \dots$$

form a neighbourhood basis of unity will be called *α-topology*.

Unitary representations of $S(\infty)$ that are continuous in this topology are called *admissible representations of the pair* $(S(\infty), K^\alpha)$. A unitary representation T on the space H is admissible if and only if the subspace

$$H_\infty = \bigcup_{n \geqslant 0} H^{K^\alpha_n}$$

is dense in H. The classification of all admissible representations of the pair $(S(\infty), K^\alpha)$ was firstly obtained by Nessonov in [**1**]. We are giving different proof of his results using so-called semigroup approach.

More explicitly, we consider sets $\Gamma^\alpha(n)$ of double cosets $K^\alpha_n \backslash S(\infty) / K^\alpha_n$. It is possible to endow these sets with a semigroup structure. Then any admissible representation T of $(S(\infty), K^\alpha)$ gives rise to, and is totally defined by, representations τ_n of semigroups $\Gamma^\alpha(n)$.

We obtain full classification of irreducible admissible representations of $(S(\infty), K^\alpha)$ for any partition α.

References

[1] N. Nessonov, "Representations of S_∞ admissible with respect to Young subgroups", *Sbornik: Mathematics*, 203:3, pp. 424–458, 2012.

On recognition of direct products of simple groups with abelian Sylow 2-subgroups by spectrum

M. A. Grechkoseeva

The talk is based on joint work with A.V. Vasile'v.

The spectrum $\omega(G)$ of a finite group G is the set of element orders of G. We say that G is recognizable (by spectrum) if for every finite group H, the equality $\omega(H) = \omega(G)$ implies the isomorphism $H \simeq G$. Mazurov and Shi [**1**] showed that every recognizable group must have no nontrivial solvable subgroups, so the primary class of groups to look for recognizable ones are nonabelian simple groups and their direct products.

We are concerned with nonabelian simple groups with abelian Sylow 2-subgroups. By Walter's classification [**2**], such simple groups are precisely the simple linear groups $PSL_2(q)$ (for some specific q), the small Ree groups ${}^2G_2(q)$ and the Janko sporadic group J_1.

Brandl and Shi [**3**] proved that every nonabelian simple group S with abelain Sylow 2-subgroups is recognizable. Li, Moghaddamfar, Vasil'ev and Wang [**4**] proved that the direct square of such a simple group S is recognizable if and only if $S = {}^2G_2(q)$ or $S = J_1$. In [**5**], we continue their investigations and establish the following.

Theorem 1. *Suppose that G is either ${}^2G_2(q) \times {}^2G_2(q) \times {}^2G_2(q)$, $q = 3^{2m+1} > 3$, or $J_1 \times J_1 \times J_1 \times J_1$. Then there are infinitely many finite groups having the same spectrum as G.*

Theorem 2. *There is an increasing sequence $\{p_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ of odd primes such that for every $k \in \mathbb{N}$, the direct product of the groups ${}^2G_2(3^{p_i})$, $i = 1, \ldots, k$, is recognizable by spectrum.*

References

[1] V.D. Mazurov, W.J. Shi, A criterion of unrecognizability by spectrum for finite groups, Algebra Logic, **51**:2 (2012), 160–162.

[2] J.H. Walter, The characterization of finite groups with abelian Sylow 2-subgroups, Ann. of Math. (2), **89** (1969), 405–514.

[3] R. Brandl, W. J. Shi, A characterization of finite simple groups with abelian Sylow 2-subgroups, Ricerche Mat., **42**:1 (1993), 193–198.

[4] T. Li, A.R. Moghaddamfar, A.V. Vasil'ev, Zh. Wang, On recognition of the direct squares of the simple groups with abelian Sylow 2-subgroups, Ricerche Mat., 2024, DOI: 10.1007/s11587-024-00847-8.

[5] M.A. Grechkoseeva, A.V. Vasil'ev, On finite groups isospectral to groups with abelian Sylow 2-subgroups, arXiv:2409.15873.

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: grechkoseeva@gmail.com

On finite non-solvable groups whose Gruenberg–Kegel graphs are isomorphic to the paw

A. S. Kondrat'ev, N. A. Minigulov

The *Gruenberg–Kegel graph* (or the *prime graph*) $\Gamma(G)$ of a finite group G is a graph, in which the vertex set is the set of all prime divisors of the order of G and two different vertices p and q are adjacent if and only if there exists an element of order pq in G. The paw is a graph on four vertices whose degrees are 1, 2, 2, and 3.

A. S. Kondrat'ev has described finite groups with the same Gruenberg–Kegel graphs as groups $Aut(J_2)$ (see **[1]**) and A_{10} (see **[2]**). The Gruenberg–Kegel graphs of all these groups are isomorphic as abstract graphs to the paw.

We establish the following more general problem: to describe finite groups whose Gruenberg–Kegel graphs are isomorphic as abstract graphs to the paw.

As a part of the solution of this problem, in **[3]** we have proved that if G is a finite non-solvable group and the graph $\Gamma(G)$ as abstract graph is isomorphic to the paw, then the quotient group $G/S(G)$ (where $S(G)$ is the solvable radical of G) is almost simple, and have classified all finite almost simple groups such that their Gruenberg–Kegel graphs as abstract graphs are isomorphic to subgraphs of the paw. Also we have classified in **[4, 5]** finite groups G whose Gruenberg–Kegel graphs as abstract graphs are isomorphic to the paw in the followings cases: (1) G is solvable; (2) G has no elements of order 6; (2) G contains element of order 6, and the vertex of degree 1 in the graph $\Gamma(G)$ divides $|S(G)|$.

In this talk, we discuss a recent progress in description of finite non-solvable groups whose Gruenberg–Kegel graphs are isomorphic as abstract graphs to the paw.

References

[1] A. S. Kondrat'ev, Finite groups with prime graph as in the group $Aut(J_2)$. *Proc. Steklov Inst. Math.* **283(1)** (2013) 78–85.

[2] A. S. Kondrat'ev, Finite groups that have the same prime graph as the group A_{10}. *Proc. Steklov Inst. Math.* **285(1)** (2014) 99–107.

[3] A.S. Kondrat'ev, N.A Minigulov, Finite almost simple groups whose Gruenberg–Kegel graphs as abstract graphs are isomorphic to subgraphs of the Gruenberg–Kegel graph of the alternating group A_{10}. *Siberian Electr. Math. Rep.* **15** (2018) 1378–1382.

[4] A. S. Kondrat'ev, N. A. Minigulov, Finite solvable groups whose Gruenberg–Kegel graphs are isomorphic to the paw. *Trudy Inst. Math. i Mekh. UrO RAN* **28(2)** (2022) 269–273.

[5] A. S. Kondrat'ev, N. A. Minigulov, On finite non-solvable groups whose Gruenberg–Kegel graphs are isomorphic to the paw. *Commun. Math. Stat.* **10(4)** (2022) 653–667.

N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS, Yekaterinburg(Russia)
E-mail: a.s.kondratiev@imm.uran.ru
N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS, Yekaterinburg(Russia)
E-mail: n.a.minigulov@imm.uran.ru

The first Orlicz cohomology of some discrete groups

Ya. A. Kopylov

We study the first Orlicz cohomology of general (not necessarily countable) discrete groups. We give some conditions for the triviality of the first ℓ^Φ-cohomology $H^1(G,\ell^\Phi(G)) = 0$ and the reduced ℓ^Φ-cohomology $\overline{H}^1(G,\ell^\Phi(G))$ of a discrete group G, where Φ is an N-function, and for the coincidence of these spaces.

Theorem 1. *Let G be an infinite group and let Φ be an N-function of class $\Delta_2(0)$. If G is non-amenable then $H^1(G,\ell^\Phi(G))$ is Hausdorff. If G is countable and $H^1(G,\ell^\Phi(G))$ is Hausdorff then G is non-amenable.*

Theorem 2. *Suppose that Φ is an N-function of class $\Delta_2(0)$. Let $N \le H \le G$ be a chain of discrete groups such that N is an infinite normal subgroup in G and H is non-amenable and countable. If $H^1(H,\ell^\Phi(H)) = 0$ then $H^1(G,\ell^\Phi(G)) = 0$.*

Theorem 3. *If Φ is an N-function of class $\Delta_2(0)$ and a group G has locally vanishing first ℓ^Φ-cohomology (that is, for any finite set $S \subset G$ there exists a finitely generated subgroup $H \le G$, $H \supset S$, such that $\overline{H}^1(H,\ell^\Phi(H)) = 0$) then $\overline{H}^1(G,\ell^\Phi(G)) = 0$.*

Denote by $\aleph_1$ the first uncountable cardinal.

Theorem 4. *Let G be an uncountable group with infinite center or a periodic group with $|G| > \aleph_1$ and let Φ be an N-function. Then $H^1(G,\ell^\Phi(G)) = 0$.*

Theorem 5. *Let G be a countable locally finite group and let Φ be an N-function. Then the mapping $\varkappa : H^1(G,\mathbb{C}[G]) \to H^1(G,\ell^\Phi(G))$ induced by the embedding $\mathbb{C}[G] \hookrightarrow \ell^\Phi(G)$ is not injective.*

Theorem 6. *Let G be an infinite locally finite group and let Φ be an N-function. Then $\overline{H}^1(G,\ell^\Phi(G)) = 0$.*

The research was carried out in the framework of the State Task to the Sobolev Institute of Mathematics (Project FWNF–2022–0006).

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: yakop@math.nsc.ru

Linear representations of singular braid groups

T. A. Kozlovskaya

Let $R = \mathbb{Z}[t^{\pm 1}, q^{\pm 1}]$ be the ring of Laurent polynomials and V_m be a free left module over R with basis $\{v_{ij}\}$, $1 \leq i < j \leq n$. The Lawrence-Krammer-Bigelow representation (LKBR for short) $\varphi_{LKB}\colon B_n \longrightarrow GL(V_m)$ is defined by action of σ_i $i = 1, 2, \ldots, n-1$ on the basis of V_m as follows

$$\varphi_{LKB}(\sigma_i)(v_{k,l}) = \begin{cases} v_{k,l}, & \{k,l\} \cap \{i, i+1\} = \emptyset, \\ v_{i,l}, & k = i+1, \\ tq(q-1)v_{i,i+1} + (1-q)v_{i,l} + qv_{i+1,l}, & k = i \,\text{and}\, i+1 < l, \\ tq^2 v_{i,i+1}, & k = i \,\text{and}\, l = i+1, \\ v_{k,i}, & l = i+1 \,\text{and}\, k < i, \\ (1-q)v_{k,i} + qv_{k,i+1} + q(q-1)v_{i,i+1}, & l = i. \end{cases}$$

We find extensions of the LKBR to a representation of the singular braid monoid SM_n and the singular braid group SB_n.

Theorem. *Let $\varphi_{LKB}\colon B_n \longrightarrow GL(V_m)$ be the LKBR and $u, v \in \mathbb{C}$. Then the map $\Phi^{u,v}_{LKB}\colon SM_n \longrightarrow GL(V_m)$, which is defined on the generators by the formulas*

$$\Phi^{u,v}_{LKB}(\sigma_i) = \varphi_{LKB}(\sigma_i),$$
$$\Phi^{u,v}_{LKB}(\tau_i) = u\varphi_{LKB}(\sigma_i) + ve, \quad e = id,$$

defines a representation of SM_n which is an extension of the LKBR of B_n. If all $\Phi^{u,v}_{LKB}(\tau_i)$ are invertible, then we get a representation of the group SB_n.

This work has been supported by the grants the Russian Science Foundation, RSF 24-21-00102.

Regional Scientific and Educational Mathematical Center of Tomsk State University, Tomsk, Russia
E-mail: t.kozlovskaya@math.tsu.ru

On constructive Higman embeddings of the groups $\mathbb{Q}$ and $GL(n,\mathbb{Q})$ into finitely presented groups

V. H. Mikaelian

The objective of this note is to present our recent article [**6**] on *constructive embedding of the additive group of rational numbers* $\mathbb{Q}$ *into a finitely presented group*, and to announce research under preparation [**7**] on *constructive embedding of the matrix group* $GL(n,\mathbb{Q})$ *into a finitely presented group*. Questions on existence of such embedding has been posed in Kourovka Notebook [**3**], see points (a) and (c) of problem 14:10, and elsewhere. These questions reflect the fundamental Higman Embedding Theorem [**2**] stating that a finitely generated group (or a group with effectively enumerable countably infinite generators) is embeddable into a finitely presented group if and only if it is recursive. Since $\mathbb{Q}$ and $GL(n,\mathbb{Q})$ are both recursive, they by [**2**] admit the above embeddings, and hence 14:10 (a) and 14:10 (c) ask about building those embeddings *constructively*.

Embeddings of both [**6**] and [**7**] follow the general scheme in which the embeddable group G is being embedded into a 2-generator group T_G in such a manner that if G is recursive, then T_G also is recursive. This embedding method is given in [**4**] where the defining relations of T_G are being outputted from the defining relations of G via a straightforward algorithm. The methods we use are based on free constructions, such as, free products with amalgamated subgroups and HNN-extensions. The initial group $G = \mathbb{Q}$ or $G = GL(n,\mathbb{Q})$ first is being embedded into the 2-generator recursive group T_G. Then the relations of T_G are represented by a set $\mathcal{X}$ of integer-valued sequences, and $\mathcal{X}$ is being composed by Higman operations, see [**2, 6**]. This allows to build the respective *benign* subgroup $A_{\mathcal{X}}$ in the free group F_3, after which we finish the embedding by the "Higman Rope Trick" from [**2**]. Notice that earlier the answer to Problem 14:10 (a) was published by J. Belk, J. Hyde, F. Matucci in [**1**] using completely different methods.

References

[1] J. Belk, J. Hyde, F. Matucci, *Embedding* $\mathbb{Q}$ *into a finitely presented group*, Bull. Amer. Math. Soc. 59 (2022), 561–567.
[2] G. Higman, *Subgroups of finitely presented groups*, Proc. R. Soc. Ser. A (1961), 262, 455–475.
[3] E.I.Khukhro, V. D. Mazurov (eds.), *The Kourovka Notebook. Unsolved Problems in Group Theory*, 20'th ed., S.L. Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (1999).
[4] V. H. Mikaelian, *Embeddings using universal words in the free group of rank 2*, Sib. Math. J., 62 (2021), 1, 123–130.
[5] V. H. Mikaelian, *The Higman operations and embeddings of recursive groups*, J. Group Theory, 26 (2023), 6, 1067–1093.
[6] V. H. Mikaelian, *On explicit embeddings of* $\mathbb{Q}$ *into finitely presented groups*, J. Group Theory, accepted for publication.
[7] V. H. Mikaelian, *Constructive embeddings of* $GL(n,\mathbb{Q})$ *into finitely presented groups*, in preparation.

Yerevan State University, Yerevan (Armenia)
E-mail: v.mikaelian@gmail.com, vmikaelian@aua.am

On completely regular codes in the multidimensional rectangular grid

I. Y. Mogilnykh, A. Y. Vasil'eva

A vertex partition $(V_0, V_1, \ldots, V_{k-1})$ of a graph is called the perfect k-coloring if for every $i, j \in \{0, 1, \ldots, k-1\}$ there exists the integer a_{ij} such that every vertex of V_i has exactly a_{ij} neighbors in V_j. Then the matrix $A = (a_{ij})$ is called the parameter matrix. A perfect coloring is distance regular if its parameter matrix is three-diagonal i.e., it is the coloring by the distance from V_0. In this case V_0 is called the completely regular code and we will write the parameter matrix A as the sequence of its nonzero elements: $[a_{00}, a_{01}|a_{10}, a_{11}, a_{12}|a_{21}, a_{22}, a_{23}|\ldots|a_{k-1,k-2}, a_{k-1,k-1}]$. The n-dimensional rectangular grid is the graph G_n with the vertex set $\mathbf{Z}^n$ and the edge set $\{(x, y) : \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i| = 1\}$.

The problem of characterization for parameter matrices of distance regular colorings of n-dimensional rectangular grid is complicated and was solved only for $n = 2, 3$, **[1, 3]**. Just a few is known on the parameter matrices in the general case **[2]**:

1) any irreducible coloring of G_n has at most $2n + 1$ colors;

2) $a_{10} \le a_{21} \le \ldots \le a_{k-1,k-2}$ and $a_{01} \ge a_{12} \ge \ldots \ge a_{k-2,k-1}$.

We call as a density of the i-th color, $i = 0, 1, \ldots, k-1$, the following value: $p_i = \lim_{r\to\infty} \frac{|V_i \cap B_r|}{|B_r|}$, where B_r denotes the ball of radius r centered in the all-zero vertex. We obtain

Theorem 1. *Let $(V_0, V_1, \ldots, V_{k-1})$ be an irreducible distance regular coloring of G_n. Then the sequence $p_0, p_1, \ldots, p_{k-1}$ of color densities in unimodal.*

Hereinafter we restrict ourselves to the parameter matrices with the all-zero diagonal. If the number of colors $k = 2$ then the only potential matrix is $[0, 2n|2n, 0]$ and it is feasible. If $k = 3$ then the potential matrix has the form $[0, 2n|t, 0, 2n - t|2n, 0], t = 1, \ldots, n$, and for any $t = 1, \ldots, n$ the matrix is also feasible. If $k = 4$ then the potential matrix has the form $[0, 2n|t, 0, 2n - t|s, 0, 2n - s|2n, 0], 1 \le t \le s \le n$; in this case the following result was obtained using the linear programming:

Theorem 2. *The matrices* $[0, 8|1, 0, 7|2, 0, 6|8, 0]$ *and* $[0, 8|1, 0, 7|3, 0, 5|8, 0]$ *are not feasible for distance regular 4-colorings of 4-dimensional rectangular grid.*

The work was performed according to the Government research assignment for IM SB RAS, project FWNF-2022-0017.

References

[1] Avgustinovich, S.V., Vasil'eva, A.Y., Sergeeva, I.V. Distance regular colorings of an infinite rectangular grid. J. Appl. Ind. Math. 6, 280–285 (2012).

[2] Avgustinovich, S.V., Vasil'eva, A.Yu. Completely regular codes in the n-dimensional rectangular grid, Siberian Electronic Mathematical Reports, 19:2, 861–869 (2022).

[3] Tarasov, A.A. Parameters of distance regular 3-colorings of three-dimensional grid. Student's coursework (2018).

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk (Russia)
E-mail: ivmog84@gmail.com
Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk (Russia)
E-mail: vasilan@math.nsc.ru

Weakly periodic ground states for the Vannimenus model on the Cayley tree of order two

M. A. Rasulova

The Cayley tree $\Gamma^k = (V, L)$ (see, e.g., [1,2]) of order $k \geq 1$ is an infinite tree, i.e., a graph without cycles, from each vertex of which exactly $k+1$ edges issue. It is known (see [1]) that there exists a one-to-one correspondence between the set V of vertices of the Cayley tree of order $k \geq 1$ and the group G_k of the free products of $k+1$ cyclic groups $\{e, a_i\}$, $i = 1, ..., k+1$ of the second order (i.e. $a_i^2 = e$, $a_i^{-1} = a_i$) with generators $a_1, a_2, ..., a_{k+1}$. Consider model where the spin takes values in the set $\Phi = \{-1, +1\}$. For $A \subseteq V$ a spin *configuration* σ_A on A is defined as a function $x \in A \mapsto \sigma_A(x) \in \Phi$; the set of all configurations coincides with $\Omega_A = \Phi^A$. Denote $\Omega = \Omega_V$ and $\sigma = \sigma_V$.

The Vannimenus model (see [2]) is defined by the following Hamiltonian

$$H(\sigma) = -J_p \sum_{\rangle x,y \langle} \sigma(x)\sigma(y) - J \sum_{\langle x,y\rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y), \tag{1}$$

where $J_p, J \in \mathbb{R}$, and $\sigma \in \Omega$.

Remark 1. Recall that model (1) coincides with the Ising model under the condition $J_p = 0$ (see, e.g., [2]).

Let $A \subset \{1, 2, 3\}$, $H_A = \{x \in G_k : \sum_{j \in A} w_j(x) - \text{even}\}$, where $w_j(x)$ is the number of letters a_j in the word x. Note that H_A is a normal subgroup of index two (see [1]).

In this work we study all H_A-weakly periodic ground states for the Vannimenus model on the Cayley tree of order two.

Theorem. *Let $k = 2$ and $|\ A\ | \in \{1, 2, 3\}$. If $(J, J_p) \neq (0, 0)$, then all H_A-weakly periodic ground states are translation-invariant.*

Remark 2. H_A-periodic ground states for the Vannimenus model on a second-order Cayley tree were studied in [3].

References

[1] Ganikhodzhaev, N.N.: Group representation and automorphisms of the Cayley tree. Dokl. Akad. Nauk Resp. Uzbekistan. 4, 3–5 (1994)

[2] Rozikov, U.A.: Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific, Singapore (2013). https://doi.org/10.1142/8841.

[3] Rasulova, M.A.: H_A-periodic ground states for the Vannimenus model on the Cayley tree of order two. Abstracts of the international conference Gibbs measures and the theory of dynamical systems, May 20–21, 2024, Tashkent, Uzbekistan, pp. 148–149.

V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent (Uzbekistan)
E-mail: m_rasulova_a@rambler.ru

On Burnside-Schur groups

G. K. Ryabov

Following Wielandt, a finite group G is called a *B-group* (*Burnside group*) if every primitive group containing a regular subgroup isomorphic to G is doubly transitive. Using a method of Schur rings, Wielandt proved that every abelian group of composite order which has at least one cyclic Sylow subgroup is a B-group. Since then, other infinite families of B-groups were found by the same method. A simple analysis of the proofs of these results shows that in all of them a stronger statement was proved for the group G under consideration: every primitive Schur ring over G is trivial. A finite group G possessing the latter property, we call *BS-group* (*Burnside-Schur group*). In the talk, we give infinitely many examples of B-groups which are not BS-groups.

The talk is based on a joint work with I. Ponomarenko.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk (Russia)
E-mail: gric2ryabov@gmail.com

Subwreath product as structure of normal subgroups of permutational wreath products

R. V. Skuratovskii

Normal subgroups and their properties for finite and infinite iterated wreath products $W = S_{n_1} \wr \ldots \wr S_{n_m}$, $n, m \in \mathbb{N}$ and $A_n \wr S_n$ are found.

We prove that W is a monolithic group.

Definition 1. *The permutational* subwreath product $G \wr\!\!\wr H$ *is the semi-direct product* $G \ltimes \tilde{H}^X$, *where* G *acts on the subdirect product* $\tilde{H}^X$ *by the respective permutations of the subdirect factors. In this case, the additional condition defining the subdirect product* $\tilde{H}^X$ *is established separately.*

Subwreath product also appears in the research of pronormality [**1**]. The first normal subgroup in $W = S_n \wr S_n$ turned out to be subwreath product.

Definition 2. *The set of elements from* $S_n \wr S_n, n \geqslant 3$ *which presented by the Kaloujnine tableaux* [**2**] *of form:* $[e]_0,\ [a_1, a_2, \ldots, a_n]_1$, *satisfying the condition*

$$\sum_{i=1}^{n} dec([a_i]_1) = 2k, k \in \mathbb{N}, \tag{1}$$

be called set of type $\widetilde{A}_n^{(1)}$ *and denote this set by* $E \wr\!\!\wr \widetilde{A}_n$. *Note that condition* (1) *uniquely identifies subdirect product, wherein* $dec(\pi)$ *is the decrement* [**3**].

The set $E \wr\!\!\wr \widetilde{A}_n$ is normal subgroup having **normal rank** 2 [**4**] in $S_n \wr S_n$. We spread this definition on 3-multiple wreath product by recursive way.

Definition 3. *The subgroup* $E \wr \widetilde{A}_n^{(1)}$ *be denoted by* $\widetilde{A}_n^{(2)}$.

Furthermore we prove that $E \wr \widetilde{A}_n^{(2)} \lhd S_n \wr S_n \wr S_n$. The order of $E \wr \widetilde{A}_n^{(2)}$ is $(n!)^{3n} : 2^3$. The subgroup $\widetilde{A}_n^{(1)}$ has **normal rank** 2 in $S_n \wr S_n$.

Theorem 1. *There are exactly 8 proper normal subgroups in* $S_n \wr S_m$, *where* $n, m > 4$ *and 3 additional subgroups:* $E \wr K_4, K_4 \wr \widetilde{A}_4, K_4 \wr S_4$ *provided by the condition* $n = 4$. *Furthermore* $S_n \wr S_m$ *is the monolithic group.*

Theorem 2. *There are exactly 50 normal subgroups in* $S_n \wr S_m \wr S_k$, $m, n, k > 4$.

References

[1] *N. V. Maslova, D. O. Revin*, On the Pronormality of Subgroups of Odd Index in Some Direct Products of Finite Groups, *Journal of Algebra and Its Applications*, 22:04 (2023), 2350083, doi: https://doi.org/10.1142/S0219498823500834

[2] *Kaloujnine L. A.* Sur les p-group de Sylow. // C. R. Acad. S. Paris. — 1945. — **221**. — P. 222–224.

[3] *Sachkov, V.N.*, Combinatorial methods in discrete Mathematics. *Encyclopedia of mathematics and its applications 55*. Cambridge Press. 2008. P. 305.

[4] *Dashkova O. Yu.* On groups of finite normal rank. Algebra Discrete Math. 2002. 1, No. 1. P. 64-68.

National Aviation University
E-mail: ruslan.skuratovskii@nau.edu.ua

On classes of finite groups in which maximal subgroups are k-submodular

T. I. Vasilyeva

All groups under consideration are finite. In a nilpotent group, every subgroup is subnormal. From [**1**, Theorem VI.9.2(b)] it follows that if the group G is supersoluble, then every its proper subgroup can be connected to G by a chain of subgroups of prime indices. Schmidt proved in [**2**] that the subgroup M of the group G is a maximal modular subgroup in G if and only if either M is maximal normal subgroup of G, or $G/\mathrm{Core}_G(M)$ is a non-abelian group of order pq for some primes p and q.

Definition 1. *Let n be a natural number. A subgroup H of a group G will be called n-modularly embedded in G if either $H \trianglelefteq G$ or $H \neq \mathrm{Core}_G(H)$, $|G : H| = p$ and $|G/\mathrm{Core}_G(H)| = pq^n$, q^n divides $p - 1$ for some primes p and q.*

Definition 2. *Let k be a fixed natural number. A subgroup H of a group G will be called k-submodular in G if there exists a chain of subgroups $H = H_0 \leq H_1 \leq \cdots \leq H_{m-1} \leq H_m = G$ such that H_{i-1} is n-modularly embedded in H_i for some natural $n \leq k$ and every $i = 1, \ldots, m$.*

Note if $n = 1$ and a maximal subgroup in G is n-modularly embedded, then it is modular. If $k = n = 1$ and a subgroup in G is k-submodular, then it is submodular in G. Groups with given systems of submodular subgroups were studied in [**3**]–[**6**].

Theorem. *Let $\mathfrak{X}$ be a class of all groups G in which any maximal subgroup is k-submodular. Let $\mathfrak{Y}$ be a class of all groups G such that every maximal subgroup of any subgroup A of G is k-submodular in A. Then*

(1) $\mathfrak{X}$ is a Schunk class consisting of supersoluble groups.

(2) $\mathfrak{Y}$ is a hereditary formation.

(3) The group $G \in \mathfrak{X}$ if and only if every $G/\Phi(G) \in \mathfrak{H}$.

The properties of k-submodular subgroups of groups are obtained [**7**].

This work was supported by the Ministry of Education of the Republic of Belarus (Grant no. 20211750 "Convergence-2025").

References

[1] Huppert B., Endliche Gruppen. I., Berlin: Springer, 1967.
[2] Schmidt R., Modulare Untergruppen endlicher Gruppen, J. Ill. Math., **13** (1969), 358–377.
[3] Zimmermann I., Submodular subgroups in finite groups, Math. Z., **202** (1989), 545–557.
[4] Vasilyev V. A., Finite groups with submodular Sylow subgroups, Siberian Math. J., **56**(6) (2015), 1019–1027.
[5] Vasil'ev A. F., Vasil'eva T. I., Parfenkov K. L., Finite groups with three given subgroups, Siberian Math. J., **59**(1) (2018), 50–58.
[6] Monakhov V. S., Sokhor I. L., Finite groups with submodular primapy subgroups, Arch. Math., **121** (2023), 1–10.
[7] Vasilyeva T. I., On k-submodular subgroups of finite groups. arXiv:2406.04704v1 [math.GR] 7 Jun 2024.

Belarusian State University of Transport, Gomel (Belarus)
E-mail: tivasilyeva@mail.ru

Linear representation of cactus groups

K. V. Zimireva

Braid groups have various applications in algebra and topology, and the cactus group can be considered as its analogue. The cactus group was appeared in the work of S. L. Devadoss [**1**] during the study the mosaic operad.

Definition 1 ([**2**], [**3**]). A cactus group J_n, $n \geqslant 2$, is generated by $a_i := s_{1,i}$, $i = 2, ..., n$, with defining relations:

$$a_i^2 = 1,$$
$$(a_i a_k a_j a_k)^2 = 1, \quad i \leqslant j, \quad i + j \leqslant k,$$
$$a_i a_k a_j a_k = a_{i+j-k} a_j a_{i+j-k} a_i,$$
$$4 \leqslant j + 2 \leqslant i \leqslant n; \quad j < k < i; \quad 2 \leqslant i + j - k \leqslant n; \quad 2k \leqslant i + j.$$

In the current work we use this presentation to construct a linear representation of J_n.

Theorem 1. Let V be a free left module with basis e_i, $1 \leqslant i \leqslant n$, over the ring $\mathbb{Z}[t_1^{\pm 1}, \ldots, t_{n-1}^{\pm 1}]$. The map $f : J_n \to \mathrm{Aut}(V)$ is a linear representation of a cactus group J_n, defined as $f_k := (a_k)f$, where

$$(e_u)f_v = \begin{cases} t_{u-1} t_{v-u}^{-1} e_{v-u+1}, & 1 \leqslant u \leqslant v, \\ e_u, & v < u \leqslant n, \end{cases}$$

and we assume $t_0 = 1$, $v = 2, \ldots, n$.

Theorem 2. The image of the group J_n under the map f is isomorphic to the symmetric group S_n. In particular, f is not faithful for $n \geq 3$.

This work has been supported by the grants the Russian Science Foundation, RSF 24-21-00102.

References

[1] S. L. Devadoss, Tessellations of Moduli Spaces and the Mosaic Operad, Contemp. Math., **239** (1999), 91–114.

[2] H. Chemin, N. Nanda, Minimal presentation, finite quotients and lower central series of cactus groups(2024), arXiv:2401.07924.

[3] K. V. Zimireva, A presentation of the cactus group: collection of Abstracts, Novosibirsk, november 13-17, 2023; Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk State University (2023), 182 p.

Novosibirsk State University, Novosibirsk (Russia)
E-mail: k.zimireva@g.nsu.ru

VI. Секция «Теория колец»

О классификации конечных колец характеристики p^2

Е. В. Журавлев, О. А. Филина

Пусть R – конечное локальное кольцо с единицей e, J – радикал Джекобсона, $\mathrm{char}R = p^2$, p – простое число, $R/J = F \cong GF(p^r)$. Кольцо R содержит элемент b мультипликативного порядка $p^r - 1$ такой, что $b + J$ – примитивный элемент F и относительно умножения $(s + J)(x + J^{i+1}) = sx + J^{i+1}$, $s \in R$, $x \in J^i$, $i \in \mathbb{N}$, факторкольцо J^i/J^{i+1} – векторное пространство над F ([**1, 2, 3**]). Пусть $\dim_F J/J^2 = 2$, $\dim_F J^2 = 3$, $J^3 = 0$, $pe \in J^2$ и $b \in Z(R)$, $Z(R)$ – центр кольца R. Выберем $u_1, u_2, v_1, v_2 \in J$ такими, что $J = Fu_1 \oplus Fu_2 \oplus J^2$, $J^2 = Fv_1 \oplus Fv_2 \oplus Fpe$. Тогда

$$u_i u_j = a_{ij}^{(1)} v_1 + a_{ij}^{(2)} v_2 + a_{ij}^{(3)} pe,$$

для некоторых $a_{ij}^{(k)} \in F$, $i, j = \overline{1,2}$, $k = \overline{1,3}$. Рассмотрим матрицы умножения из структурных констант: $A_k = \left(a_{ij}^{(k)}\right)_{2\times 2}$, $k = \overline{1,3}$.

Пусть Σ – множество всех таких элементов поля F, что для любых $a, b \in \Sigma$ не существует изоморфизма ρ поля F при котором $a^\rho = b$ (равносильно – для любых $a, b \in \Sigma$ не существует такого натурального числа k, что $a^{p^k} = b$). Пусть Σ_1 – множество всех таких элементов Σ, что $a \neq b + 1$ для любых $a, b \in \Sigma_1$. Если $t \in F$, $t \neq 0, 1$, то обозначим через Σ_t – множество всех таких элементов Σ, что $a \neq b + 1/t + 1/t^2$ для любых $a, b \in \Sigma_t$, и обозначим через ε_t такой элемент F, что $tx^2 + (t + 1)x + \varepsilon_t$ неприводим в $F[x]$. Пусть ε такой элемент F, $\varepsilon \neq x^2 + x$ для всех $x \in F$.

Теорема. *Следующие тройки матриц с точностью до изоморфизма определяют все конечные локальные кольца характеристики p^2, $p = 2$, описанные выше.*

(1) $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$;

(2) $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$;

(3) $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$;

(4) $\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\0&\eta\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&\beta\end{pmatrix}$, $\beta \in \Sigma_1$, $\eta \in \{0, \varepsilon\}$;

(5) $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$;

(6) $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$;

(7) $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\f&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$, $f \in \Sigma$, $f \neq 1$;

(8) $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\f&0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$, $f \in \Sigma$, $f \neq 1$;

(9) $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$;

(10) $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&f\end{pmatrix}$, $f \in \Sigma$;

(11) $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&1\\0&\eta\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$, $\eta \in \{0, \varepsilon\}$;

(12) $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&1\\0&\eta\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$, $\eta \in \{0, \varepsilon\}$;

(13) $\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}t&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$, $t = 0, 1$;

(14) $\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}t&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\0&f\end{pmatrix}$, $t = 0, 1$, $f \in \Sigma$;

(15) $\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}t&1\\0&\mu\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$, $t \in \Sigma$, $t \neq 0, 1$, $\mu \in \{0, \varepsilon_t\}$;

(16) $\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}t&1\\0&\mu\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\0&\alpha\end{pmatrix}$, $t \in \Sigma$, $t \neq 0, 1$, $\mu \in \{0, \varepsilon_t\}$, $\alpha \in \Sigma_t$.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00155, https://rscf.ru/project/24-21-00155/.

Литература

[1] Akers C., Szabo S. A partial classification of local rings of order p^6, Involve a Journal of Mathematics 16 (1), 151–165 (2023).
[2] Chikunji C.J. On a class of finite rings, Commun. Algebra 27 (10), 5049–5081 (1999).
[3] Raghavendran R. Finite associative rings, Compos. Math. 21, 195–229 (1969).

Алтайский государственный университет, Барнаул (Россия)
E-mail: evzhuravlev@mail.ru
Алтайский государственный университет, Барнаул (Россия)
E-mail: olya-filina@mail.ru

Об экстремальных L-многообразиях

А. В. Кислицин

Пусть F — произвольное поле, $F\langle X\rangle$ — свободная ассоциативная алгебра, A — ассоциативная алгебра полем F, E — подпространство алгебры A, порождающее A как алгебру. Под *тождеством пары* (A, E) понимается такой многочлен $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in F\langle X\rangle$, что $f(e_1, e_2, \ldots, e_n) = 0$ при всех $e_1, e_2, \ldots, e_n \in E$. В этом случае будем также говорить о тождестве пространства E, а само пространство E назовем *мультипликативным векторным пространством.*

Класс всех пар, в которых выполняются все тождества пары (A, E) назовем L-*многообразием, порожденным парой* (A, E) (*пространством* E), и обозначать $\mathrm{Var}_L(A, E)$ ($\mathrm{Var}_L E$).

На множестве мультипликативных векторных пар можно ввести понятия подпары и гомоморфного образа пары. *Фактором* пары (A, E) будем называть гомоморфный образ пары (A_1, E_1) при гомоморфизме φ, где (A_1, E_1) — подпара пары (A, E). Если φ не является изоморфизмом, либо $E_1 \subsetneqq E$, то фактор называется *собственным.* Пару (A, E) назовем *критической*, если алгебра A конечна, и пара (A, E) не лежит в L-многообразии, порожденном ее собственными факторами [**2**]. Критические кольца и линейные алгебры изучались Ю. Н. Мальцевым (см., например, [**1**]). В [**2**] показано, что пара $(M_2(GF(q)), M_2(GF(q)))$ является критической.

Пусть θ — некоторое свойство. Многообразие $\mathfrak{M}$ алгебр произвольной сигнатуры называется *почти* θ-*многообразием*, если само $\mathfrak{M}$ не удовлетворяет свойству θ, но всякое его собственное подмногообразие удовлетворяет этому свойству [**3, 4, 5**]. Иногда такие многообразия называют экстремальными. Почти коммутативные и почти энгелевы L-многообразия частично описаны автором [**6, 7**].

В работах [**2, 6, 7**] все рассматриваемые мультипликативные векторные пространства являются линейными алгебрами. В настоящей работе исследуются некоторые экстремальные свойства многообразия мультипликативных векторных пространств, порожденного пространством $E_0 = \langle e_{11} + e_{12}, e_{22}\rangle_{\mathbb{Z}_2}$ над полем $\mathbb{Z}_2$, а именно, доказано следующее утверждение.

Теорема. *Пусть* $E_0 = \langle e_{11} + e_{12}, e_{22}\rangle_{\mathbb{Z}_2}$ — *мультипликативное векторное пространство,* $\mathcal{M} = \mathrm{Var}_L E_0$. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $\mathcal{M}$ *почти коммутативно.*
2. $\mathcal{M}$ *почти энгелево.*
3. $\mathcal{M}$ *почти конечно базируемо.*
4. *Пара* $(T_2(\mathbb{Z}_2), E_0)$ *является критической.*

В случае произвольного конечного поля $GF(q)$ утверждение теоремы не выполняется. В случае простого поля $\mathbb{Z}_p$ вопрос остается открытым.

Литература

[1] Мальцев Ю. Н. Кольцо матриц над критическим кольцом является критическим // Успехи математических наук. 1984. Т. 39. №4 (238). С. 171–172.

[2] Исаев И. М. Кислицин А. В. О тождествах векторных пространств, вложенных в конечные ассоциативные алгебры // Вестник НГУ. Серия математика, механика, информатика. 2015. Т. 15. №3. С. 69–77.

[3] Newman, M.F. Just non-finitely based varieties of groups // Bulletin of the Australian Mathematical Society. 1971. Vol. 4. pp. 343–348.

[4] Мальцев Ю.Н. Почти коммутативные многообразия ассоциативных колец // Сиб. мат. журн. 1976. Т.17. №5. С. 1086–1096.

[5] Finogenova O.B. Characterizing non-matrix properties of varieties of algebras in the language of forbidden objects // Serdica Math. J. 2012. №38. P. 473–496.

[6] Кислицин А.В. О ненильпотентных почти коммутативных L-многообразиях векторных пространств // Сибирский математический журнал. 2018. Т. 59. №3. С. 580–586.
[7] Кислицин А.В. О почти энгелевых L-многообразиях векторных пространств // Сибирские электронные математические известия. 2021. Т. 18. №2. С. 1705–1713.

Алтайский государственный педагогический университет, Барнаул
E-mail: kislitsin@altspu.ru

Решеточная определяемость конечных матричных колец

С. С. Коробков

Пусть R и R^φ — ассоциативные кольца с изоморфными решётками подколец $L(R)$ и $L(R^\varphi)$ соответственно. Изоморфизм φ решётки $L(R)$ на решётку $L(R^\varphi)$ назовём *решёточным изоморфизмом* (иначе *проектированием*) кольца R на кольцо R^φ. Будем говорить, что кольцо R *решёточно определяется,* если из изоморфизма решёток $L(R)$ и $L(R^\varphi)$ всегда следует изоморфизм самих колец R и R^φ. Нахождение колец, определяющихся своими решётками подколец, является одной из задач изучения решёточных изоморфизмов колец.

Пусть $R = M_n(K)$ — кольцо всех квадратных матриц порядка $n \geqslant 2$, рассматриваемых над конечным кольцом с единицей K. Пусть φ — проектирование кольца R на кольцо R^φ. В [**1**] было доказано что $R^\varphi = M_n(K')$ и при этом K' — конечное кольцо с единицей, решёточно изоморфное кольцу K. Дальнейшее изучение проектирований матричных колец связано с изучением взаимных связей между системами матричных единиц колец R и R^φ. Доказано следующее утверждение:

Лемма. *Пусть $R = M_n(K)$, где $n \geqslant 2$, K — конечное p-кольцо с единицей и e_{ij} $(i, j = \overline{1,n})$ — произвольная система матричных единиц в кольце R. Пусть R' — кольцо, решёточно изоморфное кольцу R и e'_{ij} $(i, j = \overline{1,n})$ — произвольная система матричных единиц в нём. Тогда существует проектирование φ кольца R на кольцо R', при котором $(\forall i, j = \overline{1,n})\,(\langle e_{ij}\rangle^\varphi = \langle e'_{ij}\rangle)$.*

С помощью этой леммы доказана

Теорема. *Кольцо матриц $R = M_n(K)$, где $n \geqslant 3$, K — конечное кольцо с единицей, решёточно определяется в классе всех ассоциативных колец и, если аддитивная группа кольца R примарна, то каждый решёточный изоморфизм φ кольца R на кольцо R^φ индуцируется кольцевым изоморфизмом или антиизоморфизмом R на R^φ.*

Эта теорема обобщает полученные ранее в [**2, 3, 4**] результаты о решёточной определяемости конечных матричных колец. Решёточная определяемость кольца $M_2(K)$ доказана лишь в случае, когда K — кольцо Галуа.

Литература

[1] Коробков С. С., Проектирования конечных колец, Алгебра и логика, 62, № 4 (2023), 524–551.
[2] Barnes D. W., Lattice isomorphisms of associative algebras, J. Aust. Math. Soc., 6, № 1 (1966), 106–121.
[3] Коробков С. С., Решёточная определяемость некоторых матричных колец, Матем. сб., 208:1 (2017), 97–110.
[4] Коробков С. С., Проектирования конечных ненильпотентных колец, Алгебра и логика, 58, № 1 (2019), 69–83.

Уральский государственный педагогический университет, Екатеринбург
E-mail: ser1948@gmail.com

Операторы Роты–Бакстера ненулевого веса на алгебре Кэли–Диксона

А. С. Панасенко

Все алгебры рассматриваются над некоторым полем F.

Определение. Линейное преобразование $R : A \to A$ алгебры A называется *оператором Роты-Бакстера* веса $\lambda \in F$, если для любых $x, y \in A$ выполнено

$$R(x)R(y) = R(R(x)y + xR(y) + \lambda xy).$$

В работе [**1**] была получена классификация операторов Роты-Бакстера нулевого веса на расщепляемой алгебре Кэли-Диксона над полем характеристики не 2.

Определение. Пусть $A = A_1 \oplus A_2$ — разложение алгебры A в прямую сумму двух подалгебр. Зададим $R|_{A_1} = -\mathrm{id}$, $R|_{A_2} = 0$. Тогда R — оператор Роты-Бакстера на алгебре A. Такие операторы называются *расщепляемыми*.

В работе [**2**] построен следующий пример нерасщепляемого оператора Роты-Бакстера на расщепляемой алгебре Кэли-Диксона.

Пример 1. *Пусть $\mathbb{O}$ — расщепляемая алгебра Кэли-Диксона и $R_1 : \mathbb{O} \to \mathbb{O}$ — линейное отображение на $\mathbb{O}$, заданное следующим образом:*

$$R_1(e_{22}) = e_{11}, R_1(e_{21}) = -e_{21}, R_1(ve_{21}) = -ve_{21}, R_1(ve_{22}) = -ve_{22},$$
$$R_1(e_{1i}) = R_1(ve_{1i}) = 0$$

для $i \in \{1, 2\}$. Тогда R_1 — оператор Роты-Бакстера на алгебре $\mathbb{O}$.

В рамках данной работы был построен следующий пример нерасщепляемого оператора Роты-Бакстера на расщепляемой алгебре Кэли-Диксона.

Пример 2. *Пусть $\mathbb{O}$ — расщепляемая алгебра Кэли-Диксона и $R_2 : \mathbb{O} \to \mathbb{O}$ — линейное отображение, заданное следующим образом:*

$$R_2(e_{21}) = -e_{21},\ R_2(e_{22}) = -e_{22},\ R_2(ve_{11}) = -ve_{11},\ R_2(ve_{21}) = -ve_{21},\ R_2(e_{11}) = -1,$$
$$R_2(Fe_{12} + Fve_{12} + Fve_{22}) = 0.$$

Тогда R_2 — оператор Роты-Бакстера на алгебре $\mathbb{O}$.

Оказывается, что других нерасщепляемых операторов на алгебре Кэли-Диксона не существует.

Теорема. *Пусть R — нерасщепляемый оператор Роты-Бакстера ненулевого веса на расщепляемой алгебре Кэли-Диксона $\mathbb{O}$. Тогда, с точностью до сопряжения автоморфизмом, антиавтоморфизмом или с точностью до умножения на ненулевой скаляр, оператор R совпадает с одним из операторов R_1, R_2.*

Литература

[1] Panasenko A., Rota-Baxter operators of weight zero on Cayley-Dickson algebra, 2024, arxiv:2406.16312.
[2] Gubarev V., Spectrum of Rota-Baxter operators, 2022, arxiv:2006.02654.

ИМ СО РАН, Новосибирск (Россия)
E-mail: a.panasenko@g.nsu.ru

О степени стандартного тождества в 2-алгебрах и 3-алгебрах

Е. П. Петров

В 80-е годы в Днестровской тетради [**1**] была поставлена задача (№ 1.23) об описании тождеств, выполняющихся во всех n-мерных ассоциативных алгебрах над полем (n – фиксированное число). Многими авторами в те годы изучался этот вопрос (Пихтильков С.А., Мальцев Ю.Н., Гусева И.Л., Петров Е.П.) и, в частности, Мальцевым Ю.Н. [**2**] был поставлен вопрос:

(*) *Какова степень минимального тождества в многообразии $\mathfrak{M}_n$, порожденным всеми n-мерными нильпотентными алгебрами?*

В 1991 г. автором [**3**] была сформулирована гипотеза:

(**) *Произвольная n-мерная нильпотентная алгебра над любым полем удовлетворяет стандартному тождеству $S_k(x_1, \dots, x_k) = 0$, где $k = [\frac{1+\sqrt{1+8n}}{2}]$.*

Выяснилось, что эта гипотеза справедлива для алгебр малой размерности (менее 17) и в качестве подтверждения этой гипотезы был приведен пример n-мерной алгебры, удовлетворяющей стандартному тождеству указанной степени, но не удовлетворяющей никакому полилинейному тождеству меньшей степени. Также было доказано, что произвольная n-мерная нильпотентная алгебра R с условием $\dim R^2/R^3 \leq 2$ удовлетворяет данной гипотезе. В последующих работах автора продолжились исследования с целью нахождения степени минимального тождества в многообразии $\mathfrak{M}_n$ [**4, 5**].

Обратимся теперь к классу так называемых 2-алгебр, введенных Ю.М. Рябухиным и Р.С. Флоря в [**6**]. Под 2-алгеброй понимается локально нильпотентная алгебра, порожденная такими элементами r, что квадрат соответствующего главного идеала (r) равен нулю. Примерами таких алгебр являются хорошо известные алгебра Грассмана и алгебра верхнетреугольных матриц с нулями на главной диагонали.

Если рассматривать отдельно n-мерные 2-алгебры (n – фиксировано), то имеет место следующий факт (статья принята к публикации в журнале «Известия высших учебных заведений. Математика» в июле текущего года).

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{M}$ - многообразие, порожденное n-мерными 2-алгебрами. Тогда идеал тождеств $T(\mathfrak{M}) = \{x_1 x_2 \cdots x_k\}^T$, где $k = [\frac{1+\sqrt{1+8n}}{2}]$.*

Таким образом, в частности, выясняется, что вышеуказанная гипотеза остается верной и для класса 2-алгебр.

Рассмотрим далее по аналогии с 2-алгебрами более широкий класс 3-алгебр, включающий в себя 2-алгебры, то есть класс локально нильпотентных алгебр, порожденных такими элементами r, что третья степень соответствующего главного идеала (r) равна нулю. Обнаружилось, что для размерностей 3-алгебр не выше 65 вышеуказанная гипотеза остается также верной. Именно, имеет место следующий факт.

Теорема 2. *Произвольная n-мерная нильпотентная 3-алгебра R при $n \leq 65$ удовлетворяет стандартному тождеству $S_k(x_1, \dots, x_k) = 0$, где $k = [\frac{1+\sqrt{1+8n}}{2}]$.*

Причем эта оценка является точной.

Есть предположение, что для любого n произвольная n-мерная нильпотентная 3-алгебра удовлетворяет стандартному тождеству указанной степени.

Литература

[1] Днестровская тетрадь: нерешенные проблемы теории колец и модулей : (оперативно-информационный материал). В. А. Андрунакиевич, Ин-т математики СО АН СССР, 1982.

[2] *Мальцев Ю.Н.* О тождествах нильпотентных алгебр. Известия вузов, Мат. 9, 68–72 (1986).

[3] *Петров Е.П.* О тождествах конечномерных нильпотентных алгебр. Алгебра и логика 30 (5), 540–556 (1991).
[4] *Петров Е.П.* Определяющие соотношения и тождества нильпотентной конечномерной алгебры R с условием $\dim R^2/R^3 = 2$. Сибирские электронные математические известия 13, 1052–1066 (2016).
[5] *Петров Е.П.* О стандартном тождестве в конечнопорожденной нильнотентной алгебре R над произвольным полем с условием $\dim R^N/R^{N+1} = 2$. Сибирские электронные математические известия 16, 1981–2002 (2019).
[6] *Рябухин Ю.М., Флоря Р.С.* 2-алгебры и тождества в них. Мат. исслед. (Кишинев) 76, 107–132 (1984).

Алтайский государственный университет, Барнаул (Россия)
E-mail: pep@mail.asu.ru

Изоморфизмы прелиевых дублей Витта

А. П. Пожидаев

Понятие эндоморфа алгебры было введено в [**1**], а простого прелиева дубля Витта — в [**3**]. В [**1**] были описаны дифференцирования алгебр $E(\mathcal{A})$ в случае унитальных алгебр $\mathcal{A}$, а позднее в [**2**] ограничение на унитальность было снято. В [**1**] было начато изучение автоморфизмов алгебр $E(\mathcal{A})$, а именно, изучен случай, когда $\mathcal{A}$ является прямой суммой полей. В настоящей работе мы снимаем все ограничения на $\mathcal{A}$ при описании изоморфизмов алгебр $E(\mathcal{A})$. Таким образом, в настоящей работе описание изоморфизмов эндоморфов сводится к изоморфизмам исходных алгебр. Аналогично описываются изоморфизмы дублей Витта.

Скажем, что алгебры $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ являются $\mathcal{M}$-*изоморфными*, если существует изоморфизм ψ алгебр $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ такой, что $\psi(xA) = \psi(x)\tau(A)$ для всех $x \in \mathcal{A}, A \in \mathrm{E}nd(\mathcal{A})$ и некоторого изоморфизма $\tau : \mathrm{E}nd(\mathcal{A}) \mapsto \mathrm{E}nd(\mathcal{B})$; обозначение: $\mathcal{A} \overset{\mathcal{M}}{\cong} \mathcal{B}$.

Теорема 1. *Пусть $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ — алгебры над полем F. Тогда $E(\mathcal{A}) \cong E(\mathcal{B}) \Leftrightarrow \mathcal{A} \overset{\mathcal{M}}{\cong} \mathcal{B}$. В частности, $\mathcal{A} \cong \mathcal{B}$.*

Дубли Витта. Пусть $\mathcal{A}$ — ассоциативная коммутативная алгебра над полем F с ненулевым дифференцированием d и $\overline{\mathcal{A}}$ — изоморфная копия алгебры $\mathcal{A}$ (как векторного пространства). Рассмотрим прямую сумму $\mathcal{A} \oplus \overline{\mathcal{A}}$ с произведениями:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_d : &\qquad \bar{x} \circ y = xd(y),\ x \circ \bar{y} = 0,\ x \circ y = xy + \overline{xy},\ \bar{x} \circ \bar{y} = \overline{xd(y)}; \\ W_d(\mathcal{A}) : &\qquad x \cdot y = xy,\ x \cdot \bar{y} = \overline{xy},\ \bar{x} \cdot y = xd(y) + \overline{xy},\ \bar{x} \cdot \bar{y} = \overline{xd(y)} \end{aligned}$$

для всех $x, y \in \mathcal{A}$. Полученные алгебры называются *дублем Витта* и *обобщенным дублем Витта* алгебры $\mathcal{A}$. В [**3**] доказано, что дубли Витта являются левосимметрическими алгебрами, которые просты тогда и только тогда, когда d-проста алгебра $\mathcal{A}$. Далее будем предполагать поле алгебраически замкнутым и считать, что его характеристика не равна двум в случае обобщенного дубля Витта.

Теорема 2. *Пусть $\mathcal{A}$ — конечномерная ассоциативная коммутативная d_i-простая алгебра, которая не является полем, $0 \neq d_i \in \mathrm{Der}\,\mathcal{A}, i = 1, 2$. Тогда ϕ является изоморфизмом (обобщенных) дублей Витта тогда и только тогда, когда ϕ однозначно определяется некоторым автоморфизмом ψ алгебры $\mathcal{A}$ таким, что $\psi d_1 = \alpha d_2 \psi$ для некоторого обратимого $\alpha \in \mathcal{A}$.*

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН, тема FWNF-2022-0002.

Литература

[1] Пожидаев А. П., Об эндоморфах правосимметрических алгебр, СМЖ 61, 5 (2020), 1077–1086.
[2] Пожидаев А. П., О конструкции Мицухары для эндоморфов, СЭМИ 21, 1 (2024), 41–54.
[3] Пожидаев А. П., Об обобщенной конструкции Мицухары, СМЖ 65, 3 (2024), 545–559.

ИМ СО РАН, Новосибирск (Россия)
E-mail: app@math.nsc.ru

П-устойчивые идеалы тождеств

А. В. Попов

Пусть $\mathcal{V}$ — многообразие линейных алгебр над полем $\mathbb{F}$ нулевой характеристики. Будем обозначать через $\mathbb{F}_{\mathcal{V}}[X]$ свободную алгебру многообразия $\mathcal{V}$ со счетным множеством порождающих X, через $P_n(\mathcal{V}) \subset \mathbb{F}_{\mathcal{V}}[X]$ — пространство элементов от порождающих $x_1, \ldots, x_n$, линейных по каждой порождающей.

Будем использовать обозначения $\mathcal{A}ss$, $\mathcal{NA}ss$, $\mathcal{A}lt$, $\mathcal{L}ie$, $\mathcal{J}ord$, $\overline{\mathcal{SJ}ord}$ для многообразий ассоциативных, неассоциативных, альтернативных, лиевых, йордановых алгебр, и многообразия, порождаемого всеми специальными йордановыми алгебрами.

В работах [**1, 2**] были определены линейные отображения $\pi_{x_i} : P_n(\mathcal{A}ss) \to P_n(\mathcal{A}ss)$, действующие на мономах $ux_iv \in P_n(\mathcal{A}ss)$ следующим образом:

$$\pi_{x_i} \cdot ux_iv = vx_iu.$$

Группы, которые порождают отображения π_{x_i}, обозначаются через Π_n.

В соответствии с терминологией введенной в [**2**], идеал тождеств $I \subset \mathbb{F}_{\mathcal{A}ss}[X]$ называется *устойчивым*, если все пространства $P_n(\mathcal{A}ss) \cap I$ устойчивы относительно действия Π_n. В работах [**1, 2**] было доказано, что идеалы тождеств алгебр матриц $I(M_n)$ устойчивы.

Известно также, что пространства лиевских многочленов

$$PL_n = \left\langle \left[x_{\sigma(1)}, \ldots, x_{\sigma(n)}\right] \middle| \, \sigma \in S_n \right\rangle_{\mathbb{F}} \subset P_n(\mathcal{A}ss)$$

устойчивы относительно действия Π_n [**2, 3**], что позволяет ввести понятие устойчивости также для идеалов тождеств алгебр Ли. В частности, идеалы тождеств алгебр sl_n также устойчивы относительно действий π_{x_i} [**3**].

Как оказывается, отображения π_{x_i} могут быть естественным образом определены на пространствах $P_n(\mathcal{NA}ss)$. А именно, пусть L_v и R_v операторы умножения на v слева и справа, а оператор M_v^r, $r \in \mathbb{Z}_2$, равен L_v при $r = 0$ и R_v при $r = 1$. Тогда любой моном $u \in P_n(\mathcal{NA}ss)$ для любого $1 \leqslant i \leqslant n$ может быть записан как $u = x_i M_{v_1}^{r_1} \cdots M_{v_k}^{r_k}$, где $k < n$. Определим действие π_{x_i} по следующему правилу:

$$\pi_{x_i} \cdot u = x_i M_{v_k}^{r_k+1} \cdots M_{v_1}^{r_1+1}.$$

Группы, порождаемые этими отображениями, обозначим также Π_n. А идеал тождеств I будем называть П-*устойчивым*, если все пространства $P_n(\mathcal{NA}ss) \cap I$ устойчивы относительно действия Π_n.

Теорема 1. *Идеалы тождеств многообразий $\mathcal{A}ss$, $\mathcal{A}lt$, $\mathcal{L}ie$, $\mathcal{J}ord$, $\overline{\mathcal{SJ}ord}$ являются* П-*устойчивыми.*

В частности, на пространствах $P_n(\mathcal{A}ss)$ и $P_n(\mathcal{L}ie)$ можно определить фактордействие группы Π_n. И там оно будет совпадать с "классическим" действием группы Π_n, что оправдывает их одинаковые обозначения.

Теорема 2. *Пусть A — неассоциативная алгебра с определенной на ней невырожденной, ассоциативной, симметричной (или кососимметричной) билинейной формой. Тогда идеал тождеств алгебры $I(A)$ являются* П-*устойчивым.*

Следствие 1. *Пусть L — конечномерная полупростая алгебра Ли. Тогда идеал $I(L)$ является* П-*устойчивым.*

Следствие 2. *Пусть J — конечномерная полупростая йорданова алгебра. Тогда идеал $I(J)$ является* П-*устойчивым.*

Литература

[1] *Размыслов Ю. П.* Тождества со следом полных матричных алгебр над полем характеристики нуль // *Изв. АН СССР. Сер. матем.*. 1974, Т.38, №4, С. 723–756.
[2] *Латышев В. Н.* Устойчивые идеалы тождеств // *Алгебра и логика* . 1981, Т.20, №5, С. 563-570.
[3] *Власов Н. А.* Об устойчивых многообразиях алгебр Ли // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех.*. 1997, №4, С. 24–28.

Ульяновск
E-mail: klever176@rambler.ru

Форма Смита для сопровождающей матрицы суперпозиции двух полиномов

Г. К. Соколова

Положим R — нетривиальное коммутативное кольцо с единицей. Пусть C_g означает сопровождающую матрицу, ассоциированную с унитарным полиномом $g(t) \in R[t]$. *Сопровождающей матрицей C_g полинома $g(t)$ степени n* называется матрица порядка n вида

$$C_g = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ -g_0 & -g_1 & -g_2 & \dots & -g_{n-1} \end{pmatrix},$$

где g_i — коэффициенты полинома $g(t)$ при соответствующих степенях, $g_n = 1$, и $i = 0, 1, \dots, n-1$. Заметим, что матричные полиномы $f(C_g)$ с коэффициентами из R при $n \geq 2$ образуют коммутативное кольцо. Если R — область целостности, то $g(t)$ имеет n корней (с учетом кратности) в подходящем расширении области R, и для полинома $f(t) \in R[t]$ существенный детерминантный делитель матрицы $f(C_g)$ может быть выражен как результант $\mathrm{Det} f(C_g) := \mathrm{Res}(f(t), g(t))$.

Ранее В. Ноферини и Г. Уильямс [**1**] получили результат, связывающий формы Смита матричных полиномов $f(C_g)$ и $F(C_G)$, где F и G — делители полиномов f и g соответственно. В данном докладе рассматриваются суперпозиции $f = F \circ h$ и $g = G \circ h$, где h — унитарный полином степени m. Показано, что матрица $f(C_g)$ эквивалентна диагональной матрице порядка m, диагональные элементы которой являются матрицей $F(C_G)$, что связывает формы Смита $f(C_g)$ и $F(C_G)$.

Теорема. *Пусть $g(t) \in R[t]$ является унитарным полиномом, и $f(t) \in R[t]$, при этом $f(t) = F \circ h(t)$ и $g(t) = G \circ h(t)$, где $h(t)$ унитарный полином степени m. Тогда* $f(C_g) \sim \mathrm{diag}(\underbrace{F(C_G), F(C_G), \dots, F(C_G)}_{m})$.

Следующее утверждение для результанта есть прямое следствие теоремы.

Следствие. *Пусть $g(t), f(t) \in R[t]$ — полиномы из приведённой теоремы. Тогда* $\mathrm{Res}(f, g) = (\mathrm{Res}(F, G))^m$, *и* $\mathrm{Det}(f(C_g)) = \mathrm{Det}(\mathrm{diag}(\underbrace{F(C_G), F(C_G), \dots, F(C_G)}_{m}))$.

Полученные результаты в дальнейшем будут применены для конструктивного доказательства теоремы Планса для узлов.

Литература

[1] Noferini V., Williams G. Matrices in companion rings, Smith forms, and the homology of 3-dimensional Brieskorn manifolds // Journal of Algebra. 2021. Vol. 587. P. 1–19.

Новосибирский государственный университет, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск (Россия)
E-mail: g.sokolova@g.nsu.ru

О простоте алгебр с переключателями

К. М. Туленбаев

Теория неассоциативных алгебр начинается с работ Софуса Ли по алгебрам Ли. В нашей работе мы рассматриваем тождество

$$a(bc) = (ba - ab)c. \qquad (*)$$

Алгебры удовлетворяющие данному тождеству мы называем алгебрами с переключателями.

Рассмотрим $I(a, b, c) = a(bc) + b(ca) + c(ab)$ в A.

Лемма 1. *Для всех $d \in A$ из тождества $(*)$ следует $I(a, b, c) \cdot d = 0$.*

Доказательство. Поставив в тождество $(*)$ вместо c элемент cd, получим

$$a(b(cd)) = (ba - ab)(cd) = (c(ba - ab) - (ba - ab)c)d.$$

Так как $c(ba - ab) = c(ba) - c(ab) = (bc - cb)a - (ac - ca)b = (bc)a - (cb)a - (ac)b + (ca)b$, а с другой стороны

$$a(b(cd)) = a(((cb) - (bc))d) = ((cb - bc)a - a(cb - bc))d,$$

получаем равенства

$$[(cb - bc)a - a(cb - bc) - (bc)a + (cb)a + (ac)b - (ca)b + (ba - ab)c]d = 0,$$

$$\begin{aligned}[2(cb)a - 2(bc)a - 2(ca - ac)b + (ba - ab)c + (ac)b - (ca)b + (ba - ab)c]d = \\ = [2(cb)a - 2(bc)a - 2(ca)b + 2(ac)b + 2(ba)c - 2(ab)c]d = \\ = [2b(ca) + 2c(ab) + 2a(bc)]d = 0,\end{aligned}$$

т. е. $Id = 0$

Теорема 1. *Алгебра с переключателем A проста только тогда, когда $\dim A = 1$ и A абелева.*

Автор был поддержан грантом BR20281002 МНВО РК.

Институт Математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан
E-mail: tulen75@hotmail.com

Конечномерные правоальтернативные супералгебры с полупростой четной частью

О. В. Шашков

В [**2**] изучено строение всех простых конечномерных правоальтернативных супералгебр с полупростой четной частью. В [**1**] описаны все конечномерные правоальтернативные супералгебры с сильно альтернативной полупростой четной частью как прямые суммы идеалов, которые являются простыми супералгебрами, ветвлениями (не простые супералгебры) и тривиально расщепляемыми супералгебрами (с нулевым умножением нечетных элементов).

В новом исследовании удается описать строение произвольной конечномерной правоальтернативной супералгебры как сумму идеалов, которые являются простыми супералгебрами, ветвлениями и тривиально расщепляемыми супералгебрами. В этом случае первые ветви ветвлений могут быть нагруженными.

Нагруженные ветви определяются следующим образом.

Супералгебра $\langle u_{ij} \mid w \rangle$, где $w = \sum_k w_{ki}$, заданная следующей таблицей умножения (в таблице перечислены только ненулевые произведения)

$$e_i u_{ij} = u_{ij} e_j = u_{ij} + w, \qquad u_{ij} e_i = e_j u_{ij} = -w,$$
$$e_k w_{ki} = w_{ki} e_i = w_{ki}, \qquad u_{ij}^2 = e_i,$$

является *общей ветвью* с грузом w. Ветви с ненулевым грузом естественно называть *нагруженными*.

Литература

[1] Murakami L.S.I., Pchelintsev S. V., Shashkov O.V. Finite-dimensional right alternative superalgebras with semisimple strongly alternative even part // https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2019.03.019 J. Algebra. 2019. Vol. 528. P. 150–176.

[2] Пчелинцев С. В., Шашков О. В. Простые конечномерные правоальтернативные супералгебры с полупростой четной частью // Сиб. матем. журнал. 2020. Т. 61:2. С. 385–407.

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва
E-mail: o.v.shashkov@yandex.ru

On perspective abelian groups

G. Călugăreanu, A. Chekhlov

An Abelian group G is called *perspective* if isomorphic direct summands of G have a common complement, i.e. if $G = A \oplus H = B \oplus K$ with $A \cong B$, then there exists a direct summand C of G such that $G = A \oplus C = B \oplus C$.

Example. *Let $G = G_1 \oplus \cdots \oplus G_n$, where G_i, $i = 1, \ldots, n$, are perspective groups and $Hom(G_i, G_j) = 0$ for $i = 2, \ldots, n$ and $1 \leq j \leq i - 1$. Then G is perspective.*

Proposition. *1) Direct summands of perspective groups are perspective.*

2) A torsion group is perspective iff so are all its primary components.

3) Let $G = T(G) \oplus F$, where $T(G)$ is the torsion part of G and F is torsion-free. Then G is perspective iff $T(G)$ and F are perspective.

4) Let $G = D(G) \oplus R$, where $D(G)$ is the divisible part of G and R is reduced. Then G is perspective iff $D(G)$ and R are perspective.

5) A divisible p-group is perspective iff it has finite rank.

6) The finite p-groups are perspective.

7) Any perspective bounded p-group is finite.

8) A torsion-free divisible group is perspective iff it has finite rank.

9) If a torsion-free group G has a summand isomorphic to $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$, where $\mathbb{Z}$ is the additive group of all integer numbers, then G is not perspective.

10) Let G be a torsion-free homogeneous completely decomposable group of type $t(G) = t(\mathbb{Q}_p)$, where $\mathbb{Q}_p$ is the group of all rational numbers with denominator coprime with the prime number p. The group G is perspective iff G has finite rank.

11) A non-zero torsion-free algebraically compact group G is perspective iff $G = \prod_{p \in \pi} G_p$, where π is a nonempty set of prime numbers and G_p is a finite direct product of copies of the group of integers of p-adic numbers.

It is also proved that *if G is a torsion-free homogeneous completely decomposable group of finite rank then G is perspective iff G has a perspective rank 2 direct summand.* Necessary and sufficient conditions are found for a homogeneous completely decomposable torsion-free group of rank 2 to be perspective.

The second author was supported by the Ministry of Science and Higher Education of Russia (agreement No. 075-02-2024-1437).

Department of Mathematics, Babeş-Bolyai University, Cluj-Napoca, 400084 (Romania)
E-mail: calu@math.ubbcluj.ro
Department of Mathematics, Faculty of Mechanics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk (Russia)
E-mail: cheklov@math.tsu.ru

Subexponential bounds in Shirshov's height theorem

M. Dobritsyn

This Shirshov's theorem is a combinatorial theorem, that states that every string with predetermined alphabet size l of large enough length L, has a non decreasing sequence of consecutive substrings of predetermined length n, with $<$ being defined as $s_1 < s_2 \iff s_1 + s_2 <_{\text{lexicographically}} s_2 + s_1$. Strings, containing such sequence are called n-partitionable. Although it has been proven in 1957, good boundaries for relation between length of string and length of sequence is an open question. In 2012 Mikhail Haritonov proved subexponential upper boundary $L \leq ln^{C \log n}$. From that followed an answer to a question asked by E. I. Zelmanov in Dniester Notebook: "Suppose that $F_{2,m}$ is a 2-generated associative ring with the identity $xm = 0$. Is it true, that the nilpotency degree of $F_{2,m}$ has exponential growth?". In this paper we obtain another proof of this estimation $L \leq ln^{C \log n}$.

Let s be a not n-partitionable string, containing at most l letters. We want to prove that length of s is less than $L \leq ln^{C \log n}$.

Lemma 1. *If s is not a n-partitionable string, than if cannot contain one substring of length $n^2 + n$ n times.*

Proof. First, let's note that if w is a substring of length n^2+n, than any two substrings $w[i : i + n^2]$ and $w[j : j + n^2]$ $(0 < i, j < n$ are equal, than (without loss of generosity assume that $i < j$) $w[i : j] = w[j : j + (i - j)] = w[j + (i - j) : j + 2(i - j)] = \cdots = w[i + (n - 1)(i - j) : i + n(i - j)]$, which contradicts not n-partitionality of the s.

Therefore all such prefixes are different, which means, that the suffixes $w[i : n^2 + n]$ for $i = 1 \dots n$ are non equivalent in terms our $<$. That means, that we can sort them $w[i_1 : n^2 + n] > w[i_2 : n^2 + n] > w[i_3 : n^2 + n] > \cdots > w[i_n : n^2 + n]$. Moreover, since zero of such suffixes are a prefix of another suffix, we can write, that $w[i_1 : n^2 + n]x_1 > w[i_2 : n^2 + n]x_2 > w[i_3 : n^2 + n]x_3 > \cdots > w[i_n : n^2 + n]x_n$ for any strings $x_1, \dots, x_n$.

Let's assume the opposite of the condition of the theorem, that there is a substring w of length $n^2 + n$ which is contained in s at least n times. That means that s can be written as $s = u_1wu_2wu_3w \dots u_nwu_{n+1}$ Lets $i_1, i_2, \dots i_n$ be indexes for the word w from the statement above $(w[i_1 : n^2 + n] < w[i_2 : n^2 + n] < w[i_3 : n^2 + n] < \cdots < w[i_n : n^2 + n])$: Than $s = u_1wu_2wu_3w \dots u_nwu_{n+1} = u_1w[1 : i_1](w[i_1 : n^2 + n]u_2w[: i_2])(w[i_2 : n^2 + n]u_3w[: i_3])(w[i_3 : n^2 + n]u_4 \dots u_nw[i_n :])wu_{n+1}$ is a n-partion of the s. Contradiction. □

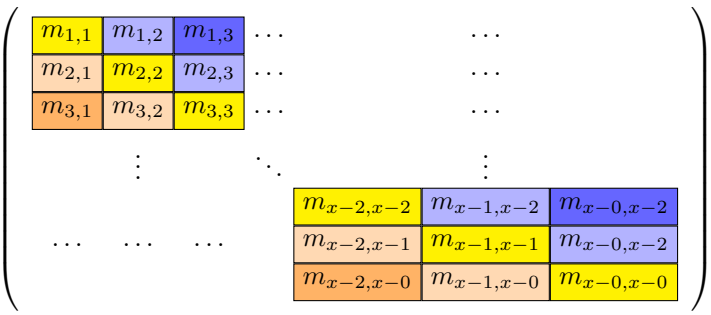
This lemma alone gives us estimation $L \leq nl^{n^2}$. In order to achieve estimation $L \leq n^{Clogn}$, we need the following lemma.

Lemma 2. *Let x, d be any numbers and s is an not n-partitionable string, such that there is only $x > n$ different substrings of s of length d. Than there exists a not n-partitionable string of size $\frac{1}{x}len(s)$, such that it contains only n different substrings of length d.*

Proof. Let's partition s into x substring of almost equal length $s = s_1s_2s_3 \dots s_x$, size of each of them is $\frac{1}{x}\text{len}(s)$. Let's take all x different substrings of length d, sort them into array a. Let's create $x \times x$ board, where $m_{i,j}$-th square is 0 if s_i contains of a_j. Let's consider each diagonal of the matrix below.

If on some diagonal there is more than n ones, than there exists $s_{i_1}, s_{i_2}, \dots s_{i_n}$ containing $a_{j_1}, a_{j_2}, \dots, a_{j_n}$ respectfully, such that $i_1 < i_2 < \cdots < i_n$ and $j_1 < j_2 < \cdots < j_n$. That means that $s = x_1a_{i_1}y_1x_2a_{i_2}y_2x_3 \dots a_{i_n}y_n$, which contradicts with not n-partitionality of the s.

That means that in each diagonal there is less than n ones. Which means that there is less than $2xn$ ones in total. And that means that there exist column among x ones which has only $2n$ ones in total. But this means, that corresponding substring contains at most $2n$ elements of a, which means that it contains at most $2n$ distinct substring of size d. □



Coordinates are from left to right and from the bottom to the top

Let's say $F(n,x,d)$ be a maximal length of non n-partitionable string such that the amount of distinct substings of length d is not greater than x. If string of length L contains l letters, than $L \leq F(n,l,1)$. From simple combinatorics we can obtain that $F(n,x,d) \leq F(n,x^2,2d)$, from the first lemma and Dirichlet's principle we know that $F(n,a,n^2+n) \leq an(n^2+n)$ and from the second lemma we can obtain that $F(n,x,d) \leq xF(n,n,d)$. Then

$$\begin{aligned} L \leq F(n,l,1) \leq lF(n,n,1) \leq lF(n,n^2,2) \leq ln^2F(n,n,2) \leq ln^2F(n,n^2,4) \\ \leq ln^4F(n,n,4) \leq \cdots \leq ln^{2i}F(n,n,2^i) \leq ln^{2i}F(n,n^2,2\cdot 2^i) \leq ln^{2i}n^2F(n,n,2\cdot 2^i) \\ = ln^{2(i+1)}F(n,n,2(i+1)) \leq \cdots \leq ln^{2\log(n^2+n)}F(n,n,2^{\log(n^2+n)}) \\ \leq ln^{2\log(n^2+n)}n(n^2+n) \leq ln^{C\log(n)}. \end{aligned}$$

References

[1] Shirshov A. I., On rings with polynomial identities, Mat. Sb., v. 43(1957), 277-283; English transl. in Amer. Math. Soc. Transl., v. 119(1983).

Высшая школа экономики, Москва (Россия)
E-mail: mddobritsyn@edu.hse.ru

Formal integration of nilpotent Rota–Baxter Lie algebras

M. E. Goncharov

Given a Lie algebra $\mathfrak{g}$, a linear map $R : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ is called a Rota-Baxter operator of weight 1, if for all $x, y \in \mathfrak{g}$

$$[R(x), R(y)] = R([R(x), y] + [x, R(y)] + [x, y]).$$

Rota—Baxter operators for associative algebras first appeared in the paper of G. Baxter as a tool for studying integral operators that appear in the theory of probability and mathematical statistics. In the recent years, there were found connections between Rota-Baxter operators and various objects of mathematics such as pre- and post- Lie algebras, double Lie algebras, shuffle algebras, associative Yang-Baxter equation (AYBE) etc. see [**1**].

To study the global symmetry of Rota-Baxter Lie algebras, the notion of Rota-Baxter operators on groups was introduced in [**2**]. One can obtain Rota-Baxter operators of weight 1 on Lie algebras from that on Lie groups by differentiation. Later, it was shown that every Rota-Baxter Lie algebra of weight 1 can be integrated to a local Rota-Baxter Lie group, namely the Rota-Baxter operator was only defined in an open neighborhood of the identity in the Lie group. It remains to be an open problem whether every Rota-Baxter Lie algebra of weight 1 can be integrated to a Rota-Baxter Lie group.

In this work, we use the formal integration approach to study integration of nilpotant Rota-Baxter Lie algebras. For a nilpotent Lie algebra $\mathfrak{g}$, the formal integration $(\mathfrak{g}, *)$ is a group, where the group structure $*$ is given by the Baker-Campbell-Hausdorff formula. In this work we show that if $\mathfrak{g}$ is a nilpotent Lie algebra and R is a Rota-Baxter operator of weight 1 on $\mathfrak{g}$ such that $R(\mathfrak{g}^n) \subset \mathfrak{g}^n$, then R may be (in some sense) integrated to a Rota-Baxter operator on $(\mathfrak{g}, *)$.

This is a joint work with P. Kolesnikov, Y. Sheng, and R. Tang (Jilin University, China). The work was supported by the RAS Fundamental Research Program (FWNF-2022-0002).

References

[1] Guo L., An Introduction to Rota—Baxter Algebra, Surveys of Modern Mathematics, Somerville, MA: International Press; Beijing: Higher education press, 4 (2012).

[2] Guo L., Lang H., Sheng Y., Integration and geometrization of Rota-Baxter Lie algebras. Adv. Math. 387 (2021), Paper No. 107834, 34 pp.

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: gme@math.nsc.ru

Roots of special polynomials over division rings

A. G. Goutor

This is a joint work with S.V. Tikhonov [**1**].

In [**2**], it was presented the following explicit formula describing roots of a product of linear factors in $\mathbb{H}[x]$, where $\mathbb{H}$ is Hamilton's quaternion algebra.

Theorem 1 ([**2**, Th. 4]). *Let $P(x) = (x - q_n)\dots(x - q_1)$, where $q_1, \dots, q_n \in \mathbb{H}$. If the conjugacy classes $[q_k]$ are distinct, then the polynomial $P(x)$ has exactly n roots ζ_k which are related to the elements q_k as follows:*

$$\zeta_k = \overline{P}_k(q_k) q_k (\overline{P}_k(q_k))^{-1}; k = 1, \dots, n,$$

$$P_k(x) := \begin{cases} 1, \text{ if } k = 1, \\ (x - q_{k-1})\dots(x - q_1), \text{ otherwise} \end{cases}$$

and $\overline{P}_k(x)$ is the conjugate polynomial of $P_k(x)$.

In [**1**], we generalize this formula for the case of any division ring.

Theorem 2 ([**1**, Th. 9]). *Let D be a division ring with center F. Let also*

$$P(x) = (x - d_n)\dots(x - d_1),$$

where $d_1, \dots, d_n \in D$. Assume that $d_1, \dots, d_{n-1}$ are algebraic over F. Let also $f_i(x)$ be the minimal polynomial of d_i, $i = 1, \dots, n-1$. If the conjugacy classes $[d_k]$ are distinct, then the polynomial $P(x)$ has exactly n zeros ζ_k which are related to the elements d_k as follows:

$$\zeta_k = P_k(d_k) d_k (P_k(d_k))^{-1}; k = 1, \dots, n,$$

$$P_k(x) := \begin{cases} 1, \text{ if } k = 1, \\ S_1(x)\dots S_{k-1}(x), \text{ otherwise,} \end{cases}$$

where $S_i(x) \in D[x]$ is such that $f_i(x) = S_i(x)(x - d_i)$, $i = 1, \dots, n-1$.

References

[1] Goutor A. G., Tikhonov S. V. Roots of polynomials over division rings. Doklady Natsionalnoi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus, 2024, vol. 68, no. 5, pp. 359-364. https://doi.org/10.29235/1561-8323-2024-68-5-359-364 (see also arXiv:2403.10999).

[2] Falcao M.I., Miranda F., Severino R., Soares M.J. Mathematica Tools for Quaternionic Polynomials, Computational science and its applications. ICCSA 2017. Part II. Lecture Notes in Comput. Sci., 10405 Springer, Cham, 394-408 (2017).

Belarussian State University, Minsk (Belarus)
E-mail: Goutor@bsu.by

Homogeneous monomial averaging operators on $F_0[x, y]$

A. F. Khodzitskii

Given an algebra A over a field F, a linear operator T on A is called an averaging operator, if the relations $T(a)T(b) = T(T(a)b) = T(aT(b))$ hold for all $a, b \in A$. O. Reynolds introduced these operators in the study of turbulence theory **[1]**. To the moment, there are many papers devoted to averaging operators.

Define $F_0[x, y]$ as an ideal of the polynomial algebra $F[x, y]$ generated by x and y. A linear operator L on $F_0[x, y]$ is called monomial, if $L(x^n y^m) = \alpha_{n,m} x^s y^t$ for any $n, m \geqslant 0$ and some $s, t \geqslant 0$, $\alpha_t \in F$. We classify homogeneous monomial averaging operators on $F_0[x, y]$.

This allows us to construct families of homogeneous monomial Rota—Baxter operators of weight zero on $F_0[x, y]$ and $F[x, y]$.

Recall that a linear operator R on an algebra A is called a Rota—Baxter operator, if the following relation

$$R(a)R(b) = R\big(R(a)b + aR(b) + \lambda ab\big)$$

holds for all $a, b \in A$, $\lambda \in F$ is a fixed scalar. Rota—Baxter operator is an algebraic generalization of the integral operator.

Monomial Rota—Baxter operators on $F[x]$ appeared in **[2]**, and such operators on $F[x]$ were described in **[3]**.

In **[4]** we describe a class of Rota—Baxter operators of nonzero weight, constructed by homomorphic averaging operators. In this work, we follow the same path, find a correspondence between Rota—Baxter operators and averaging operators, and then construct homogeneous monomial averaging operators on $F_0[x, y]$.

The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation № 23-71-10005, https://rscf.ru/project/23-71-10005/.

References

[1] Reynolds O., On the Dynamic Theory of Incompressible Viscous Fluids, Phil. Trans. Roy. Soc. A136 (1895), 123–164.

[2] Guo L., Rosenkranz M., Zheng S.H., Rota-Baxter operators on the polynomial algebras, integration and averaging operators, Pacific J. Math. (2) **275** (2015) 481–507.

[3] Yu H., Classification of monomial Rota-Baxter operators on $k[x]$. J. Algebra Appl. **15** (2016), 1650087, 16 p.

[4] Khodzitskii A., Monomial Rota-Baxter operators of nonzero weight on $F[x, y]$ coming from averaging operators, Mediterr. J. Math. **20** (2023), article number: 251.

Novosibirsk State University, Novosibirsk (Russia)
E-mail: a.khodzitskii@g.nsu.ru

Some examples of conservative Hom-algebras

A. V. Kukharev

Conservative algebras were introduced by I. Kantor **[1, 2]**. Recall that an algebra with multiplication $B: A \times A \to A$ is called *conservative* if there exists another multiplication B^* on the same vector space A such that for any $a, b \in A$

$$[L_b, [L_a, B]] = -[L_{B^*(a,b)}, B], \tag{1}$$

where $L_a(x) := B(a, x)$ is the left multiplication operator, and the bracket $[L, B]$ is defined as follows:

$$[L, B](x, y) = L(B(x, y)) - B(L(x), y) - B(x, L(y)).$$

Hom-algebras were introduced in **[4]** in the study of deformations of Lie algebras. A Hom-algebra is a triple $(A, \cdot, \alpha)$ consisting of a vector space A, a bilinear map $\cdot: A \times A \to A$ and a linear map $\alpha : A \to A$, such that $\alpha(x \cdot y) = \alpha(x) \cdot \alpha(y)$.

Let us consider the generalization of the concept of a conservative algebra to the case of Hom-algebras. Namely, we say that a Hom-algebra $(A, \cdot, \alpha)$ is *conservative* if there exists a bilinear map $*: A \times A \to A$, such that $\alpha(x * y) = \alpha(x) * \alpha(y)$, and for any $a, b, x, y \in A$ the following holds

$$\begin{aligned} &\alpha^2(b) \cdot (\alpha(a) \cdot (x \cdot y) - (a \cdot x) \cdot \alpha(y) - \alpha(x) \cdot (a \cdot y)) - \\ &-\alpha^2(a) \cdot ((b \cdot x) \cdot \alpha(y)) + (\alpha(a) \cdot (b \cdot x)) \cdot \alpha^2(y) + \alpha(b \cdot x) \cdot \alpha(a \cdot y) - \\ &-\alpha^2(a) \cdot (\alpha(x) \cdot (b \cdot y)) + \alpha(a \cdot x) \cdot \alpha(b \cdot y) + \alpha^2(x) \cdot (\alpha(a) \cdot (b \cdot y)) = \\ &= -\alpha(a * b) \cdot \alpha(x \cdot y) + ((a * b) \cdot \alpha(x)) \cdot \alpha^2(y) + \alpha^2(x) \cdot ((a * b) \cdot \alpha(y)). \end{aligned} \tag{2}$$

Note that in the case of the identity map $\alpha = \mathrm{id}$, equality (2) is equivalent to equality (1) if we set $B(a, b) = a \cdot b$ and $B^*(a, b) = a * b$. Thus, a Hom-algebra $(A, \cdot, \mathrm{id})$ is conservative if and only if the algebra A with multiplication $\cdot$ is conservative.

The following result is obtained.

Theorem. *All associative Hom-algebras, Lie Hom-algebras, Leibniz Hom-algebras, Zinbiel Hom-algebras, and Jordan Hom-algebras are conservative.*

The work is supported by UBI and Caixa Geral de Depositos (BAD UBI-CGD 2O23/ 2O24 FC).

References

[1] Kantor I. L. Some generalizations of Jordan algebras (Russian) // Proc. Seminar on vector and tensor analysis, 16 (1972), 407–499.
[2] Kantor I. On an extension of a class of Jordan algebras // Algebra and Logic, 28 (1989), 117–121.
[3] Kaygorodov I., Lopatin A., Popov Y. Conservative algebras of 2-dimensional algebras // Linear Algebra and its Applications, 486 (2015), 255–274.
[4] Hartwig J. T., Larsson D., Silvestrov S.D., Deformations of Lie algebras using σ-derivations // J. Algebra, 295 (2006), 314–361.

University of Beira Interior, Covilha (Portugal)
E-mail: kukharev.av@gmail.com

Strong vertices of a compressed zero-divisor graph

A. S. Monastyreva

For any associative ring R and any element $a \in R$, denote $l(a) = \{x \in R;\ xa = 0\}$, $r(a) = \{x \in R;\ ax = 0\}$. $D(R)$ denotes the set of all (one-sided and two-sided) zero-divisors of R. Also, $D(R)^* = D(R) \setminus \{0\}$.

For $x, y \in D(R)$, we say that $x \sim y$ if and only if $r(x) \cup l(x) = r(y) \cup l(y)$. It is clear that $\sim$ is an equivalence relation. We denote by $[x]$ the equivalence class of an element $x \in D(R)$.

Denote by $\Gamma_\sim(R)$ the graph whose set of vertices is $\{[x];\ x \in D(R)^*\}$ and two vertices $[x]$ and $[y]$ (not necessarily distinct) are joined by an edge (or a loop) if and only if $xy = 0$ or $yx = 0$. We refer to $\Gamma_\sim(R)$ as *the compressed zero-divisor graph* of R [**1**].

Proposition. *Let R be an associative ring (maybe, R is infinite) and $x \in D(R)^*$. If $x^2 = 0$ then $yz = 0$ or $zy = 0$ for all $y, z \in [x]$. If $x^2 \neq 0$ then $yz \neq 0$ and $zy \neq 0$ for all $y, z \in [x]$.*

This proposition was proved in [**1**]. So all vertices in $\Gamma_\sim(R)$ fall into two types. If $x^2 = 0$ then $[x]$ is a vertex with a loop; if $x^2 \neq 0$ then $[x]$ is a vertex without any loop.

A vertex $[a]$ of $\Gamma_\sim(R)$ is called *strong* if every vertex in $\Gamma_\sim(R)$ is adjacent to $[a]$.

In this thesis, we study properties of strong vertices of the compressed zero-divisor graph of a finite ring.

The research was funded by the Russian Science Foundation (project no. 24-21-00155, https://rscf.ru/project/24-21-00155/).

References

[1] Zhuravlev E. V., Monastyreva A.S., Compressed Zero-Divisor Graphs of Finite Associative Rings, Sib. Math. J., 61(1) (2020), 76–84.

Altai State University, Barnaul (Russia)
E-mail: akuzmina1@yandex.ru

Binary perm algebras and alternative algebras

A. Kunanbayev, B. S. Sartayev

For the variety of algebras $\mathcal{A}$, we denote by $\mathcal{A}_2$ the variety of algebras whose every two-generated subalgebra belongs to $\mathcal{A}$. The analogous notion we use for $\mathcal{A}_1$, i.e., every one-generated subalgebra of $\mathcal{A}_1$ belongs to $\mathcal{A}$. In this direction, one of the well-studied classes of algebras is the variety of associative algebras, denoted by $\mathcal{A}s$. In [**1**], it was proved that if $\mathcal{A} = \mathcal{A}s$, then $\mathcal{A}s_1$ is the variety of power-associative algebras. In [**7**], it was shown that the defining identities of the variety $\mathcal{A}s_2$ are

$$(ab)c - a(bc) = -(ac)b + a(cb), \quad (ab)c - a(bc) = -(ba)c + b(ac).$$

The identities above are known as the defining identities of the variety of alternative algebras, denoted by $\mathcal{A}lt$. For the variety of Lie algebras, the defining identities of a variety of binary Lie algebras were given in [**4**]. The result on the variety of binary Leibniz algebras was obtained in [**5**]. For the variety of Zinbiel algebras, the result was given in [**6**].

Definition. Let $\mathcal{V}$ be a variety of algebras which is defined by the following identities:

$$(a,b,c) + (a,c,b) = 0, \quad (a,b,c) + (b,a,c) = 0, \quad (ab)c + (cb)a = (ac)b + (ca)b,$$

where (a,b,c) stands for $(ab)c - a(bc)$.

Theorem.

$$\mathcal{P}_2 = \mathcal{V},$$

where $\mathcal{P}_2$ is variety of binary perm algebras. For more details on perm algebras, see [**2, 3**].

References

[1] A. A. Albert, On the power-associativity of rings, Summa Brasiliensis Mathematicae 2, 1948, p. 21-33.
[2] B. Hou, Extending structures for perm algebras and perm bialgebras, Journal of Algebra, 2024, 649, p. 392-432.
[3] F. Chapoton, Un endofoncteur de la catégorie des opérades, In: Dialgebras and Related Operads. Lecture Notes in Mathematics 1763, Springer, Berlin, Heidelberg, 2001.
[4] A. T. Gainov, Identical relations for binary Lie rings (Russian), Uspehi Mat. Nauk (N.S.) 12, 3(75) 1957, p. 141-146.
[5] N.A. Ismailov, A.S. Dzhumadil'daev, Binary Leibniz Algebras, Mathematical Notes, 2021, 110(3-4), p. 322-328.
[6] N. Ismailov, F. Mashurov, N. Smadyarov, Defining identities for mono and binary Zinbiel algebras, Journal of Algebra and its Applications, 2023, 22(8), 2350165.
[7] K. A. Zhevlakov, A. M. Slinko, I. P. Shestakov, A. I. Shirshov, Rings That Are Nearly Associative (Russian). Moscow: Nauka, 1976.

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty (Kazakhstan)
E-mail: abai-aga@mail.ru
Narxoz University, Almaty (Kazakhstan)
E-mail: baurjai@gmail.com

Just-infinite Jordan algebras of self-adjoint elements of C^*-algebras

V. N. Zhelyabin

An infinite-dimensional algebra in which every non-zero two-sided ideal has the finite codimension is called just-infinite algebra.

Just-infinite Jordan algebras were studied in [**1**].

Let A be an associative algebra with an involution $*$. An element a of A is called self-adjoint if $a^* = a$. Let $J = H(A, *)$ be the set of all self-adjoint elements of A. Define on J a multiplication $(\circ)$ by the rule

$$x \circ y = \frac{1}{2}(xy + yx),\ x, y \in J.$$

Then J is a Jordan algebra with respect to the multiplication $(\circ)$.

It was proved in [**1**] that if A is an associative just-infinite algebra with an involution $*$ then the Jordan algebra $H(A, *)$ is also just-infinite.

By analogy with abstract algebra, a Banach algebra A is just-infinite if it is infinite-dimensional, and for each non-zero two-sided closed ideal I of A, the quotient algebra A/I is finite-dimensional. In particular, C^*-algebra A is just-infinite if it is just-infinite as a Banach algebra. Just-infinite C^*-algebras were studied in [**2**].

Let A be a C^*-algebra. Note that any C^*-algebra A may be considered as an algebra over the field of real numbers $\mathbb{R}$.

Theorem 1. *A C^*-algebra is just-infinite if and only if it is just-infinite over the real numbers.*

Let A be a C^*-algebra. Then $J = H(A, *)$ is a Jordan-Banach algebra (JB-algebra), that is, J is a Jordan algebra over the field of real numbers equipped with a complete norm satisfying the following requirement for $a, b \in J$

$$\|a \circ b\| \leq \|a\|\|b\|,$$
$$\|a^2\| = \|a\|^2,$$
$$\|a^2\| \leq \|a^2 + b^2\|.$$

Theorem 2. *The C^*-algebra A is just-infinite if and only if the Jordan-Banach algebra $H(A, *)$ is just-infinite.*

Supported by RAS Fundamental Research Program, project FWNF-2022-0002.

References

[1] Zhelyabin V. N., Panasenko A. S., Just finite-dimensional Jordan algebras, Algebra and Logic, **57**, No. 5, (2018), 336–352.

[2] Grigorchuk R., Musat M., Rordam M., Just-infinite C^*-algebras, Comment. Math. Helv. **93** (2018), 157–201.

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russia
E-mail: vicnic@math.nsc.ru

VII. Секция «Теория моделей»

Полнота класса конгруэнц-перестановочных унаров

Е. Л. Ефремов, Ш. К. Обидова

Конгруэнцией алгебраической структуры называется эквивалентность, сохраняющая операции и предикаты, определённые в этой структуре. Умножение конгруэнций в общем случае не является коммутативной операцией. Алгебраические структуры, для которых умножение конгруэнций коммутативно, называются *конгруэнц-перестановочными*.

Унаром называется алгебра $\mathcal{A}$ сигнатуры $\Sigma = \{f^{(1)}\}$ с одной одноместной операцией f. Строение конгруэнц-перестановочных унаров изучено в [**1**]. В [**2**] приводится описание аксиоматизируемых классов конгруэнц-перестановочных унаров. В настоящей работе продолжается изучение теоретико-модельных свойств этого класса.

Класс $\mathcal{K}$ алгебраических структур называется *категоричным в мощности* α, если любые две структуры класса $\mathcal{K}$ мощности α изоморфны.

Теорема 1. *Класс $\mathcal{K}$ всех конгруэнц-перестановочных унаров α-категоричен тогда и только тогда, когда $\alpha = 1$ или $\alpha \geqslant \omega$.*

Теорией называется множество предложений сигнатуры Σ, замкнутое относительно выводимости. Теория T называется *полной*, если для любого предложения Φ сигнатуры Σ

$$\Phi \in T \text{ или } \neg\Phi \in T.$$

Через $\mathcal{K}_\infty$ обозначим класс бесконечных структур класса алгебраических структур $\mathcal{K}$. Класс $\mathcal{K}$ называется *полным*, если теория

$$Th(\mathcal{K}_\infty) = \{\Phi \mid \forall \mathcal{A} \in \mathcal{K}_\infty (\mathcal{A} \vDash \Phi)\}$$

полна.

Теорема 2. *Класс всех конгруэнц-перестановочных унаров полный.*

Работа выполнена в Дальневосточном центре математических исследований при финансовой поддержке Минобрнауки России, соглашение № 075-02-2024-1440 от 28 февраля 2024 года по реализации программ развития региональных научно-образовательных математических центров.

Литература

[1] Ефремов Е.Л., Шамич Н.И. Строение связных конгруэнц-перестановочных унаров // Вычислительные технологии и прикладная математика : Материалы III научной конференции с международным участием (7-11 октября 2024 г., Комсомольск-на-Амуре) — Комсмольск-на-Амуре : Изд.-во Комсомольского-на-Амуре гос. университета, 2024, 162.

[2] Ефремов Е.Л., Обидова Ш.К. Аксиоматизируемость класса конгруэнц-перестановочных унаров // Синтаксис и семантика логических систем : материалы 8-й Всероссийской конференции, посвященной памяти И. К. Шаранхаева. — Иркутск : Издательство ИГУ, 2024, 36.

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
E-mail: efremov-el@mail.ru
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
E-mail: obidova.sk@dvfu.ru

О алгебрах бинарных изолирующих формул для теорий декартовых произведений графов-звезд

Д. Ю. Емельянов

В настоящем исследовании продолжается анализ алгебр распределений бинарных изолирующих формул [2], где рассматриваются соответствующие алгебры в контексте теорий декартовых произведений звезд-графов.

Определение. *Граф-звезда — связный граф в котором всё рёбра исходят из одной вершины. Звезда с $k+1$ вершиной обычно обозначается S_k, при этом k называют порядком звезды.*

Описаны алгебры бинарных изолирующих формул для теорий декартовых произведений звезд-графов между собой до сотых порядков. Для данных теорий приводятся таблицы Кэли: получена алгебра $\mathfrak{St}$, описывающая декартовы произведения графов звезд между собой.

Алгебру для декартового произведения графов-звезд с диаметром графа n обозначим через $\mathfrak{St}_n$. Она будет иметь метки $\rho_{\nu(p)} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots, n\}$ и задаваться следующей таблицей Кэли:

$\cdot$	0	1	2	3	4	$\ldots$	n
0	$\{0\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{4\}$	$\{\ldots\}$	$\{n\}$
1	$\{1\}$	$\{0,2\}$	$\{1,3\}$	$\{0,2,4\}$	$\{1,3,5\}$	$\{\ldots\}$	$\{F(n)\}$
2	$\{2\}$	$\{1,3\}$	$\{0,2,4\}$	$\{1,3,5\}$	$\{0,2,4,6\}$	$\{\ldots\}$	$\{F(n)\}$
3	$\{3\}$	$\{0,2,4\}$	$\{1,3,5\}$	$\{0,2,4,6\}$	$\{F(4+3)\}$	$\{\ldots\}$	$\{F(n)\}$
4	$\{4\}$	$\{1,3,5\}$	$\{0,2,4,6\}$	$\{F(4+3)\}$	$\{F(4+4)\}$	$\{\ldots\}$	$\{F(n)\}$
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
n	$\{m\}$	$\{F(\mathrm{n})\}$	$\{F(\mathrm{n})\}$	$\{F(\mathrm{n})\}$	$\{F(\mathrm{n})\}$	$\ldots$	$\{F(n)\}$

где $F(x)$ — функция, которая возвращает метки в зависимости от четности x: если x четная, то получаем все четные метки, начиная с нуля до x, а если нечетная, то получаем все нечетные метки до x, где $x \leq n$.

Теорема. *Если T — теория декартовых-произведений графов звезд между собой, $\mathfrak{B}$ — алгебра бинарных изолирующих формул теории T, то алгебра $\mathfrak{B}$ задается алгеброй $\mathfrak{St}_n$.*

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С.Л. Соболева, проект № FWNF-2022-0012.

Литература

[1] В.А. Евстигнеев, В.Н. Касьянов. Словарь по графам в информатике. — Новосибирск. — (Конструирование и оптимизация программ). — ISBN 978-591124-036-3.

[2] Емельянов Д.Ю., Кулпешов Б.Ш., Судоплатов С.В. Алгебры бинарных формул. — Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2023. 330 с. doi: 10.17212/978-5-7782-5028-4

НГТУ, Новосибирск
E-mail: dima-pavlyk@mail.ru

Наследуемость типов предгеометрий их композицией

С. Б. Малышев

Для структур графовой сигнатуры установлено, что если предгеометрии обеих исходных структур обладают свойствами локально модулярности , проективности и локально проективности, то эти свойства сохраняются в предгеометрии их композиции. Однако обратное утверждение в общем случае неверно: предгеометрия композиции может обладать указанными свойствами, даже если исходные структуры их не имеют.

Определение. *Предгеометрия* $\langle S, \mathrm{cl}\rangle$ *называется* тривиальной *или* вырожденной, *если для любого* $X \subseteq S$, $\mathrm{cl}(X) = \bigcup\{\mathrm{cl}(\{a\}) \mid a \in X\}$.

Предгеометрия $\langle S, \mathrm{cl}\rangle$ *называется* модулярной, *если для любых замкнутых множеств* $X_0, Y_0 \subseteq S$, X_0 *независимо от* Y_0 *относительно* $X_0 \cap Y_0$, *т.е. для любых конечномерных замкнутых множеств* $X \subseteq X_0$, $Y \subseteq Y_0$ *верно*

$$\dim(X) + \dim(Y) - \dim(X \cap Y) = \dim(X \cup Y).$$

Предгеометрия $\langle S, \mathrm{cl}\rangle$ *называется* локальной модулярной, *если для любого* $a \in S$, *предгеометрия* $\langle S, \mathrm{cl}_{\{a\}}\rangle$ *модулярна, где* $\mathrm{cl}_{\{a\}}(X) = \mathrm{cl}(X \cup \{a\})$.

Предгеометрия $\langle S, \mathrm{cl}\rangle$ *называется* проективной, *если она модулярная и не тривиальная, и* локально проективной, *если она локально модулярная и не тривиальная.*

Предгеометрия $\langle S, \mathrm{cl}\rangle$ *называется* локально конечной, *если для любого конечного подмножества* $A \subseteq S$, *множество* $\mathrm{cl}(A)$ *конечно.*

Теорема. *Пусть* $\mathcal{M}$ *и* $\mathcal{N}$ *— структуры графовой сигнатуры, а* $\mathcal{M}[\mathcal{N}]$ *их* E*-определимая композиция. Тогда верны утверждения:*

(1) *Если локально модулярны предгеометрии* $\langle \mathcal{M}, \mathrm{acl}\rangle$ *и* $\langle \mathcal{N}, \mathrm{acl}\rangle$, *тогда предгеометрия* $\langle \mathcal{M}[\mathcal{N}], \mathrm{acl}\rangle$ *локально модулярная;*

(2) *Если проективны предгеометрии* $\langle \mathcal{M}, \mathrm{acl}\rangle$ *и* $\langle \mathcal{N}, \mathrm{acl}\rangle$, *тогда предгеометрия* $\langle \mathcal{M}[\mathcal{N}], \mathrm{acl}\rangle$ *проективная;*

(3) *Если локально проективны предгеометрии* $\langle \mathcal{M}, \mathrm{acl}\rangle$ *и* $\langle \mathcal{N}, \mathrm{acl}\rangle$, *тогда предгеометрия* $\langle \mathcal{M}[\mathcal{N}], \mathrm{acl}\rangle$ *локально проективная;*

Замечание. *Обратные утверждения в общем случае неверны.*

Настоящее исследование поддержано Российским научным фондом, проект No 24-21-00096.

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск
E-mail: sergei2-mal1@yandex.ru

Об аксиоматизируемости класса подпрямо неразложимых полигонов над группой

И. Б. Кожухов, Д. С. Храмченок

Универсальная алгебра называется *подпрямо неразложимой*, если она не разлагается в нетривиальное подпрямое произведение алгебр. Эти алгебры интересны тем, что согласно хорошо известной теореме Биркгофа любая нетривиальная алгебра является подпрямым произведением подпрямо неразложимых алгебр. Класс алгебр называется *аксиоматизируемым*, если он определяется совокупностью аксиом – замкнутых формул логики первого порядка.

Полигоном над полугруппой S называется множество X, на котором действует полугруппа S, т.е. определено отображение $X \times S \to X$, $(x, s) \to xs$ такое, что $x(st) = (xs)t$ при $x \in X$, $s, t \in S$. Очевидно, нетривиальный полигон X подпрямо неразложим в том и только том случае, если у него есть наименьшая нетривиальная конгруэнция. В случае модуля над кольцом существует очевидный изоморфизм решётки конгруэнций и решётки подмодулей, поэтому ненулевой модуль подпрямо неразложим в том и только том случае, если он имеет наименьший ненулевой подмодуль.

Теорема 1. *Для любой полугруппы S и подпрямо неразложимого полигона X над S имеет место неравенство $|X| \leq 2^{|S|+1}$.*

Теорема 2. *Пусть R – ассоциативное кольцо, X – подпрямо неразложимый правый R-модуль, $\mathfrak{m} = \max\{|R|, \aleph_0\}$. Тогда $|X| \leq 2^{\mathfrak{m}}$.*

Более сильное условие на порядки подпрямо неразложимых полигонов получатся, если потребовать аксиоматизируемость.

Теорема 3. *Пусть S – полугруппа. Если класс $\mathcal{K}$ подпрямо неразложимых полигонов над S аксиоматизируем, то существует натуральное число n такое, что $|X| \leq n$ для любого подпрямо неразложимого полигона $X \in \mathcal{K}$.*

Нетрудно доказать, что над конечной полугруппой класс $\mathcal{K}$ подпрямо неразложимых полигонов аксиоматизируем (даже конечно аксиоматизируем). Оказывается, что для групп это условие является также достаточным:

Теорема 4. *Пусть G – группа. Тогда класс $\mathcal{K}$ всех подпрямо неразложимых полигонов над G аксиоматизируем в том и только том случае, если G конечна.*

Работа поддержана грантом РНФ №22-11-00052.

НИУ МИЭТ, МГУ им. Ломоносова, РАНХиГС, Москва
E-mail: kozhuhov_i_b@mail.ru
МГУ им. Ломоносова, Москва
E-mail: dmitrii.khramchenok@math.msu.ru

Экзистенциально замкнутые абелевы группы

А. Т. Нуртазин, К. М. Туленбаев

Изучение класса экзистенциально замкнутых периодических абелевых групп естественно начать с описания его подкласса $p-$примарных для некоторого фиксированного простого p. При этом, чтобы ещё более упростить задачу, вначале стоит изучить счётные экзистенциально замкнутые $p-$примарные абелевы группы.

Теорема. 1^o. *Счётная $p-$примарная абелева группа $\mathbb{F}$ экзистенциально замкнута, если и только если она может быть разложена в сумму циклических и квазициклических слагаемых следующего вида:*

$$\mathbb{F} = l\mathbb{Z}_{p^i} \bigoplus ... \bigoplus m\mathbb{Z}_{p^j} \bigoplus ... \bigoplus n\mathbb{Z}_{p^k} \bigoplus s\mathbb{C}_{p^\infty} ,$$

где коэффициенты l, ... m, ..., n, s взяты из множества $\omega_+ \cup \{\omega\}$ и лишь первый из них l может быть бесконечным, а показатели числа p в слагаемых $l\mathbb{Z}_{p^i}$, ... $m\mathbb{Z}_{p^j}$, ... $n\mathbb{Z}_{p^k}$, $s\mathbb{C}_{p^\infty}$ идут в порядке возрастания: $i < ... < j < ... < k < \infty$.

2^o. *Элементарная теория T группы $\mathbb{F}$ аксиоматизируется тремя множествами предложений: экзистенциальными ($Ax_\exists$), универсальными ($Ax_\forall$) и ($Ax_{\forall\exists}$) $\forall\exists$-предложениями и модельно полна.*

Причём первые два из них $Ax_\exists$ и $Ax_\forall$ (экзистенциальные и универсальные) образуют систему аксиом компаньон-теории T^c группы $\mathbb{F}$.

3^o. *Предыдущие первые два пункта позволяют получить также простое и полное описание всех экзистенциально замкнутых абелевых групп, имеющих $p-$примарные периодические части. А именно: Любая экзистенциально замкнутая абелева группа несчётной мощности ω_α, имеющая $p-$примарную периодическую часть может быть одного из следующих трёх типов:*

I. $\omega_\alpha\mathbb{Z}_{p^i} \bigoplus ... \bigoplus m\mathbb{Z}_{p^j}$

Для фиксированных коэффициентов ... m и соответствующей возрастающей последовательности показателей i, ... j абелевы группы такого типа образуют аксиоматизируемый класс $p-$примарных абелевых групп ограниченного периода, элементарная теория которого категорична во всех бесконечных мощностях.

II. $k\mathbb{C}_{p^\infty} \bigoplus \lambda\mathbb{Q}$, *где кардинал k бесконечен и $k + \lambda = \omega_\alpha$.*

Любая абелева группа этого типа имеет полную $p-$примарную периодическую часть бесконечного $p-$ранга k, а её фактор по периодической части является полной абелевой группой без кручения ранга λ.

III. В любой несчётной мощности ω_α имеется единственная, с точностью до изоморфизма, экзистенциально замкнутая абелева группа, имеющая данную экзистенциально замкнутую $p-$примарную периодическую часть.

Второй автор был поддержан грантом AP14869221 «Приложения комбинаторной К-теории» МВОН РК.

КазНУ имени Аль-Фараби, Алматы
E-mail: kaysart1@mail.ru

Алгебраическое и логическое замыкания в теории мультиопераций

Н. А. Перязев, С. И. Тодиков

Пусть A k-элементное множество, а 2^A множество всех его подмножеств. Отображение $f : A^n \to 2^A$ будем называть мультиоперацией размерности n, ранга k и через $\mathcal{M}_k^{(n)}$ обозначать множество всех таких мультиопераций.

Определим следующие мультиоперации: пустая — $o^n(a_1, ..., a_n) = \varnothing$; полная — $u^n(a_1, ..., a_n) = A$; проекция по первому i-му аргументу — $e_i^n(a_1, ..., a_n) = a_i$.

Определим следующие метаоперации на $\mathcal{M}_k^{(n)}$: суперпозиция

$$s(f_0, f_1, ..., f_n)(a_1, ..., a_n) = \bigcup_{b_i \in f_i(a_1,...,a_n)} f_0(b_1, ...b_n);$$

разрешимость $\mu_i(f)(a_1, ..., a_n) = \{a | a_i \in f(a_1, ..., a_{i-1}, a, a_{i+1}, ..., a_n)\}$;
пересечение $(f \cap g)(a_1, ..., a_n) = f(a_1, ..., a_n) \cap g(a_1, ..., a_n)$.

Определим замыкание $F \subseteq \mathcal{M}_k^{(n)}$ по множеству метаопераций Ω:
$B_0(F, \Omega) = F$;
$B_i(F, \Omega) = B_{i-1}(F, \Omega) \bigcup \{q^m(f_1, ..., f_m) | q^m \in \Omega, f_j \in B_{i-1}(F, \Omega)\}$;

$$B(F, \Omega) = \bigcup_i B_i(F, \Omega).$$

В теории мультиопераций выполняется включение суперассоциативности:

$$s(s(f, g_1, ..., g_n), h_1, ..., h_m) \subseteq s(f, s(g_1, h_1, ..., h_m), ..., s(g_n, h_1, ..., h_m))$$

Замыкание множества $F \subseteq \mathcal{M}_k^{(n)}$, содержащих проекции по метаоперациям Ω, содержащим суперпозицию назовем алгебраическим замыканием, а при ограничении на суперпозицию $f_0 \in F$ или $f_0 = \mu_i(f)$, где $f \in F$ логическим замыканием.

Установлено, что при $\Omega = \{s\}$ и при $\Omega = \{s, \mu_i\}$ алгебраическое и логическое замыкания не совпадают для $k \geq 2$.

При $\Omega = \{s, \mu_i, \cap\}$ алгебраическое и логическое замыкания не совпадают для $k \geq 3$ **[1]** , при этом для $k = 2$ вопрос о совпадении этих замыканий остается открытым.

Литература

[1] Тодиков С.И. Сравнение выразительных возможностей различных языков мультиопераций // Материалы 2-й международной конференции «Информационные технологии, их приложения и информационное образование». Улан-Удэ. 2021. С. 235-242.

Иркутский государственный университет, Иркутск
E-mail: nikolai.baikal@gmail.com
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, Санкт-Петербург
E-mail: sergeytodikov@gmail.com

Степени семантической и синтаксической жёсткости унаров

И. А. Сахаров

Важными характеристиками любого объекта являются его жесткость относительно своей группы автоморфизмов, т.е. семантическая жесткость, а также жесткость относительно определимого замыкания, т.е. синтаксическая жесткость. Для нежестких объектов можно оценить их близость к жестким с помощью понятия степени жесткости [1, 2].

Пусть A – множество в структуре $\mathcal{M}$. Структура $\mathcal{M}$ называется семантически A-жесткой, если любой A-автоморфизм $f \in Aut(\mathcal{M})$ является тождественным. Структура $\mathcal{M}$ называется синтаксически A-жесткой, если $\mathcal{M} = dcl(A)$. Структура $\mathcal{M}$ называется $\exists$-семантически ($\exists$-синтаксически) n-жесткой, $n \in \omega$, если $\mathcal{M}$ является семантически (синтаксически) A-жесткой структурой для некоторого своего подмножества A мощности n соответственно. Аналогично определяется понятие $\forall$-семантически ($\forall$-синтаксически) n-жесткой структуры. Пусть $Q \in \{\exists, \forall\}$. Наименьшее n такое, что $\mathcal{M}$ является Q-семантически (Q-синтаксически) n-жесткой структурой, называется Q-семантической (Q-синтаксической) степенью жесткости структуры $\mathcal{M}$ и обозначается $deg_{rig}^{Q-sem}(\mathcal{M})$ ($deg_{rig}^{Q-synt}(\mathcal{M})$). Если такого n не существует, то полагаем $deg_{rig}^{Q-sem}(\mathcal{M}) = \infty$. Введем также обозначение:

$$deg_2^Q(\mathcal{M}) = \left(deg_{rig}^{Q-sem}(\mathcal{M}), deg_{rig}^{Q-synt}(\mathcal{M})\right).$$

Теорема 1. *Для каждой пары $(u, v) \in (\omega \cup \{\infty\})^2$, $u \leq v$, существует унар $\mathcal{A}$ такой, что $deg_2^{\exists}(\mathcal{A}) = (u, v)$.*

Теорема 2.

1) Для любого $u \in \omega \cup \{\infty\}$ существуют унары $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3$ такие, что $deg_2^{\forall}(\mathcal{A}_1) = (u, u)$, $deg_2^{\forall}(\mathcal{A}_2) = (u, \infty)$ и $deg_2^{\forall}(\mathcal{A}_3) = (0, u)$.

2) Для любого унара $\mathcal{C}$

$deg_2^{\forall}(\mathcal{C}) \in \{(u, u) \mid u \in \omega \cup \{\infty\}\} \cup \{(u, \infty) \mid u \in \omega \cup \{\infty\}\} \cup \{(0, u) \mid u \in \omega\}$.

Работа выполнена в Дальневосточном центре математических исследований при финансовой поддержке Минобрнауки России, соглашение № 075-02-2024-1440 от 28 февраля 2024 года по реализации программ развития региональных научно-образовательных математических центров.

Литература

[1] Sudoplatov S. V. Variations of Rigidity // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2024. Т. 47. С. 119–136. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2024.47.119

[2] Kulpeshov B. Sh., Sudoplatov S. V.Variations of rigidity for ordered theories. The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, 2023, vol. 39, pp. 1–17. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.39.1.

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
E-mail: igorsaharov00@gmail.com

Совершенность и нормальность гибрида фиксированных фрагментов почти йонсоновских множеств

О. И. Ульбрихт, Н. М. Мусина, И. О. Тунгушбаева

Пусть L – счетный язык первого порядка сигнатуры σ, T – йонсоновская L-теория, C_T – семантическая модель теории T.

Определение 1. [1] *Пусть $X \subseteq C_T$. Будем называть множество X йонсоновским подмножеством семантической модели теории T, если выполнены следующие условия: 1) X – $\exists$-определимое множество; 2) $cl(X) = M \in E_T$, где E_T – класс экзистенциально замкнутых моделей теории T.*

Определения 2 и 3 были предложены Ешкеевым А.Р. В определении 2 обобщается понятие йонсоновского множества.

Определение 2. *Почти йонсоновским множеством X назовём подмножество $X \subseteq C_T$ такое, что 1) X – $\exists$-определимое множество; 2) $cl(X) = M \in Mod(T)$; 3) $Th_{\forall\exists}(M)$ – йонсоновская теория, где $Th_{\forall\exists}(M)$ есть множество всех универсально-экзистенциальных предложений языка L, истинных в модели M.*

Определение 3. *Йонсоновская теория T называется нормальной, если для любого почти йонсоновского множества $X \subseteq C_T$ верно, что $C_{Fr(X)} \in Mod(T)$ и $C_{Fr(X)}$ – экзистенциально замкнутая подмодель C_T.*

Определение 4. [2] *Пусть T_1, T_2 – йонсоновские теории рассматриваемого языка, C_1, C_2 – их семантические модели соответственно. Гибридом $H(T_1, T_2)$ первого рода называется теория $Th_{\forall\exists}(C_1 \diamond C_2)$, если она йонсоновская. Здесь $\diamond \in \{\times, \cup, \cap, \oplus, \Pi_F, \bigcup_F\}$.*

Теорема. *Пусть T – совершенная нормальная выпуклая экзистенциально простая $\forall\exists$-полная йонсоновская теория, X_1, X_2 – почти йонсоновские $\forall\exists$-dcl-подмножества C_T* **[1]**, *$M_1 = dcl(X_1)$, $M_2 = dcl(X_2)$, $M_1, M_2 \in Mod(T)$, $Fr(X_1), Fr(X_2)$ – совершенные экзистенциально простые $\forall\exists$-полные фрагменты. Тогда, если гибрид $H(Fr(X_1), Fr(X_2))$ взаимно модельно совместен с $Fr(X_1)$ и $Fr(X_2)$, то $H(Fr(X_1), Fr(X_2))$ – совершенная нормальная йонсоновская теория.*

Благодарность. Данное исследование было выполнено в рамках проекта AP23489523, финансированного Комитетом Науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан.

Литература

[1] Ешкеев А. Р.Теории и их модели: монография в 2-х томах / А.Р. Ешкеев — Караганда: Издательство Карагандинского университета имени академика Е.А. Букетова, 2024. — 282 с.

[2] Yeshkeyev A.R. Similarities of Hybrids from Jonsson Spectrum and S-Acts / A.R. Yeshkeyev, Ulbrikht O.I., N. M. Mussina // Lobachevskii Journal of Mathematics, — 2023. — No. 44(12). — P.5502–5518.

Карагандинский университет имени Е.А. Букетова, Караганда
E-mail: ulbrikht@mail.ru
Карагандинский университет имени Е.А. Букетова, Караганда
E-mail: nazerke170493@mail.ru
Карагандинский университет имени Е.А. Букетова, Караганда
E-mail: intng@mail.ru

Ранги эквациональности в теориях графов

А. В. Васенёва

Пусть T — произвольная полная теория, M — модель теории T, $\varphi(x,a)$ — формула теории T с набором параметров $a \in M$, Δ — множество формул теории T.

Определение. Будет говорить, что формула $\varphi(x,y)$ является *уравнением*, если совокупность конечных пересечений копий $\varphi(M,a)$ формулы $\varphi(x,y)$ имеет условие нисходящей цепочки. Теория T *эквациональна*, если каждая формула теории T эквивалентна булевой комбинации уравнений.

Определение. *Рангом эквациональности* $\mathrm{ER}(\varphi(x,a))$ формулы $\varphi(x,a)$ (относительно модели M) называется минимальная длина вложенных цепей пересечений $\bigcap\limits_i \varphi(M,a_i)$, в которые входит $\varphi(M,a)$. По определению любое значение $\mathrm{ER}(\varphi(x,a))$ либо конечно, либо является бесконечным ординалом, зависящим от модели M. *Рангом эквациональности* семейства формул Δ будем называть величину $\mathrm{ER}(\Delta) = \sup\{\mathrm{ER}(\varphi(x,a)) \mid \varphi(x,y) \in \Delta, a \in M, l(a) = l(y)\}$.

Следующее определение дает эквивалентную переформулировку понятий уравнения и эквациональной теории из работы [2].

Определение. Формула $\varphi(x,y)$ теории T называется *уравнением*, если каждая формула $\varphi(x,a)$ имеет конечный (и ограниченный при подстановке параметров a) ранг эквациональности. Теория T называется *эквациональной*, если любая формула теории T является T-эквивалентной некоторой булевой комбинации формул из Δ, где Δ состоит из уравнений.

Теорема. *Для любого натурального $n \geq 1$ существует Δ_n-базируемая эквациональная теория графов T_n, для которой $\mathrm{ER}(\Delta_n) = n$.*

Замечание. *Теория T эквациональна тогда и только тогда, когда для каждого конечного множества Δ_0 формул теории T существует конечное множество Δ_1 формул теории T такое, что $\mathrm{ER}(\Delta_1) \in \omega$ и любая формула из Δ_0 T-эквивалентна некоторой булевой комбинации формул из Δ_1.*

Литература

[1] Martin-Pizarro A., Ziegler M. Noetherian theories, arXiv:2307.16826v1 [math.LO], 2023.
[2] Pillay A., Srour G. Closed sets and chain conditions in stable theories // Journal of Symbolic Logic. — 1984. — Vol. 49. — P. 1350–1362.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
E-mail: a.vaseneva@g.nsu.ru

О понятии о-минимальности для частичных порядков на примере плотного дерева встреч

В. В. Вербовский, А. Б. Даулетиярова

В [**1**] были рассмотрены константные обогащения плотного дерева встреч, впервые которые рассмотрел М. Г. Перетятькин в работе [**3**]. Если в работе [**3**] была рассмотрена только одна возрастающая последовательность, то в работе [**1**] последовательностей может быть конечное число, включая убывающие, и было посчитано возможное число счетных моделей для таких теорий. Кроме того, были рассмотрены обогащения при помощи одноместных предикатов, которые имеют конечную (причем, одинаковую по количеству элементов для всех) реализацию, и также было посчитано возможное число счетных моделей. Если рассматривать подобные обогащения линейного плотного порядка, то все они будут о-минимальными. Следует отметить, что счетный спектр о-минимальных теорий совпадает со счетным спектром константных обогащений плотного линейного порядка, как следует из работы [**2**]. Было бы интересно проверить, переносится ли эта закономерность на о-минимальные обогащения частичных порядков, будут ли, в частности, о-минимальные обогащения плотного дерева встреч иметь тот же спектр, что и константные или рассмотренные выше предикатные обогащения.

Но для этого требуется определить понятие о-минимальности для плотного дерева встреч. Известные определения о-минимальности для частичных порядков используют в качестве основы булевы комбинации интервалов. В нашем определении о-минимальности любое формульное подмножество является конечным объединением обобщенных интервалов и точек, что соответствует классическому определению о-минимальности, с той лишь разницей, что вместо обычного интервала рассматривается обобщенный.

На основании этого понятия было получено описание формульных одноместных функций, определимых в о-минимальных обогащениях плотного дерева встреч.

Теорема. *В о-минимальном обогащении плотного дерева встреч формульная одноместная функция является кусочно монотонной.*

Литература

[1] A. B. Dauletiyarova, V. V. Verboskiy. On the number of countable models of constant and unary predicates expansions of the dense meet-tree theory. 21:2 (2024), 755–770.

[2] Laura L. Mayer. Vaught's conjecture for o-minimal theories, The Journal of Symbolic Logic, 53:1 (1988), 146–159.

[3] M. G. Peretyat'kin, *On complete theories with a finite number of denumerable models*, Algebra and Logic, 12:5 (1973), 310–326.

Институт математки и математического моделирования, Алматы
E-mail: verbovskiy@math.kz
Университет СДУ, Каскелен
E-mail: aigera95@mail.ru

On algebras of binary formulas for weakly circularly minimal theories: monotonic-to-left case

A. B. Altayeva, B. Sh. Kulpeshov

Algebras of binary isolating formulas [**1, 2**] are a tool for describing relationships between elements of the sets of realizations of a type at the binary level. The notion of *weak circular minimality* was studied initially in [**3**].

Theorem 1. [**4**] *(monotonic-to-left case) Let M be an $\aleph_0$–categorical 1-transitive non-primitive weakly circularly minimal structure of convexity rank greater than 1 such that $dcl(a) = \{a\}$ for some $a \in M$. Suppose that there exists a convex-to-right formula $R(x, y)$ such that $r(y) := \text{rend } R(M, y)$ is monotonic-to-left on M. Then M is isomorphic up to binarity to*

$$M'_{s,2,2} := \langle M, K^3, E_1^2, E_2^2, \ldots, E_s^2, E_{s+1}^2, R^2 \rangle,$$

where M is a circularly ordered structure, M is densely ordered, $s \geq 1$; E_{s+1} is an equivalence relation partitioning M into two infinite convex classes without endpoints; E_i for every $1 \leq i \leq s$ is an equivalence relation partitioning every E_{i+1}-class into infinitely many infinite convex E_i-subclasses without endpoints so that the induced order on E_i-subclasses is dense without endpoints; $R(M, a)$ has no right endpoint in M and $r^2(a) = a$ for all $a \in M$, where $r^2(y) := r(r(y))$.

The following theorem describes the algebra of binary isolating formulas for an $\aleph_0$–categorical 1-transitive non-primitive weakly circularly minimal structure of convexity rank greater than 1 with a 1-transitive non-primitive automorphism group and a trivial definable closure.

Theorem 2. *The algebra $\mathfrak{P}_{M'_{s,2,2}}$ of binary isolating formulas with monotonic-to-left function r has $4s+5$ labels, is strictly $(2s+3)$-deterministic and not commutative for every $s \geq 1$.*

This research has been funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP22685890).

References

[1] S.V. Sudoplatov, Classification of countable models of complete theories, Novosibirsk: NSTU, 2018.
[2] I.V. Shulepov, S.V. Sudoplatov, Algebras of distributions for isolating formulas of a complete theory // Siberian Electronic Mathematical Reports, 2014, vol. 14, pp. 380–407.
[3] B.Sh. Kulpeshov, H.D. Macpherson, Minimality conditions on circularly ordered structures // Mathematical Logic Quarterly, 2005, vol. 51, issue 4, pp. 377–399.
[4] B.Sh. Kulpeshov, Definable functions in the $\aleph_0$-categorical weakly circularly minimal structures // Siberian Mathematical Journal, 2009, vol. 50, issue 2, pp. 282–301.

International Information Technology University, Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Kazakh-British Technical University, Almaty (Kazakhstan)
E-mail: vip.altayeva@mail.ru
International Information Technology University, Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Kazakh-British Technical University, Almaty (Kazakhstan)
E-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

On algebras of binary formulas for weakly circularly minimal theories: equivalence relations

B. Sh. Kulpeshov

Algebras of binary isolating formulas [**1, 2**] are a tool for describing relationships between elements of the sets of realizations of a type at the binary level. The notion of *weak circular minimality* was studied initially in [**3**]. Let $A \subseteq M$, where M is a circularly ordered structure. The set A is called *convex* if for any $a, b \in A$ the following property is satisfied: for any $c \in M$ with $K(a, c, b)$, $c \in A$ holds, or for any $c \in M$ with $K(b, c, a)$, $c \in A$ holds. A *weakly circularly minimal structure* is a circularly ordered structure $M = \langle M, K, \ldots \rangle$ such that any definable (with parameters) subset of M is a union of finitely many convex sets in M.

Theorem 1. [**4**] *(only equivalence relations) Let M be an $\aleph_0$-categorical 1-transitive non-primitive weakly circularly minimal structure of convexity rank greater than 1 with $dcl(a) = \{a\}$ for some $a \in M$ such that any convex-to-right formula is equivalence-generating. Then M is isomorphic up to binarity to $M_{s,m} := \langle M, K^3, E_1^2, E_2^2, \ldots, E_s^2, E_{s+1}^2 \rangle$, where M is a circularly ordered structure, M is densely ordered, $s, m \geq 1$; E_{s+1} is an equivalence relation partitioning M into m infinite convex classes without endpoints; E_i for every $1 \leq i \leq s$ is an equivalence relation partitioning each E_{i+1}-class into infinitely many infinite convex E_i-subclasses without endpoints so that the induced ordering on E_i-subclasses is dense without endpoints.*

Proposition 1. *The algebra $\mathfrak{P}_{M_{1,m}}$ of binary isolating formulas has $m + 4$ labels, is commutative and strictly 5-deterministic for every natural number $m \geq 2$.*

Proposition 2. *The algebra $\mathfrak{P}_{M_{s,1}}$ of binary isolating formulas has $2s + 2$ labels, is commutative and strictly $(2s + 2)$-deterministic for every natural number $s \geq 1$.*

Theorem 2. *The algebra $\mathfrak{P}_{M_{s,m}}$ of binary isolating formulas has $2s + m + 2$ labels, is commutative and strictly $(2s + 3)$-deterministic for any natural numbers $s, m \geq 1$.*

This research has been funded by Science Committee of Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. BR20281002).

References

[1] S.V. Sudoplatov, Classification of countable models of complete theories, Novosibirsk: NSTU, 2018.
[2] I.V. Shulepov, S.V. Sudoplatov, Algebras of distributions for isolating formulas of a complete theory // Siberian Electronic Mathematical Reports, 2014, vol. 14, pp. 380–407.
[3] B.Sh. Kulpeshov, H.D. Macpherson, Minimality conditions on circularly ordered structures // Mathematical Logic Quarterly, 2005, vol. 51, issue 4, pp. 377–399.
[4] B.Sh. Kulpeshov, Definable functions in the $\aleph_0$-categorical weakly circularly minimal structures // Siberian Mathematical Journal, 2009, vol. 50, issue 2, pp. 282–301.

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Kazakh-British Technical University, Almaty (Kazakhstan)
E-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

On approximations by strongly minimal theories

B. Sh. Kulpeshov, In. I. Pavlyuk, S. V. Sudoplatov

We continue to study approximations of theories transforming approximations by ω-categorical theories [1, 2] to approximations by strongly minimal theories [3].

An elementary theory T of an infinite structure $\mathcal{M}$ which is not strongly minimal is said to be *pseudo-strongly-minimal* if any sentence true in $\mathcal{M}$ has a strongly minimal structure $\mathcal{N}$. In this case, the models $\mathcal{N}$ are called *approximations* of the model $\mathcal{M}$, and the model $\mathcal{M}$ itself is said to be *pseudo-strongly-minimal*.

As usual for a signature Σ we denote by $\mathcal{T}_\Sigma$ the set of all complete theories of the signature Σ. Besides we denote by $\mathcal{T}_{\rm psm}$ the class of pseudo-strongly-minimal theories and by $\overline{\mathcal{T}}_{\rm psm}$ its complement in the class of all complete theories which are not strongly minimal and do not have finite models.

Theorem 1. *For any signature Σ, $\overline{\mathcal{T}}_{\rm psm} \cap \mathcal{T}_\Sigma \neq \emptyset$ iff Σ contains at least one functional symbol of arity ≥ 1 or at least one predicate symbol of arity ≥ 2.*

Theorem 2. *Let $\mathcal{M} = \langle M, < \rangle$ be an infinite partial ordering without non-linearly ordered connected components. Then $\mathcal{M}$ is pseudo-strongly-minimal iff $\mathcal{M}$ has infinitely many connected components which are singletons and arbitrarily many connected components which are finite or pseudofinite such that at least one component is pseudofinite or there are infinitely many finite connected components which are not singletons.*

Theorem 3. *Let G be a group. Then the following conditions are equivalent:*

1) *G is pseudo-strongly-minimal,*

2) *G is Abelian and has the form $G = \bigoplus\limits_{\alpha} \mathbb{Q} \oplus \bigoplus\limits_{p} \mathbb{Z}_{p^\infty}^{(\beta_p)}$, $\beta_p \in \omega + 1$ with some $\beta_p = \omega$,*

i.e. for the theory $\mathrm{Th}(G)$ all Szmielew invariants $\alpha_{p,n} = 0$, $\beta_p \in \omega + 1$, $\gamma_p = 0$, $\varepsilon = 1$, with $\max\limits_p \beta_p = \omega$.

This research has been funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP19674850), and was carried out in the framework of the State Contract of the Sobolev Institute of Mathematics, Project No. FWNF-2022-0012.

References

[1] Kulpeshov B.Sh., Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V. Ranks and approximations for families of ordered theories // Mathematical Notes. — 2024. — Vol. 116, No. 4. — P. 529–549.

[2] Kulpeshov B.Sh., Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V. On pseudo-countably-categorical formulae and theories // Sintax and Semantics of Logical Systems. Proceedings of 8th All-Russian Conference. — Irkutsk : Edition of ISU, 2024. — P. 51–55.

[3] Baldwin J.T., Lachlan A.H. On strongly minimal sets // Journal of Symbolic Logic. — 1971. — Vol. 36, No. 1. — P. 79–96.

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Kazakh-British Technical University, Almaty (Kazakhstan);
Novosibirsk State Technical University, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz
Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Kazakh-British Technical University, Almaty (Kazakhstan);
Novosibirsk State Technical University, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: inessa7772@mail.ru
Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Kazakh-British Technical University, Almaty (Kazakhstan);
Novosibirsk State Technical University, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: sudoplat@math.nsc.ru

1-perfectness of fragments of normal Jonsson theory

M. T. Omarova, S. M. Amanbekov

Let L be a countable first-order language of signature σ, T be a Jonsson theory in L, and C_T be a semantic model of the theory T. We define the center of the Jonsson theory T as the elementary theory of the semantic model of this theory. We denote the center as follows: T^*=$Th(C_T)$.

The following definitions belong to A.R. Yeshkeev.

Definition 1. *Let $X \subseteq C_T$. The set X is called a Jonsson in theory T if it satisfies the following properties:*

1) X is an $\exists$-definable set;

2) $cl(X)$=$M \in E_T$, where E_T is the class of existentially closed models of the theory T.

Definition 2. *A fragment of the Jonsson set X is called the theory $Fr(X) = Th_{\forall\exists}(M)$.*

Definition 3. *A Jonsson theory T is called normal if for any almost Jonsson set $X \subseteq C_T$, it holds that $C_{Fr(X)} \subseteq Mod(T)$ and $C_{Fr(X)}$ is an existentially closed submodel of C_T.*

Definition 4. *The inductive theory T is called the existentially prime if: it has a algebraically prime model, the class of its AP (algebraically prime models) denote by AP_T; class E_T non trivial intersects with class AP_T, i.e. $AP_T \cap E_T \neq 0$.*

Theorem 1. *Let T be a normal Jonsson theory, C_T be its semantic model, $X \subseteq C_T$ be a Jonsson set, and $Fr(X)$ the 1-Jonsson fragment of the Jonsson set X. $Fr(X)$ will be a 1-perfect Jonsson theory if and only if the following conditions are equivalent:*

1) $Fr(X)$ will have a 1-model companion $Fr^{mc}(X)$ in sense of [**1**];

2) The theories $Fr^{mc}(X)$ and $Fr^*(X)$ will be equal to each other provided that $Fr^*(X)$ is the center of the fragment $Fr(X)$.

All definitions that were not given in the abstract can be found in [**2**].

Acknowledgments. This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489523).

References

[1] Yeshkeyev A.R., Omarova M.T. *Companions of (n_1, n_2)-Jonsson theory.* Bulletin of the Karaganda University-Mathematics, 96(4): 75–80, 2019.

[2] Yeshkeyev A.R. *Theories and their models: A monograph in two volumes.* Publishing house of Karaganda University named after Academician E.A. Buketov, Karaganda, 2024.

Karaganda University of Kazpotrebsoyuz, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: omarovamt_963@mail.ru
Karaganda Buketov university, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: amanbekovsmath@gmail.com

The properties of 1-model companions of Jonsson sets in normal Jonsson theory

N. V. Popova, S. M. Amanbekov

The following definition belongs to A.R. Yeshkeev.

Definition 1. *A Jonsson theory T is called normal if for any almost Jonsson set $X \subseteq C_T$, it holds that $C_{Fr(X)} \subseteq Mod(T)$ and $C_{Fr(X)}$ is an existentially closed submodel of C_T.*

Definition 2. [**1**] *The theory T will be 1-model complete if the condition $B \subseteq_1 D$ implies $B \prec D$ for all $B, D \in Mod(T)$.*

Let the set of all formulas of the form $\exists\forall...\psi$ be denoted by Π_n, and the following set $\{\psi \mid \neg\psi \in \Pi_n\}$ be denoted by Σ_n.

The following definition is also known from the works of T.G. Mustafin.

Definition 3. *1) The set $D(\mathfrak{B})=\cup_{n<\infty}\{Th(\mathfrak{B}, \bar{b}) \mid \bar{b} \in |\mathfrak{B}|^n\}$ is called the finite diagram of the system $\mathfrak{B}$;*

2) An algebraic system $\mathfrak{A}$ is called a $D(\mathfrak{B})$-system if $Th(\mathfrak{A})=Th(\mathfrak{B})$ and $D(\mathfrak{A}) \subseteq D(\mathfrak{B})$;

3) If T is any theory, then any T-model is called a $D(T)$-model.

Definition 4. *Theories T_1 and T_2 are called D-Π_1-mutually model compatible if any T_1-model is Π_α-embeddable into some D-model of the theory T_2, and vice versa.*

Theorem 1. *Let T be a normal Jonsson theory, C_T be its semantic model, $X \subseteq C_T$ be a Jonsson set and $Fr(X)$ the 1-Jonsson fragment of the Jonsson set X. $Fr(X)$ will be a 1-perfect Jonsson theory if and only if the following conditions are equivalent:*

1) $Fr(X)^{mc}=Fr(X)^c$ and $Fr(X)$ are D-Π_1-mutually model compatible, and the theory T^{mc} is 1-model complete, where $D=D(C_{Fr(X)})$ and $C_{Fr(X)}$ is the semantic model of the fragment $Fr(X)$ in sense of [**1**]*;*

2) The theories $Fr^{mc}(X)$ and $Fr^*(X)$ will be equal to each other provided that $Fr^*(X)$ is the center of the fragment $Fr(X)$.

All definitions that were not given in the abstract can be found in [**2**].

Acknowledgments. This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489523).

References

[1] Kueker D.W., Turnquist P. *Nearly model complete theories.* Math. Log. Quart., 3: 291–298, 1999.

[2] Yeshkeyev A.R. *Theories and their models: A monograph in two volumes.* Publishing house of Karaganda University named after Academician E.A. Buketov, Karaganda, 2024.

Karaganda Buketov university, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: andn@mail.ru
Karaganda Buketov university, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: amanbekovsmath@gmail.com

On preservations of properties

T. E. Rajabov, S. V. Sudoplatov

We study various properties [1] which are preserved under given conditions. These preservations generalize the notion of (p, q)-preserving formula [2, 3, 4] and its variations for correspondent type-definable sets.

Let $\mathcal{M}$ be a structure, $P_1 \subseteq M^{k_1}, \ldots, P_n \subseteq M^{k_n}$, $Q \subseteq M^m$ be properties, $\Phi = \Phi(\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n, \overline{y})$ be a type with $l(\overline{x}_1) = k_1, \ldots, l(\overline{x}_n) = k_n$, $l(\overline{y}) = m$. We say that the tuple $(P, \ldots, P_n, Q)$ is Φ-*preserved* if for any $\overline{a}_1 \in P_1, \ldots, \overline{a}_n \in P_n$, $\Phi(\overline{a}_1, \ldots, \overline{a}_n, \mathcal{M}) \subseteq Q$. If Φ is a singleton $\{\varphi\}$ then Φ-preserved tuples are called φ-*preserved*.

Remark. If $\Phi = \Phi(\overline{y})$ then any tuple $(P, \ldots, P_n, Q)$ is Φ-preserved iff $Q \supseteq \Phi(\mathcal{M})$, i.e. Q contains that type-definable set. Similarly, by the definition, in general case, Q contains type-definable sets $\Phi(\overline{a}_1, \ldots, \overline{a}_n, \mathcal{M})$ whereas Q may be not type-definable. If Φ contains sentences asserting that a binary relation Q is reflexive, (anti)symmetric, transitive then the correspondent type-definable set satisfies these properties. In particular, types Φ allow to describe equivalence relations, partial and linear orders.

Proposition 1. *If φ is an atomic formula $f(x_1, \ldots, x_n) \approx y$ then a tuple $(P_1, \ldots, P_n, Q) = (P, \ldots, P, P)$ with $\emptyset \neq P \subseteq M$ is φ-preserved iff P is the universe of a subalgebra of a restriction of $\mathcal{M}$ till the signature symbol f.*

Proposition 2. *If $\varphi(x_1^1, x_1^2; \ldots; x_n^1, x_n^2; y^1, y^2)$ is a formula*

$$E(y^1, y^2) \wedge f(x_1^1, \ldots, x_n^1) \approx y^1 \wedge f(x_1^2, \ldots, x_n^2) \approx y^2$$

then a tuple $(P_1, \ldots, P_n, Q) = (E, \ldots, E, E)$ with an equivalence relation $E \subseteq M^2$ is φ-preserved iff E is a congruence relation of a restriction of $\mathcal{M}$ till the signature symbol f.

Using the propositions above one can describe series of type-definable structures, in particular, classes of (ordered) semigroups, groups, rings and fields, including spherically ordered ones [5], rectangular bands of groups, graded algebras, etc., their subalgebras and quotients. This research was carried out in the framework of the State Contract of the Sobolev Institute of Mathematics, Project No. FWNF-2022-0012.

References

[1] Sudoplatov S.V. Formulas and properties, their links and characteristics // Mathematics. — 2021. — Vol. 9, Issue 12. 1391. — 16 p.

[2] Baizhanov B.S., Sudoplatov S.V., Verbovskiy V.V. Conditions for non-symmetric relations of semi-isolation // Siberian Electronic Mathematical Reports. — 2012. — Vol. 9. — P. 161–184.

[3] Sudoplatov S.V. Classification of countable models of complete theories. Part 1. — Novosibirsk : Edition of NSTU, 2018. — 326 p.

[4] Emelyanov D.Yu., Kulpeshov B.Sh., Sudoplatov S.V. Algebras of binary formulae. — Novosibirsk : Edition of NSTU, 2023. — 330 p.

[5] Sudoplatov S.V. Spherically ordered groups // Siberian Electronic Mathematical Reports. — 2024. (to appear) arXiv:2407.13600 [math.GR], 2024. — 7 p.

Novosibirsk State University, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: temurboy264@gmail.com
Novosibirsk State University, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: sudoplat@math.nsc.ru

$L_{\omega\omega}$, $L_{\omega_1\omega}$, and Wadge reducibility

V. L. Selivanov

Let L be a finite or countable language without functional symbols and T a first-order theory of L. Let $\{\Sigma_n(T)\}$ (resp. $\{\Sigma_n^{inf}(T)\}$) be the quantifier-alternation hierarchy of sentences of $L_{\omega\omega}$ (resp. of $L_{\omega_1\omega}$) modulo equivalence in T. Let $\{S_\alpha(T)\}_{\alpha<\varepsilon_0}$ (resp. $\{S_\alpha^{inf}(T)\}_{\alpha<\varepsilon_0}$) be the fine hierarchy (FH) over $\{\Sigma_n(T)\}$ (resp. $\{\Sigma_n^{inf}(T)\}$).

The next result is a partial extension of Theorem 1.1 in [Harrison-Trainor and Kretschmer, Infinitary logic has no expressive efficiency over finitary logic, 2023, preprint].

Theorem 1. *For any $\alpha<\varepsilon_0$, $S_\alpha(T)=L_{\omega\omega}\cap S_\alpha^{inf}(T)$.*

For an L-sentence φ, let $Mod(\varphi)$ be the set of models of φ with universe ω (such structures are identified with elements of the Cantor space 2^ω in the usual way). Let $\{\mathbf{S}_\alpha\}_{\alpha<\varepsilon_0}$ be the FH over $\{\mathbf{\Sigma}^0_{1+n}(2^\omega)\}_{n<\omega}$.

The next result extends Theorem I.F.4 in [Wadge, Reducibility and determinateness in the Baire space, PhD thesis, University of California, Berkely, 1984] and the conjecture after this theorem.

Theorem 2. *For any $\varphi\in L_{\omega\omega}$, $\varphi\in S_\alpha \iff Mod(\varphi)\in\mathbf{S}_\alpha$, and similarly for $\varphi\in L_{\omega_1\omega}$, only now $\mathbf{S}_\alpha$ is any level of the Wadge hierarchy and S_α is the corresponding level of the infinitary FH over $\{\Sigma_\beta\}_{\beta<\omega_1}$ (see [Selivanov, A Q-Wadge hierarchy in quasi-Polish spaces. The Journal of Symbolic Logic, 87, Issue 2, 2022, 732 – 757] for details).*

The next result confirms another conjecture of Wadge formulated after Theorem I.F.4 of his thesis, and extends it to infinitary sentences.

Theorem 3. *If L contains a symbol of arity ≥ 2, then the structure of Wadge degrees $(\{Mod(\varphi)\mid\varphi\in L_{\omega\omega}\};\leq_W)$ has rank ε_0, while the rank of $(\{Mod(\varphi)\mid\varphi\in L_{\omega_1\omega}\};\leq_W)$ coincides with the rank of the Wadge hierarchy.*

A.P. Ershov Institute of Informatics Systems, Novosibirsk
Department of Mathematics and Computer Science, St. Petersburg University
E-mail: vseliv@yandex.ru

On T-pseudofinite acts over abelian groups

A. A. Stepanova, E. L. Efremov, S. G. Chekanov

The structure $\mathfrak{M}$ of a language L is called pseudofinite if every sentence true in $\mathfrak{M}$ has a finite model. The theory of pseudofinite structures is well developed for structures belonging to finite aximatizable classes (for example, classes of groups, rings, fields, unars) [**1**]-[**5**]. In this work the concept of T-pseudofiniteness is introduced, which coincides with the concept of pseudofiniteness for structures belonging to finite aximatizable classes. A model $\mathfrak{M}$ of a theory T is called T-pseudofinite if every sentence true in $\mathfrak{M}$ is also true in a finite model of the theory T. We consider T-pseudofinite acts over group.

Let G be a group. A structure $\langle A; g\rangle_{g\in G}$ of the language $L_G = \{g \mid g \in G\}$ consisting of unary operation symbols is a (left) G-act if $g_1(g_2a) = (g_1g_2)a$ and $1a = a$ for all $g_1, g_2 \in G$ and $a \in A$. An G-act $\langle A; g\rangle_{g\in G}$ is denoted by ${}_GA$.

The class of all G-acts of the form $\coprod_{i\in I_1} {}_G(G/S_1)_i \sqcup \ldots \sqcup \coprod_{i\in I_n} {}_G(G/S_n)_i$ is denoted by $K_{G,\bar{S}}$, where $I_1, \ldots, I_n$ are some nonempty sets, $\bar{S} = \{S_1, \ldots, S_n\}$, and $S_1, \ldots, S_n$ are subgroups of the group G.

Theorem. Let G be an abelian group, $S_1, \ldots, S_n$ be pairwise distinct subgroups of the group G, $\bar{S} = \{S_1, \ldots, S_n\}$, and T be the theory of all G-acts. If for every infinite index subgroup $G_1 \in \bar{S}$ of group G and every finite set $F \subseteq G$ there exists a finite index subgroup G_2 of group G such that $F \cap G_1 = F \cap G_2$, then the class $K_{G,\bar{S}}$ is T-pseudofinite.

Since every coproduct of finite S-acts is a T-pseudofinite S-act [**6**], where T is the theory of all S-acts, we have

Remark. Let G be a group and $\bar{S}$ consists of finite index subgroups of G. Then the class $K_{G,\bar{S}}$ is T-pseudofinite.

Corollary. Let G be a finitely generated abelian group, $S_1, \ldots, S_n$ be pairwise distinct subgroups of the group G, $\bar{S} = \{S_1, \ldots, S_n\}$, and T be the theory of all G-acts. Then the class $K_{G,\bar{S}}$ is T-pseudofinite.

This research has been supported by RF Ministry of Education and Science (Suppl. Agreement No. 075-02-2024-1440 of 28.02.2024.

References

[1] Ax J. The elementary theory of finite fields. Annals of Mathematics, 1968, v.2, no.88, 239–271.
[2] Duret J. Les corps pseudo-finis ont la propriété d'indépendance. C. R. Acad. Sei. Paris Sér., 1980, v.290, 981-903.
[3] Chatzidakis Z. Notes on the model theory of finite and pseudo-finite fields. http://www.logique.jussieu.fr/~zoe/papiers/Helsinki.pdf.
[4] Macpherson D. Model theory of finite and pseudofinite groups. Arch. Math. Logic, 2018. v.57, 159-184.
[5] Efremov E.L., Stepanova A.A., Chekanov S.G. Pseudofinite unars. Algebra and Logic (in press)
[6] Efremov E.L., Stepanova A.A., Chekanov S.G. Pseudofinite S-acts. Siberian Electronic Mathematical Reports, 2024, v.21, no1, 271-276.

Far Eastern Federal University, Vladivostok (Russia)
E-mail: stepltd@mail.ru
Far Eastern Federal University, Vladivostok (Russia)
E-mail: efremov-el@mail.ru
Far Eastern Federal University, Vladivostok (Russia)
E-mail: chekanov.sg@dvfu.ru

Axioms for spherical orders and their dependencies

S. V. Sudoplatov

We modify axioms for spherical orders [1, 2, 3] and describe possibilities for their (in)dependence. These axioms naturally generalize axioms for linear and circular orders based both on these orders and on the orientation of simplicial complexes, in particular, on directed triangles and tetrahedrons.

Let $\overline{x}$ be a n-tuple $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, σ be a permutation of degree n. Then the tuple $(x_{\sigma(1)}, \ldots, x_{\sigma(n)})$ is denoted by $\overline{x}_\sigma$.

Definition (cf. **[1, 2, 3]**). An n-ary relation K_n on a set A is called a *n-spherical* order relation, for $n \geq 2$, if it satisfies the following conditions:

(nso1) If $\overline{x} \in A^n$ and σ is a transposition on $\{1, 2, \ldots, n\}$, then $\overline{x} \in K_n$ or $\overline{x}_\sigma \in K_n$;

(nso2) If $\overline{x} \in A^n$ and σ is a transposition on $\{1, 2, \ldots, n\}$, then $\overline{x} \in K_n$ and $\overline{x}_\sigma \in K_n$ iff there are distinct indices i and j such that $x_i = x_j$;

(nso3) For any $\overline{x} \in K_n$ and any element $t \in A$, there is an index i such that

$$(x_1, \ldots, x_{i-1}, t, x_{i+1}, \ldots, x_n) \in K_n.$$

A structure $\mathcal{M}$ provided with a n-spherical order is called *n-spherically ordered*.

We notice that the 2-spherically ordered structures are exactly linearly ordered ones and 3-spherically ordered are exactly circularly ordered.

The following proposition asserts that the additional forth axiom used before for the definition of n-spherical order is deduced from (nso1) and (nso2).

Proposition. *For any n-spherical order K_n the following condition holds:*

(nso4) *For any even permutation σ on $\{1, 2, \ldots, n\}$, if $\overline{x} \in K_n$ then $\overline{x}_\sigma \in K_n$.*

Theorem. 1. *For any $n \geq 3$ the axioms* (nso1), (nso2), (nso3) *are independent: for each axiom* (nsoi), *$i = 1, 2, 3$, there is a relation K_n that violates this axiom and satisfies the others.*

2. *The axioms* (2so2) *and* (2so3) *are independent and imply the axiom* (2so1).

This research was carried out in the framework of the State Contract of the Sobolev Institute of Mathematics, Project No. FWNF-2022-0012.

References

[1] Sudoplatov S.V. Arities and aritizabilities of first-order theories // Siberian Electronic Mathematical Reports. — 2022. — Vol. 19, No. 2. — P. 889–901.

[2] Kulpeshov B.Sh., Sudoplatov S.V. Spherical orders, properties and countable spectra of their theories // Siberian Electronic Mathematical Reports. — 2023. — Vol. 20, No. 2. — P. 588–599.

[3] Sudoplatov S.V. Minimality conditions, topologies and ranks for spherically ordered theories // Siberian Electronic Mathematical Reports. — 2023. — Vol. 20, No. 2. — P. 600–615.

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk (Russia)
E-mail: sudoplat@math.nsc.ru

On theories with amalgamation and joint embedding properties

I. O. Tungushbayeva, O. I. Ulbrikht

Let L be a countable first-order language. By L-theory, we mean any consistent set of L-sentences. In this work, we consider L-theories with respect to the properties of amalgamation and joint embedding.

The following definition was introduced by A.R. Yeshkeyev in [**1**].

Definition 1. *An L-theory T is called a JEP-theory, if T admits joint embedding property (JEP) and, from this fact, it follows that T admits amalgamation property (AP).*

The following theorem represents a sufficient condition for a theory T to be a JEP-theory.

Theorem 1. *Let T be an L-theory such that T admits joint embedding property and, for any universal L-formulas $\alpha_1(x)$ and $\alpha_2(x)$, if $T \vdash \forall x(\alpha_1(x) \vee \alpha_2(x))$ then $T \vdash \forall x\alpha_1(x) \vee \forall x\alpha_2(x)$. Then T is a JEP-theory.*

Another result is connected with the class of Jonsson theories [**2**]. Jonsson theories are inductive theories that have infinite models, admit AP and JEP. Jonsson theories are called cosemantic, if their semantic models coincide [**3**].

Theorem 2. *Let T be a Jonsson L-theory and Σ be an arbitrary set of existential L-sentences such that $T \cup \Sigma$ is consistent. Then $T \cup \Sigma$ is a Jonsson theory that is cosemantic to T.*

Let us consider an empty set of L-sentences in some fixed L. We call this set of sentences an empty theory. It is known from [**4**] that empty theory is a Jonsson theory. Then we have the following corollary:

Corollary. *If T is an existentially aziomatizied theory then T is a Jonsson theory that is cosemantic to empty theory.*

Acknowledgements. This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489523).

References

[1] Yeshkeyev, A.R., Tungushbayeva, I.O., Kassymetova, M.T. (2022). Connection between the amalgam and joint embedding properties. *Bulletin of the Karaganda University-Mathematics*, 105(1), 127-135.

[2] Barwise, J. (1982). *Teoriya modelei: spravochnaia kniga po matematicheskoi logike. Chast 1 [Model theory: Handbook of mathematical logic. Part 1]*. Moscow: Izdatelstvo Nauka [in Russian].

[3] Yeshkeyev, A.R. *Teorii i ih modeli. Tom 2 [Theories and their models. Vol. 2]*. Karaganda: Izdatelstvo Karagandinskogo universiteta [in Russian].

[4] Mustafin, Ye. (2002). Quelques proprietes des theories de Jonsson. *The Journal of Symbolic Logic*, 67(2), 528-536.

Karaganda Buketov University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: intng@mail.ru
Karaganda Buketov University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: ulbrikht@mail.ru

On normal Jonsson strongly minimal theory

A. R. Yeshkeyev, A. R. Yarullina, S. M. Amanbekov

Let L be a countable first-order language of the signature σ, T be a Jonsson L-theory, C_T be its semantic model.

Definition. *Let $X \subseteq C_T$. A set X is called a Jonsson subset of C_T if the following conditions are satisfied: 1. X is $\exists$-definable subset; 2. $cl(X) = M \in E_T$, E_T is a class of existentially closed models of the theory T.*

Definition. *A fragment of Jonsson set X is said to be a theory $Fr(X) = Th_{\forall\exists}(M)$, $Th_{\forall\exists}(M)$ is a set of all universal-existential L-sentences true in the model M.*

Definition. *A set $X \subseteq C_T$ is called an almost Jonsson set if: 1. X is $\exists$-definable set; 2. $cl(X) = M \in Mod(T)$; 3. $Th_{\forall\exists}(M)$ is a Jonsson theory.*

Definition. *A set D is said to be Jonsson minimal set in M if for any $\exists$-definable $Y \subseteq D$: either Y is finite or $D \setminus Y$ is finite.*

If $\varphi(\overline{v}, \overline{a})$ is a formula that defines D, then $\varphi(\overline{v}, \overline{a})$ is also Jonsson minimal.

Definition. *A Jonsson theory T is called a normal theory if for any almost Jonsson set $X \subseteq C_T$: $C_{Fr(X)} \in Mod(T)$ and $C_{Fr(X)}$ is existentially closed submodel of C_T, where $C_{Fr(X)}$ is a semantic model of $Fr(X)$.*

Definition. *A theory T is called Jonsson strongly minimal if the formula $v = v$ is Jonsson strongly minimal (i.e. if $M \in Mod(E_T)$ then M is Jonsson strongly minimal).*

Definition. *$A \subseteq D$ is said to be Jonsson independent if $a \notin acl(A \setminus \{a\})$ for $\forall a \in A$. If $C \subset D$ then A is Jonsson independent over C if $a \notin acl(C \cup (A \setminus \{a\}))$ for all $a \in A$, where $M \in Mod(E_T)$ and D is Jonsson strongly minimal set in M.*

Definition. *A is Jonsson basis for $Y \subseteq D$ if $A \subseteq Y$ is Jonsson independent and $acl(A) = acl(Y)$.*

Definition. *If $Y \subseteq D$ then Jonsson dimension of the set Y ($Jdim(Y)$) is the power of Jonsson basis for Y.*

Theorem. *Let T be a normal Jonsson strongly minimal theory, C_T be the semantic models of T, $X_1, X_2 \subseteq C_T$ be almost Jonsson sets, $M = cl(X_1), N = cl(X_2)$. If $M, N \in Mod(T)$, then $M \cong N$, iff $Jdim(M) = Jdim(N)$.*

All undefined concepts can be found in [1, 2].

Acknowledgments. This research has been/was/is funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489523).

References

[1] Yeshkeyev A.R. *Teorii i ikh modeli. Tom I [Theories and Their Models. Volume I]* / Monograph in 2 volumes. Karaganda: Izdatelstvo Karagandinskogo universiteta imeni akademika E.A. Buketova, 2024 — 282 p. [in Russian]

[2] Yeshkeyev A.R. *Teorii i ikh modeli. Tom II [Theories and Their Models. Volume II]* / Monograph in 2 volumes. Karaganda: Izdatelstvo Karagandinskogo universiteta imeni akademika E.A. Buketova, 2024. — 297 p. [in Russian]

Buketov Karaganda University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: aibat.kz@gmail.com
Buketov Karaganda University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: linka14221@mail.ru
Buketov Karaganda University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: amanbekovsmath@gmail.com

On semantic Jonsson quasivariety of unars in the expanded signature

A. R. Yeshkeyev, A. R. Yarullina, M. T. Kassymetova

Let L be a first-order language of the signature $\sigma = \langle f \rangle$ where f is unary functional symbol, $T_\forall$ is Jonsson ptimitive of unars, $\mathfrak{C}_{T_\forall}$ is its semantic model. $\sigma'' = \sigma \cup \sigma'$, where $\sigma' = (P^1, c)$. Consider a theory $\overline{T}_\forall$ in σ'' as follows: $\overline{T}_\forall = T_\forall \cup Th_\forall(\mathfrak{C}_{T_\forall}, a)_{a \in P^1(\mathfrak{C}_{T_\forall}) \cup P^1(c)} \cup \{P^1, \subseteq\} \cup P^1(c)$. P^1 is a new unary predicate symbol, c is a new constant symbol, $\{P^1, \subseteq\}$ is an infinite set of sentences expressing the following fact: $P^1(\mathfrak{C}_{T_\forall}) = \mathfrak{M}, \mathfrak{M} \in E_{T_\forall}$; $\mathfrak{M}$ is an existentially closed model (existentially closed Jonsson unar), $E_{T_\forall}$ is a class of existentially closed models of theory $T_\forall$.

Definition. [1] *$J(Th(K)) = \{\Delta \mid \Delta$ is a Jonsson theory, $\Delta = Th(K) \cup \{\varphi^i\}\}$, where $\varphi^i \in \forall\exists(L_0)$ and $\varphi^i \notin Th(K)$, $i = 0$ or $i = 1$, $Th(K)$ is an elementary theory of quasivariety K in the classical sense, $\forall\exists(L_0)$ is a set of all $\forall\exists$ L-sentences.*

Definition.[1] *$J\mathbb{C} = \{\mathfrak{C}_\Delta \mid \Delta \in J(Th(K)), \mathfrak{C}_\Delta$ is semantic model of $\Delta\}$ is called a semantic Jonsson quasivariety of quasivariety K if $Th(J\mathbb{C})$ is a Jonsson theory.*

Definition. *A set $JSp(J\overline{\mathfrak{C}}_{\mathbb{T}_\forall})$ of Jonsson theories of signature σ'',*

$$JSp(J\overline{\mathfrak{C}}_{\mathbb{T}_\forall}) = \{\overline{T}_\forall \mid \overline{T}_\forall \text{ is Jonsson primitive of unars and } \overline{\mathfrak{C}}_{T_\forall} \in J\overline{\mathfrak{C}}_{\mathbb{T}_\forall}, \overline{\mathfrak{C}}_{T_\forall} \models \overline{T}_\forall\},$$

is called the Jonsson spectrum for class $J\overline{\mathfrak{C}}_{\mathbb{T}_\forall}$, where $J\overline{\mathfrak{C}}_{\mathbb{T}_\forall}$ is semantic Jonsson quasivariety of Jonsson primitives in the new signature.

Theorem. *1) Every class $[\overline{T}_\forall]$ has a characteristic. 2) For any characteristic π there is a class $[\overline{T}_\forall]$ having characteristic π. 3) Two classes $[\overline{T}_\forall]_1, [\overline{T}_\forall]_2$ are equal iff their characteristics are equal.*

All undefined concepts on Jonsson theories can be found in [2], Jonsson spectrum and semantic Jonsson quasivariety in [1], Jonsson theories of unars in [3, 4].

Acknowledgments. This research has been/was/is funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489523).

References

[1] Yeshkeyev A.R. *Teorii i ikh modeli. Tom II [Theories and Their Models. Volume II]* / Monograph in 2 volumes. Karaganda: Izdatelstvo Karagandinskogo universiteta imeni akademika E.A. Buketova, 2024. — 297 p. [in Russian]

[2] Yeshkeyev A.R. *Teorii i ikh modeli. Tom I [Theories and Their Models. Volume I]* / Monograph in 2 volumes. Karaganda: Izdatelstvo Karagandinskogo universiteta imeni akademika E.A. Buketova, 2024 — 282 p. [in Russian]

[3] Yeshkeyev, A.R., & Mustafin, T.G. (1995). Opisanie ionsonovskikh universalov unarov [Description of the Jonsson universals of unars]. *Issledovaniya v teorii algebraicheskih sistem — Research in the theory of algebraic systems*, 51–57 [in Russian].

[4] Yeshkeyev, A.R., & Mustafin, T.G. (1995). Nekotorye svojstva jonsonovskih primitivov unarov [Some properties of Jonsson primitives of unars]. *Issledovaniya v teorii algebraicheskih sistem — Research in the theory of algebraic systems*, 58–61 [in Russian].

Buketov Karaganda University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: aibat.kz@gmail.com
Buketov Karaganda University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: linka14221@mail.ru
Buketov Karaganda University, Karaganda (Kazakhstan)
E-mail: mairushaasd@mail.ru

The connection of stability and perfectness in the Jonsson theories

A. R. Yeshkeyev, G. E. Zhumabekova, A. K. Koshekova

We study Jonsson theories in a countable first-order language L.

Definiton 1. [1] *A theory T is called Jonsson if the following conditions hold for T:*
1. T has at least one infinite model;
2. T is an inductive theory;
3. T has the amalgam property (AP);
4. T has the joint embedding property (JEP).

Definiton 2. [2] *A set $JSp(K)$ of Jonsson theories of L, where*

$$JSp(K) = \{T \mid T \text{ is a Jonsson theory and } K \subseteq Mod(T)\},$$

is said to be a Jonsson spectrum of K.

Definiton 3. [3] *The Jonsson theory is said to be hereditary, if in any of its permissible enrichment, any expansion of it in this enrichment will be Jonsson theory.*

Definiton 4. [3] *The Jonsson theory T is said to be perfect if its semantic model C is saturated.*

Let T be a Jonsson theory, $S^J(X)$ be a set of all existential complete n-types over X, consistent with T, for each finite n.

Definiton 5. [3] *A Jonsson theory T is called J-λ-stable if for any existentially closed model A of the theory T any subset X of the set A: $|X| \leq \lambda \Rightarrow |S^J(X)| \leq \lambda$.*

Based on the Jonsson stability, we obtain the following results:

Theorem 1 *Let T be a hereditary Jonsson theory. If the Jonsson theory T is J-λ-stable, then the Jonsson theory T is perfect.*

Theorem 2 *Let T be a perfect hereditary Jonsson theory, $[T] \in JSp(K)/_{\bowtie}$, $[T]^*$ be its center. Then $[T]^*$ is a λ-stable, then the class $[T]$ is perfect.*

Acknowledgements. The research has been by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP22686827 "The central types of hereditary Jonsson theories").

References

[1] J. Barwise. Teoriya modelei: spravochnaia kniga po matematicheskoi logike. Chast 1 [Model theory: Handbook of mathematical logic. Part 1], Izdatelstvo Nauka, Moscow (1982).
[2] A.R. Yeshkeyev, O.I. Ulbrikht. JSp-cosemanticness and JSB property of Abelian groups // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2016. V. 13. P. 861–874.
[3] A.R. Yeshkeyev. Theories and their models. Karaganda, Kazakhstan: izd. KarU [in Russian], Volume 1,2. (2024).

Karaganda Buketov University, Karaganda
E-mail: aibat.kz@gmail.com
Karaganda Buketov University, Karaganda
E-mail: galkatai@mail.ru
Karaganda Buketov University, Karaganda
E-mail: koshekova1998@mail.ru

VIII. Авторский указатель

Admiralova A. N., 189
Altayeva A. B., 240
Amanbekov S. M., 243
Amanbekov S. M., 244
Amanbekov S. M., 250
Anishchenko D. M., 128
Bardakov V. G., 190
Beklemishev L. D., 29
Beniash-Kryvets V. V., 189
Bredikhin D. A., 129
Buturlakin A. A., 30
Calugareanu G., 219
Chekanov S. G., 247
Chekhlov A., 219
Danilko V. R., 191
Deviatkova I., 192
Dobritsyn M., 220
Efremov E. L., 247
Glubokikh A. V., 107
Golubyatnikov V. P., 107
Goncharov M. E., 222
Goutor A. G., 223
Grechkoseeva M. A., 193
Gusev S. V., 130
Kassymetova M. T., 251
Khodzitskii A. F., 224
Kogabaev N. T., 151
Kondrat'ev A. S., 191
Kondrat'ev A. S., 194
Kopylov Ya. A., 195
Korovina M. V., 152
Koshekova A. K., 252
Kozlovskaya T. A., 196
Kudinov O. V., 152
Kudryashova M. I., 131
Kukharev A. V., 225
Kulpeshov B. Sh., 240
Kulpeshov B. Sh., 241
Kulpeshov B. Sh., 242
Kunanbayev A., 227
Kuznetsov S. L., 31
Maslova N. V., 32
Mikaelian V. H., 197
Minigulov I. Yu., 191
Minigulov N. A., 194
Mogilnykh I. Y., 198
Monastyreva A. S., 226
Nechesov A., 108
Ng K. M., 142
Omarova M. T., 243
Pavlyuk In. I., 242
Popov V. L., 33
Popova N. V., 244
Protsenko N. A., 132
Rajabov T. E., 245
Rasulova M. A., 199
Ryabov G. K., 200
Rybakov V. V., 132
Sartayev B. S., 227
Schwidefsky M. V., 133
Selivanov V. L., 153
Selivanov V. L., 246
Skuratovskii R. V., 201
Speranski S. O., 134
Stepanova A. A., 247
Sudoplatov S. V., 242
Sudoplatov S. V., 245
Sudoplatov S. V., 248
Tungushbayeva I. O., 249
Ulbrikht O. I., 249
Usol'tsev V. L., 135
Vasil'eva A. Y., 198
Vasilyeva T. I., 202
Yarullina A. R., 250
Yarullina A. R., 251
Yeshkeyev A. R., 250
Yeshkeyev A. R., 251
Yeshkeyev A. R., 252
Zhelyabin V. N., 228
Zhumabekova G. E., 252
Zimireva K. V., 203
Авдеев В. С., 35
Алеев Р. Ж., 155
Алеева В. Н, 36
Амаглобели М. Г., 156
Арсланов М. М., 13
Афонин С. А., 37
Ахмедов Э. Ю., 38
Багавиев Р. Р., 137
Бадаев С. А., 142
Баженов Н. А., 138
Баженов Н. А., 139
Баженов Н. А., 142
Базаров Б. Б., 40
Бактыбеков Б. Б., 157
Башмаков С. И., 110

Белоусов И. Н., 158
Богданов М. С., 41
Бокелавадзе Т. З., 156
Болотов К. Ю., 42
Борисов Е. В., 111
Бородин А. Н. , 159
Бородич Р. В., 172
Будкин А. И., 160
Васенёва А. В., 238
Васильев А. В., 14
Васильев А. Ф., 161
Васильев А. Ф., 175
Вебер О. В. , 43
Вербовский В. В., 239
Винокуров Г. В., 44
Вишникин М. Е., 112
Воробьев И. Е., 18
Воробьев Н. Н., 162
Гаврилина Д. Э., Гаврилин Д. Н., 45
Галиева А. Г., 46
Гальмак А. М., 163
Гвоздев Р. И., 164
Глушкова В. Н, 48
Гончаров С. С., 142
Гончаров С. С., 15
Грекович К. В., 113
Грефенштейн А. В., 114
Грешнов А. В., 165
Губарев В. Ю., 16
Гудков А. А., 49
Даулетиярова А. Б., 239
Дашкова О. Ю., 166
Дворкин Л. В., 115
Долгушин В. Д., 50
Дудкин Ф. А., 167
Дураков Б. Е., 168
Дьяченко М. А., 51
Дякун И. О., 52
Егоренко К. В., 53
Емельянов Д. Ю., 231
Ефремов Е. Л., 230
Жданов Д. Е., 54
Журавлев Е. В., 205
Завороткина Я. С., 55
Зверева Т. Ю., 110
Зенков В. И., 158
Зенков В. И., 17
Зиновьева М. Р., 169
Зубков М. В., 140
Зыкова А. А., 56
Ибрагимов Ф. Н., 140
Иванов М. Э., 170
Изъюрова А. Е., 116
Ильиных Т. С., 57
Исаков В. С., 141
Искра А. Л., 171
Исомиддинов С. Э., 117
Йи С., 172
Калимуллин И. Ш., 138
Калмурзаев Б. С., 142
Камкина С. Е., 58
Каморников С. Ф., 172
Каморников С. Ф., 173
Канель-Белов А. Я., 18
Каримова Н. Р., 143
Касымов Н. Х., 143
Касымов Н. Х., 21
Киреев В. А., 59
Кислицин А. В., 207
Китов А. А., 60
Клюс Д. А., 61
Кожухов И. Б., 233
Козичев И. Г., 118
Колесников Н. Д., 62
Кондратьев А. С., 174
Кондренко К. П., 53
Кораблева В. В., 174
Коробков С. С., 209
Коровина К. С., 48
Королев В. С., 101
Кудинов А. В., 118
Лазорский Е. А., 63
Ланин Д. М., 64
Лыткина Д. В., 22
Максимова Л. Л., 119
Малаева Е. Д., 65
Малышев В. О, 66
Малышев С. Б., 232
Марчук М. И., 139
Меньшиков М. Д., 67
Миронов В. С., 68
Митупов Э. Б., 69
Моторин И. С., 70
Мурашко В. И., 175
Мусина Н. М., 237
Мухаметшина И. И., 111

Мясников А. Г., 156
Мясоедов С. В., 71
Назаров А. К., 72
Найданов Ч. А., 73
Немцев И. С., 74
Нещадим М. В., 159
Новикова Д. Г., 176
Нужин Я. Н., 157
Нужин Я. Н., 164
Нужин Я. Н., 23
Нуртазин А. Т., 234
Обидова Ш. К., 230
Одинцов С. П., 120
Оноприенко А. А., 121
Ореховский В. Н., 144
Осипов А. А., 75
Охотин А. С., 112
Пальчунов Д. Е., 76
Пальчунова О. Д., 78
Панасенко А. С., 210
Перетятькин М., 24
Перязев Н. А., 235
Петров Е. П., 211
Петров С. Е., 79
Петруть Т. С., 164
Пожидаев А. П., 213
Полухин М. Ю., 80
Поляков А. А., 110
Попов А. В., 214
Попов В. Л., 26
Путилов С. В., 177
Радеев Н. А., 81
Ревин Д. О., 178
Резанцева А. В., 157
Римацкий В. В., 123
Родионов В. М., 179
Рожков А. В., 180
Романов А. М., 82
Рыбаков М. Н., 121
Рыбаков М. Н., 122
Сазонова П. А., 83
Саранин В. И., 84
Сартаков М. Ю., 85
Сахаров И. А., 236
Селезнев А. Д., 86
Селиванов В. Л., 144
Селиванов К. В., 124
Селиверстов А. В., 145
Сенашов В. С., 181
Серова Д. А., 122
Сибирякова А. А., 88
Симонов А. А. , 159
Скресанов С. В., 182
Слобожанин А. В., 146
Соколов Е. В., 183
Соколов П. П., 184
Соколова Г. К., 216
Соколовская А. М., 164
Соломатин Д. В., 125
Сорокина М. М., 176
Стаселько И. И., 162
Степанов А. В., 27
Стещенко А. Р., 89
Суркова А. А., 90
Сыроежкин Е. М., 91
Тлеубаев С. Ж., 92
Тодиков С. И., 235
Трайковская Е. С., 93
Третьяков А. А., 94
Трофимов В. И., 174
Трубинов Т. А., 96
Трушков С. В., 97
Туленбаев К. М., 217
Туленбаев К. М., 234
Тунгушбаева И. О., 237
Тютянов В. Н., 173
Ульбрихт О. И., 237
Файзрахманов М. Х., 28
Филина О. А., 205
Филиппов К. А., 185
Фьори-Каронес М., 139
Храмченок Д. С., 233
Худяков Д. А., 98
Цуканов М. А., 96
Черновская Я. Т., 99
Чернявцева С. И., 100
Чудинов Р. В., 101
Шальнев Т. А., 102
Шапатин А. А., 103
Шахова С. А., 186
Шашков О. В., 218
Шепелев В. Д., 187
Шишкин А. А., 104
Шлепкин А. А., 188
Шлепкин А. К., 185
Шпырко О. А. , 166

Юн В. Ф., 119
Ямалеев М. М., 140
Яхъяева Г. Э., 105
Яхъяева Г. Э., 126