

Теория моделей обогащенных булевых алгебр

Д.Е.Пальчунов, А.В.Трофимов

Доклад посвящен изучению обогащённых булевых алгебр: булевых алгебр с выделенными идеалами, подалгебрами и автоморфизмами. Особое внимание уделяется теоретико-модельным свойствам булевых алгебр с выделенными подалгебрами. В частности, исследуются булевы алгебры с выделенными подалгебрами, которые являются неподвижными подалгебрами автоморфизмов.

Подалгебра \mathfrak{B} булевой алгебры \mathfrak{A} называется *подалгеброй ширины n* , если под любым атомом подалгебры \mathfrak{B} лежат не более n атомов алгебры \mathfrak{A} и любой атом алгебры \mathfrak{A} лежит под некоторым атомом подалгебры \mathfrak{B} . Подалгебра \mathfrak{B} булевой алгебры \mathfrak{A} называется *плотной*, если $\mathfrak{A} = \text{sub}_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{B}, F(\mathfrak{A}))$ – наименьшая подалгебра алгебры \mathfrak{A} , содержащая в себе множество $|\mathfrak{B}|$ и идеал Фреше $F(\mathfrak{A})$ булевой алгебры \mathfrak{A} . Введена формульная характеристика $Sp(\mathfrak{A})$ булевых алгебр с выделенной подалгеброй.

Теорема 1. Пусть \mathfrak{A} и \mathfrak{B} – суператомные булевы алгебры с выделенной плотной подалгеброй конечной ширины. $\mathfrak{A} \equiv \mathfrak{B}$ тогда и только тогда, когда $Sp(\mathfrak{A}) = Sp(\mathfrak{B})$.

Теорема 2. Существует континуум попарно элементарно неэквивалентных суператомных булевых алгебр с выделенной плотной подалгеброй конечной ширины, элементарные теории которых имеют простую, но не имеют счетно-насыщенной модели.

Теорема 3. Существует континуум попарно элементарно неэквивалентных суператомных булевых алгебр с выделенной плотной подалгеброй конечной ширины, элементарные теории которых не имеют простой модели.

Заметим, что у каждой булевой алгебры с выделенной подалгеброй из Теорем 2 и 3 выделенная подалгебра изоморфна самой булевой алгебре, причем почти с ней совпадает.

1. Д. Е. Пальчунов, А. В. Трофимов, “Суператомная булева алгебра с выделенной подалгеброй, теория которой не имеет простой модели”, *Сиб. матем. журн.*, **66**:3 (2025), 506–522; *Siberian Math. J.*, **66**:3 (2025), 749–762.
2. Пальчунов Д.Е., Трофимов А.В. Теории булевых алгебр с выделенной подалгеброй, не имеющие простой модели. Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. 2025. Т. 526. № 6.