

О проблемах Сакса о структуре вычислимо перечислимых степеней.
М.М. Арсланов

В докладе будут рассмотрены две проблемы, поставленные Дж. Саксом в его монографии "Degrees of Unsolvability", 1966. Обе проблемы относятся к знаменитой проблеме Поста 1944-го года о существовании неполного (относительно Тьюринговой сводимости) невычислимого вычислимо перечислимого (для краткости: в.п.) множества.

(P_1) В гёделевской нумерации вычислимо перечислимых с оракулом множеств $\{W_e^X\}_{e \in \omega}$ существует ли такой индекс e , что для любого множества A множество W_e^A имеет более высокую, чем A (здесь и далее тьюринговую) степень, и более низкую, чем A' , степень; и если A и B имеют одинаковую степень, то W_e^A и W_e^B также имеют одинаковую степень?

(P_2) Существует ли какое-нибудь простое (в стиле Поста) свойство дополнений в.п. невычислимых множеств, которое влечет их неполноту относительно Тьюринговой сводимости?

В первой проблеме (P_1) спрашивается о существовании *инвариантного решения* проблемы Поста: о единой равномерной конструкции, которая позволяет получить решение её релятивизированной версии. По второй проблеме (P_2) стала общепринятой такая её интерпретация: существует ли *определимое* в решетке в.п. множеств свойство невычислимых в.п. множеств, которое гарантирует их неполноту?

Обе эти проблемы вызвали множество публикаций. В докладе речь пойдет о некоторых наиболее интересных результатах, полученных в этом направлении, а также об ими инициированных исследованиях, продолжающихся и в настоящее время.