ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ ПОДПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ СУММ ФУРЬЕ

Л. П. Фалалеев (Алматы, Казахстан)

Пусть $f(x) \in H_\omega$, где $\omega(\cdot)$ — заданная мажоранта на модуль непрерывности функции $f(x) \in C_{2\pi}$. Введем матричный оператор

$$U_N(f,\Lambda,x) = \sum_{k=0}^{N} \Delta\lambda_k^{(n)} S_{n_k}(f,x),$$

где $S_{n_k}(\cdot)$ — частичные суммы ряда Фурье, разреженные по индексам $n_k = [k^\gamma ln^\beta k]$, $k = 1,2,\ldots < n \geq 1$, $[y]$ —целая часть числа y, $\gamma \geq 1$, $\beta \geq 0$.

Пусть $\Lambda =\| \lambda_k^{(n)} \|$, $\lambda_k^{(n)} = 0$, $k > n$, $n = 1,2,\ldots$ — нижняя треугольная матрица вещественных чисел; $\Delta\lambda_k^{(n)} = \lambda_{n_k}^{(n)} - \lambda_{n_k+1}^{(n)}$, $\Delta\lambda_{n_N}^{(n)} = \lambda_N^{(n)}$, $\lambda_0^{(n)} = 1$, $n = 1,2,\ldots$, $\Delta^2\lambda_k^{(n)} = \Delta(\Delta\lambda_k^{(n)})$. Предположим, что множители суммирования удовлетворяют условию

$$\sum_{k=0}^{N} (\Delta^2\lambda_k^{(n)})^2 \leq \frac{c}{n_N^3} \quad ,c > 0,\ c = const. \tag{1}$$

Теорема. Для $f(x) \in H_\omega$, $\gamma \geq 1$, $\beta \geq 0$ при выполнении условия (1) справедливо асимптотическое равенство ($N \to \infty$)

$$\| U_N(f,\Lambda,x) - f(x) \|_{C_{2\pi}} = O\left(\frac{1}{\sqrt{N^{3\gamma-2} ln^{3\beta-2} N}} + \omega\left(\frac{1}{N^\gamma ln^\beta N}\right)\right).$$

Аналогичная оценка установлена для индексов $n_k = [\frac{k^\gamma}{ln^\beta k}]$. Подобные вопросы в случае $n_k = k$ рассматривались в [1], [2].

[1] *Ермаков П.В.* О сходимости некоторых линейных операторов к функциям класса Z_α // Матем. заметки. – 1977. – Т.22, №4. – С. 601-607.

[2] *Баскаков А.В.* Приближение функций линейными методами. Автореф. дисс... к.ф.-м.н. – М.: 1987. – 14 с.

E-mail: alex@math.kz