ПОСТРОЕНИЕ ВИЗУАЛЬНО ГЛАДКОЙ ОДНОЗНАЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ВИДЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПО НЕРЕГУЛЯРНЫМ ОТСЧЕТАМ

Ю. Л. Костюк, А. Л. Фукс (Томск)

Во многих приложениях требуется по нерегулярному исходному набору точек $\{x_i, y_i, z_i\}$, $i = 1, \ldots, n$, произвести интерполяцию трехмерной однозначной поверхности. Для этого на горизонтальной плоскости XOY вначале строится вспомогательная сетка в виде триангуляции, и тогда координаты z_i определяют систему пространственных треугольников, являющуюся непрерывной кусочно-линейной интерполирующей поверхностью. Обычно для этого применяется триангуляция Делоне, вычисляемая за время $O(n \log n)$. Авторами предлагается использовать триангуляцию с минимальной площадью пространственных треугольников (или близкую к ней триангуляцию, вычисляемую за такое же время $O(n \log n)$).

После этого в каждой треугольной ячейке сетки можно построить участок гладкой интерполирующей поверхности со сшиванием на границах ячеек. Однако непосредственное построение, например бикубического сплайна, сопряжено с рядом трудностей, а решение получается весьма громоздким. В то же время, если получение аналитического описания кусочно-гладкой поверхности не является конечной целью, то можно, разбивая ячейки на дополнительные треугольники, построить такую кусочно-линейную поверхностью, которая отличается от гладкой поверхности не более, чем на заранее заданную величину предельного отклонения. Предлагается следующий алгоритм для решения этой задачи.

1. Для каждого узла треугольной сетки (совпадающего с одной из исходных точек) вычисляется единичный нормальный вектор плоскости, касательной к некоторой гипотетической гладкой интерполирующей поверхности. Его можно вычислить через усреднение, например, нормальных векторов к пространственным треугольникам, смежных с рассматривае-

мым узлом.

2. Для каждого ребра (границы треугольника) проводится вертикальная плоскость и на концах ребра вычисляются две касательные линии — пересечения вертикальной плоскости с двумя плоскостями, касательными в узлах сетки. По двум касательным линиям и точкам в концах ребра вычисляется отрезок кубического полинома в вертикальной плоскости.

3. Вычисляется один или два локальных максимума для разности отрезка кубического полинома и ребра в вертикальной плоскости. Для каждого максимума величина разности сравнивается с заданным предельным отклонением, и если она больше, то точка максимума ставится, как дополнительная, на ребро. Для дополнительной точки приписываются: 1) координата Z — значение полинома в этой точке; 2) вектор нормали, составляющая которого, перпендикулярная вертикальной плоскости, получена линейной интерполяцией по двум векторам нормалей в концах ребра, а составляющая, лежащая в вертикальной плоскости, вычислена как касательная к полиному.

4. По новым точкам проводится дальнейшее разбиение треугольников (с использованием того же критерия, что и при построении первоначальной триангуляции).

5. Если какой-либо треугольник был подвергнут дополнительному разбиению, то аналогичным образом обрабатываются все вновь образованные треугольники с учетом того, что вектора нормалей в концах ребер уже известны.

При уменьшении заранее заданной величины предельного отклонения в строящейся кусочно-линейной поверхности углы между плоскостями смежных треугольников стремятся к нулю. При этом модель поверхности остается простой в использовании (при вычислении, например, вертикальных или горизонтальных сечений).

E-mail: kost@inf.tsu.ru