СГЛАЖИВАНИЕ ФУНКЦИЙ КУБИЧЕСКИМИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ СПЛАЙНАМИ

А. В. Козловских, А. В. Сморкалова (Томск)

В докладе рассмотрен алгоритм (являющийся модификацией предложенного в [2]) сглаживания кубическими сплайнами экспериментальной информации на неравномерной сетке.

Исходные значения x_i даны в узлах t_i, $i = 1, 2, \ldots, n$; абсолютная погрешность в узлах одинакова и равна $\varepsilon > 0$.

Опишем алгоритм нахождения сглаженных значений $\widetilde{x}_i$, $i = 1, \ldots, n$ в узлах t_i. Алгоритм основан на сравнении значений функционала J (интеграл от квадрата второй производной интерполяционного сплайна), вычисляемого при варьировании интерполируемых сплайном значений в узлах t_i.

На первом шаге по двум наборам интерполируемых значений $\{x_1 \pm \varepsilon, x_2, \ldots, x_n\}$, в которых x_i, $i = 2, \ldots, n$, совпадают с исходными, строятся два интерполяционных сплайна. В качестве $\widetilde{x}_1$ выбирается то из значений $x_1 \pm \varepsilon$, которому соответствует меньшее значение функционала J. Эта же процедура повторяется в отношении последнего узла: рассматриваются наборы значений $\{\widetilde{x}_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n \pm \varepsilon\}$. В итоге выполнения первого щага алгоритма получается набор $\{\widetilde{x}_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, \widetilde{x}_n\}$, которому соответствует значение функционала $\widetilde{J}$.

На втором шаге обрабатываются внутренние узлы t_i, $i = 2, \ldots, n-1$. Процесс обработки носит рекуррентный характер и состоит в следующем. Рассмотрим узел t_2. Построим интерполяционные сплайны по двум наборам $\{\widetilde{x}_1, x_2 \pm \varepsilon, x_3, \ldots, x_{n-1}, \widetilde{x}_n\}$ и вычислим для них значения функционала J. Если минимальное из них меньше $\widetilde{J}$, то в качестве $\widetilde{x}_2$ возьмем отвечающее ему значение $x_2 + \varepsilon$ или $x_2 - \varepsilon$, и изменим (уменьшим) величину $\widetilde{J}$. В противном случае строим интерполяционный сплайн по набору $\{\widetilde{x}_1, x_3, \ldots, x_{n-1}, \widetilde{x}_n\}$, т.е. из рассматриваемой совокупности узлов удаляем узел t_2 и в качестве $\widetilde{x}_2$ берем значение этого сплайна в точке t_2. Описанную для узла t_2 процедуру повторяем для узлов t_i, $i = 3, \ldots, n-1$.

Для реализации данного алгоритма сглаживания, написана программа в пакете MatLab. При этом алгоритм полностью реализован стандартными функциями MatLab – построение сплайн-функции и нахождения коэффициентов кубического полинома. В дальнейшем предполагается включить данный алгоритм в качестве стандартной функции в пакет MatLab, так чтобы пользователь мог получить как сглаженные данные на заданной им сетке, так и коэффициенты для вычисления сглаженной функции или ее производных в произвольной точке t из интервала $[t_1, t_n]$.

[1] *Завьялов Ю.С., Леус В.А., Скороспелов В.А.* Сплайны в инженерной геометрии. – М.: Машиностроение. – 1985. – 224 с.

[2] *Тузов А.Д.* Сглаживание функций, заданных таблично // Методы сплайн функций. – Новосибирск, 1976. – Вычислительные системы, вып. 68. – С.61-66.

E-mail: am@am.tpu.ru