ПОСТРОЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ КОМПАКТОВ С КУСОЧНО-ГЛАДКИМИ ГРАНИЦАМИ НАД ВЫПУКЛЫМИ МНОГОУГОЛЬНИКАМИ

С. А. Рыбалка (Томск)

Задача приближения плоских кривых с заданной погрешностью возникает при приближении плоских или пространственных кривых, например, для визуализации кривых на мониторе компьютера. Наиболее естественной мерой близости исходной кривой и приближающей является хаусдорфова метрика. Естественно, что самым простым объектом приближения кривой является сплайн первой степени (ломаная). Моделью выпуклой замкнутой кривой будет выпуклый многоугольник (полигон). Несмотря на все достоинства сплайна первой степени, он является достаточно грубой моделью исходной гладкой кривой. Увеличение же степени интерполяционного сплайна приводит к многократному увеличению вычислительных затрат при его построении. В данной работе предлагается вариант, являющийся по сути промежуточным между построениями интерполяционного сплайна первой и второй степени. А именно, на этапе воспроизведения кривой пространства R^2 строить не отрезки прямой, а звенья плоского полинома второй степени (дуги парабол), каждое из которых заменяет пару соседних отрезков, составляющих двухзвенник. Каждая проекция такого звена полинома является многочленом второй степени от параметра. Совокупность таких дуг образует замкнутую кривую (не обязательно выпуклую) и ограничивает некую область – компакт.

1. Пусть задан двухзвенник $((A_0,\ A_1),\ (A_1,\ A_2))$. Будем строить полином второй степени $P_2(t)$, проходящий через точки двухзвенника $(A_0,\ A_1,\ A_2)$ при значениях параметра $t = t_0, t = t_1, t = t_2$, соответственно. Полиномов удовлетворяющих этому условию бесконечное множество. Все такие полиномы будут пересекаться в точках A_0, A_1, A_2, но касательные к полиному построенные в этих точках не будут совпадать. Нас будет интересовать тот полином который минимально отклоняется

от двузвенника, в смысле хаусдорфова расстояния.

Пусть значения параметра в конечных точках зафиксированы. Тогда, может быть построено соотношение для определения параметра t_1, в средней точке двухзвенника A_1, при котором минимизируется расстояние между двузвенником и дугой параболы, как между множествами точек.

2. Одним из основных параметров плоской фигуры, в частности полигона, является площадь. При замене исходного полигона на некоторый другой интерполирующий компакт может решаться не только задача минимизации отклонения, но и задача минимизации площади фигуры ограниченной интерполяционной кривой. Опираясь на хорошо известные свойства параболы легко установить, что параметрически заданная парабола, имеет минимальную площадь, если значение параметра при прохождении средней точки A_1 двухзвенника, есть среднее арифметическое от значений параметра в конечных точках.

3. Решая задачу интерполирования с минимальным отклонением или минимальной площадью относительно конечной точки t_2, а не средней t_1, помимо интерполирования автоматически производится параметризация интерполяционной сплайновой кривой.

E-mail: fishing@am.tpu.ru