М. М. АНДРЕЕВА

ПРОГРАММА
ПРИБЛИЖЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ МНОГОЧЛЕНАМИ НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ

Постановка задачи

Рассматривается задача наилучшего приближенного представления заданной на конечном отрезке $[a, b]$ непрерывной функции $f(x)$ алгебраическим многочленом степени $\leqslant n$

$$P(x) = t_1 + t_2 x + t_3 x^2 + \ldots + t_{n+1} x^n. \tag{1}$$

Среди всех многочленов (1) нужно найти такой

$$P_0(x) = t_1^0 + t_2^0 x + t_3^0 x^2 + \ldots + t_{n+1}^0 x^n,$$

для которого

$$\max_{x \in [a,b]} \left| f(x) - P_0(x) \right| = \min_P \max_{x \in [a,b]} \left| f(x) - P(x) \right| = \rho$$

(ρ называется величиной наилучшего приближения).

Разобьем $[a,b]$ на равные сегменты $[x_i, x_{i+1}]$ системой точек $e_N = \{a = x_1 < x_2 < \ldots < x_n = b\}$ так, чтобы $x_{i+1} - x_i < \delta$. Найдем многочлен $Q_1(x)$ степени $\leq n$, наименее уклоняющийся от $f(x)$ на e_N. Обозначим

$$\rho' = \max_{x \in e_N} \left| f(x) - Q_1(x) \right| = \min_{P} \max_{x \in e_N} \left| f(x) - P(x) \right| . \tag{2}$$

Можно[*] по данному $\varepsilon > 0$ определить $\delta > 0$ и построить множество e_N, при которых

$$\rho \leq \max_{x \in [a,b]} \left| f(x) - Q_1(x) \right| < \rho + \varepsilon .$$

Таким образом, наилучшее приближение $f(x)$ многочленами (1) на $[a,b]$ можно свести с любой наперед заданной степенью точности к задаче нахождения многочлена $Q_1(x)$, наименее уклоняющегося от $f(x)$ на e_N.

Предлагаемая программа определяет коэффициенты многочлена $Q_1(x)$ и величину ρ', для которых выполняется (2).

Поставленная задача укладывается в рамки линейного программирования и поэтому решается одним из его методов - методом последовательного улучшения имеющегося вектора[**] с применением обратных матриц. Сформулируем ее как задачу линейного программирования.

Обозначим

$$L = \max_{x \in e_N} \left| f(x) - P(x) \right|$$

---

[*] С. И. З у х о в и ц к и й. - ДАН СССР, 1951, 79.

[**] Л. В. К а н т о р о в и ч. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов, 1959.

и введем новую переменную $t_0=-L$. Тогда задача заключается в максимизации t_0 при условиях

$$t_0+\sum_{j=0}^{n} t_{j+1}x_i^j-f(x_i)\leq 0\ ,$$

$$t_0-\sum_{j=0}^{n} t_{j+1}x_i^j+f(x_i)\leq 0\ .$$

Наиболее целесообразным является последовательное решение чебышевской задачи: сначала на редкой сети, включающей не менее $n+2$ точек, далее сеть уплотняется, а полученное решение используется в качестве исходного приближения для задачи на уплотненной сети.

Метод последовательного улучшения имеющегося вектора

Составляем первое множество e_{N_1} из точек $x_i=a+(i-1)h_1$, $i=1,2,\ldots,N_1$, выбирая шаг h_1 так, чтобы сеть e_{N_1} была редкой, но содержала число точек $N_1\geq n+2$ и $a+(N_1-1)h_1\leq b$.

Введем обозначения:

$$a^i=(1,\ 1,\ x_i,\ x_i^2,\ldots,\ x_i^n,\ f(x_i)),\ i=1,2,\ldots,N_1\ ,$$

$$\bar{a}^i=(1,-1,-x_i,-x_i^2,\ldots,-x_i^n,-f(x_i)),\ i=1,2,\ldots,N_1\ ,$$

$$y^0=(1,0,0,\ldots,0,\ 0)\ ,$$

$$z=(0,0,0,\ldots,0,-1)\ .$$

Метод исходит из предположения, что известны $n+2$ вектора из данных векторов $a^i,\bar{a}^i(i=1,\ldots,N_1)$, линейно независимых вместе с z и таких, что вектор y^0+h_0z с $h_0\geq 0$ является их линейной комбинацией с положительными коэффициентами

$$y^0+h_0z=\sum_{k=1}^{u} h_{i_k}a^{i_k}+\sum_{l=1}^{v} h'_{j_l}\bar{a}^{j_l}\ ; \tag{3}$$

$$h_{i_k}>0;\ k=1,\ldots,u;\ h'_{j_l}>0;\ l=1,\ldots,v;\ u+v=n+2\ .$$

Составим матрицу из этих векторов

$$A_1 = \begin{pmatrix} z \\ a^{i_1} \\ \vdots \\ a^{i_u} \\ \bar{a}^{j_1} \\ \vdots \\ \bar{a}^{j_v} \end{pmatrix}.$$

Найдем A_1^{-1}. Первый столбец матрицы A_1^{-1} есть вектор $t_0, t_1, \ldots$ $\ldots, t_{n+2}$, являющийся единственным решением системы

$$\begin{aligned} &(t, z) = 1, \\ &(t, a^{i_k}) = 0, \quad k = 1, 2, \ldots, u, \\ &(t, \bar{a}^{j_l}) = 0, \quad l = 1, 2, \ldots, v. \end{aligned} \tag{4}$$

Из $(t, z) = 1$ следует $t_{n+2} = -1$. Из (3) и (4) вытекает, что $t_0 = -h_0$.

Изложим вычислительную схему метода.

I. Вычисляем все скалярные произведения

$$(t, a^i),\ (t, \bar{a}^i),\ i = 1, 2, \ldots, N_1$$

и находим то $x_{i_0} \in e_{N_1}$, для которого достигается

$$\max_{i=1,\ldots,N_1} \max\left[(t, a^i),\ (t, \bar{a}^i)\right],$$

где

$$(t, a^i) = t_0 + \sum_{j=0}^{n} t_{j+1} x_i^j - f(x_i),$$

$$(t, \bar{a}^i) = t_0 - \left(\sum_{j=0}^{n} t_{j+1} x_i^j - f(x_i)\right).$$

Если обозначим

$$c_i = \sum_{j=0}^{n} t_{j+1} x_i^j - f(x_i) \ ,$$

то

$$\max[(t,a^i),(t,\bar{a}^i)] = \max(t_0 + c_i, t_0 - c_i) = t_0 + |c_i| \ .$$

Пусть

$$\max_{i=1,\dots,N_1} \max[(t,a^i),(t,\bar{a}^i)] = \max_{i=1,\dots,N_1} (t_0 + |c_i|) =$$

$$= t_0 + \max_{i=1,\dots,N_1} |c_i| = t_0 + |c_{i_0}| \ .$$

2. Проверяем $t_0 + |c_{i_0}| \leq 0$ или $t_0 + |c_{i_0}| > 0$:

а) если $t_0 + |c_{i_0}| \leq 0$, то вектор $(t_0, t_1, \dots, t_{n+1}, -1)$ является решением задачи линейного программирования. При этом $-t_0 = \rho_1$ (ρ_1 - величины наилучшего приближения на первой сети e_{N_1}), $t_1, t_2, \dots, t_{n+1}$ - коэффициенты многочлена, наименее уклоняющегося от $f(x)$ на e_{N_1}. Переходим к п. 7;

б) если $t_0 + |c_{i_0}| > 0$, то вычисляем $(t, a^s), (t, \bar{a}^s)$ по всем точкам x_s густой сети e_N, лежащим в сегменте $[x_{i_0} - h_1, x_{i_0} + h_1]$. Обозначим это множество через e,

$$e = e_N \cap [x_{i_0 - 1}, x_{i_0 + 1}] \ \text{ и } \ I = \{s / x_s \in e\} \ .$$

Вычисляем

$$\max_{s \in I} \max[(t,a^s),(t,\bar{a}^s)] =$$

$$= \max_{s \in I} |c_s| + t_0 = |c_{s_0}| + t_0 \ , \qquad |c_{s_0}| \geq |c_{i_0}| \ .$$

3. Включаем в базис вектор d, на котором достигается $|c_{s_0}| + t_0$,

$$d = \begin{cases} a^{s_0}, & \text{если } c_{s_0} > 0 \ , \\ \bar{a}^{s_0}, & \text{если } c_{s_0} < 0 \ . \end{cases}$$

Для этого разлагаем его по базису

$$d = g_0 z + \sum_{\kappa=1}^{u} g_{i_\kappa} a^{i_\kappa} + \sum_{l=1}^{v} g'_{j_l} \bar{a}^{j_l} . \qquad (5)$$

Коэффициенты разложения вектора d по базису определяются по формуле

$$(g_0, g_{i_1}, \dots, g_{i_u}, g_{j_1}, \dots, g_{i_v}) = d A_1^{-1},$$

при этом $g_0 = (t, d) = |c_{s_0}| + t_0 > 0$. Из (3) и (5) получаем

$$y^0 + (h_0 + \varepsilon g_0) = \sum_{i=1}^{u} (h_{i_\kappa} - \varepsilon g_{i_\kappa}) a^{i_\kappa} + \sum_{l=1}^{v} (h'_{j_l} - \varepsilon g'_{j_l}) \bar{a}^{j_l} + \varepsilon d .$$

4. Определяем

$$\varepsilon = \min \left[\min_{g_{i_\kappa} > 0} \frac{h_{i_\kappa}}{g_{i_\kappa}} , \quad \min_{g'_{j_l} > 0} \frac{h'_{j_l}}{g'_{j_l}} \right] .$$

В нашей задаче не может быть случая, что все $g_{i_\kappa} \leq 0$, $\kappa = 1, \dots, u$, $g'_{j_l} \leq 0$, $l = 1, \dots, v$. И так как функции $x^j (j = 0, 1, \dots, n)$ образуют систему функций Чебышева, то $\min$ не может достигаться более чем на одном g_{i_κ} (или g'_{j_l}).

5. Вычисляем

$$\bar{h}_0 = h_0 + \varepsilon g_0 , \ \bar{h}_{i_\kappa} = h_{i_\kappa} - \varepsilon g_{i_\kappa} , \ \kappa = 1, \dots, u ;$$

$$\bar{h}'_{j_l} = h'_{j_l} - \varepsilon g'_{j_l} , \quad l = 1, \dots, v .$$

Таким образом, из базиса можно исключить один вектор, добавив новый вектор d.

6. В результате получаем новую систему (4), отличающуюся от старой одной строкой. Новую матрицу A_2^{-1} получаем из A_1^{-1}.

Пусть новый вектор d, вытеснив из базиса один из векто-

ров $a^{i_1},\dots,a^{i_u}$, $\bar a^{j_1},\dots,\bar a^{j_v}$, занял ν-ую строку в матрице A_2 новой системы (4). Остальные строки те же, что и в A_1.

Тогда элементы r'_{ij} матрицы A_2^{-1} определяются через элементы r_{ij} матрицы A_1^{-1} по формулам

$$r'_{i\nu}=\frac{r_{i\nu}}{\gamma_\nu},$$

$$r'_{i\kappa}=r_{i\kappa}-\frac{r_{i\nu}}{\gamma_\nu}\gamma_\kappa, \quad \kappa\neq\nu,$$

где γ_i – i-ая компонента вектора

$$g=(g_0,g_{i_1},\dots,g_{i_u},g'_{j_1},\dots,g'_{j_v}).$$

Переходим к п. I, и процесс повторяется, пока не придем к случаю 2а.

7. Когда решение на редкой сети e_{N_1} получено, можно написать такую оценку для величины ρ' (ρ' – величина наилучшего приближения на e_N):

$$\rho_1\leq\rho'<\rho_1+\max_{s\in e_N}\left[\max(t,a^s),(t,\bar a^s)\right].$$

Пусть

$$\max_{s\in e_N}\left[\max(t,a^s),(t,\bar a^s)\right]=|c_{s_0}|+t_0.$$

Тогда :

а) если $|c_{s_0}|+t_0\leq\eta$ (η – выбранная степень точности), то решение на сети e_{N_1} будет решением на e_N с точностью η;

б) если $|c_{s_0}|+t_0>\eta$, то уплотняем сеть, взяв $h_2=\frac{h_1}{2}$ и определив $e_{N_2}=\{x_i=a+(i-1)h_2,\ i=1,\dots,N_2;\ x_{N_2}\leq b\}$.

Переходим к п. 3. Процесс повторяется для новой сети e_{N_2}. И так до тех пор, пока не придем к случаю 7а.

Определение исходного вектора h

Рассмотрим вопрос об определении исходного представления

$$y^0+h_0 z=\sum_{\kappa=1}^{u} h_{i_\kappa} A^{i_\kappa}+\sum_{l=1}^{v} h'_{j_l} \bar{A}^{j_l}, \quad u+v=n+2,$$

$$h_0\geq 0,\ h_{i_\kappa}>0,\ \kappa=1,\dots,u;\ h'_{j_l}>0,\ l=1,2,\dots,v,$$

для множества векторов виде

$$A^i=\big(1,\ \varphi_1(x_i),\ \varphi_2(x_i),\dots,\varphi_{n+1}(x_i),\ f(x_i)\big),\ i=1,\dots,N,$$

$$\bar{A}^i=\big(1,-\varphi_1(x_i),-\varphi_2(x_i),\dots,-\varphi_{n+1}(x_i),-f(x_i)\big),\ i=1,\dots,N,$$

где $\varphi_1(x),\dots,\varphi_{n+1}(x)$ - линейно независимые непрерывные на $[a,b]$ функции, образующие систему функций Чебышева.

Выберем $n+2$ векторов $A^{i_1},A^{i_2},\dots,A^{i_u}$, $\bar{A}^{j_1},\bar{A}^{j_2},\dots,\bar{A}^{j_v}$, $u+v=n+2$, таких, что

1⁰) точки $x_{i_1},x_{i_2},\dots,x_{i_u},x_{j_1},\dots,x_{j_v}$ - различные точки отрезка;

2⁰) векторы

$$\big(1,\ \varphi_1(x_{i_1}),\ \varphi_2(x_{i_1}),\dots,\ \varphi_{n+1}(x_{i_1})\big),$$
$$\big(1,\ \varphi_1(x_{i_2}),\ \varphi_2(x_{i_2}),\dots,\ \varphi_{n+1}(x_{i_2})\big),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\big(1,\ \varphi_1(x_{i_u}),\ \varphi_2(x_{i_u}),\dots,\ \varphi_{n+1}(x_{i_u})\big),$$
$$\big(1,-\varphi_1(x_{j_1}),-\varphi_2(x_{j_1}),\dots,-\varphi_{n+1}(x_{j_1})\big),$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\big(1,-\varphi_1(x_{j_v}),-\varphi_2(x_{j_v}),\dots,-\varphi_{n+1}(x_{j_v})\big)$$

линейно независимы. Тогда векторы $z, A^{i_1}, \ldots, A^{i_u}, \bar{A}^{j_1}, \ldots, \bar{A}^{j_v}$ тоже линейно независимы. Образуем из этих векторов матрицу

$$B = \begin{pmatrix} z \\ A^{i_1} \\ \vdots \\ A^{i_u} \\ \bar{A}^{j_1} \\ \vdots \\ \bar{A}^{j_v} \end{pmatrix}$$

и найдем B^{-1}. Первая строчка матрицы B^{-1} есть решение $(-h_0, h_{i_1}, \ldots, h_{i_u}, h'_{j_1}, \ldots, h'_{j_v})$ системы

$$\sum_{k=1}^{u} h_{i_k} + \sum_{l=1}^{v} h'_{j_l} = 1, \tag{I'}$$

$$\sum_{k=1}^{u} h_{i_k} A_s^{i_k} + \sum_{l=1}^{v} h'_{j_l} \bar{A}_s^{j_l} = 0, \quad s = 2, \ldots, n+2, \tag{2'}$$

$$-(-h_0) + \sum_{k=1}^{u} h_{i_k} f(x_{i_k}) - \sum_{l=1}^{v} h'_{j_l} f(x_{j_l}) = 0, \tag{3'}$$

которая представляет собой расписанное по координатам представление

$$y^0 + h_0 z = \sum_{k=1}^{u} h_{i_k} A^{i_k} + \sum_{l=1}^{v} h'_{j_l} \bar{A}^{j_l}.$$

Осталось удовлетворить требованию

$$h_0 \geq 0,\ h_{i_\kappa} > 0,\ \kappa = 1, \ldots, u,\ h_{j_l} > 0,\ j = 1, \ldots, v.$$

Из системы $n+1$ уравнений ($2'$) найдем

$$h_{i_\kappa} = c_\kappa h'_{j_v},\ \kappa = 1, \ldots, u;\ h'_{j_l} = c'_l h'_{j_v},\ l = 1, 2, \ldots, v-1.$$

Считаем $h'_{j_v} > 0$. Если некоторые $h_{i_\kappa} < 0\ (h'_{j_l} < 0)$, то заменяем соответствующий вектор $A^{i_\kappa}(\bar{A}^{j_l})$ на $\bar{A}^{i_\kappa}(A^{j_l})$. Если система функций $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{n+1}$ чебышевская (удовлетворяющая условию Хаара), то нулевых c_κ и c'_l не может быть (у нас все точки $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_u}, x_{j_1}, \ldots, x_{j_v}$ различны). Тогда решением новой системы будут

$$h_{i_\kappa} = |c_\kappa| h'_{i_v},\ \ h'_{j_l} = |c'_l|\, h'_{j_v}.$$

Из уравнения ($3'$) определяем значение h_0. Если $h_0 < 0$, то, еще раз заменив A^{i_κ} на $\bar{A}^{i_\kappa}$, $\bar{A}^{j_l}$ на A^{j_l}, получим требуемое представление. Причем h_{i_κ} и h'_{j_l} не изменятся, только h^{i_κ} будут коэффициентами при $\bar{A}^{i_\kappa}$, а h'_{j_l} при A^{j_l}, h_0 изменит знак, сохранив абсолютную величину.

Теперь опишем вычислительную схему определения начальных векторов h, t и матрицы A_1^{-1} для частного случая, когда

$$\varphi_j(x) = x^{j-1}\ (j = 1, \ldots, n+1).$$

В нашем случае набор из $n+2$ векторов $a^{i_1}, \ldots, a^{i_u}, \bar{a}^{j_1}, \ldots$ $\ldots, \bar{a}^{j_v}$, удовлетворяющих условиям (1^0) и (2^0), определяется легко. Возьмем $n+2$ различных точек отрезка $[a, b]$

$$x_1, x_2, \ldots, x_{n+2}$$

и вычислим векторы

$$a^1 = (1, 1, x_1, x_1^2, \ldots, x_1^n, f(x_1)),$$

$$a^2 = (1,\ 1,\ x_2,\ \ x_2^2,\ldots,\ x_2^n,\ f(x_2)),$$

. . . .

$$a^{n+1} = (1,\ 1,\ x_{n+1},\ x_{n+1}^2,\ldots,\ x_{n+1}^n,\ f(x_{n+1})),$$

$$\bar{a}^{n+2} = (1,-1,-x_{n+2},-x_{n+2}^2,\ldots,-x_{n+2}^n,-f(x_{n+2})).$$

Они линейно независимы вместе с z.

Составим матрицу

$$B = \begin{pmatrix} z \\ a^1 \\ a^2 \\ \vdots \\ a^{n+1} \\ \bar{a}^{n+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & -1 \\ 1 & 1 & x_1 & \ldots & x_1^n & f(x_1) \\ 1 & 1 & x_2 & \ldots & x_2^n & f(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & x_{n+1} & \ldots & x_{n+1}^n & f(x_{n+1}) \\ 1 & -1 & -x_{n+2} & \ldots & -x_{n+2}^n & -f(x_{n+2}) \end{pmatrix}$$

и найдем B^{-1}. Первая строчка B^{-1} есть $(-h_0, h_1, h_2,\ldots,h_{n+1},h'_{n+2})$

Проверяем знак первого элемента этой строчки:

1) если $-h_0 \leqslant 0$, то $h_0 \geqslant 0$. Определяем знаки h_i ($i = 1,2,\ldots,n+1$) и h'_{n+2}. Если $h_i < 0$ (или $h'_{n+2} < 0$), то заменяем a_i (или $\bar{a}^{n+2}$) на $\bar{a}^i$ (или a^{n+2});

2) если $-h_0 > 0$, то $h_0 < 0$. Тогда для $h_i > 0$ ($h'_{n+2} > 0$) заменяем $a^i(\bar{a}^{n+2})$ на $\bar{a}^i(a^{n+2})$. Остальные векторы оставляем без изменения.

Получаем новую матрицу B'. Находим $(B')^{-1}$. Первая строчка ее есть $(-\bar{h}_0, \bar{h}_{i_1},\ldots,\bar{h}_{i_u}, \bar{h}'_{j_1},\ldots,\bar{h}'_{j_v})$ и $\bar{h}_0 \geqslant 0, \bar{h}_{i_k} > 0$, $\bar{h}'_{j_l} > 0$. Кроме того, первый столбец матрицы $(B')^{-1}$ есть на-

чальный вектор $(t_0, t_1, \ldots, t_{n+2})$, $t_0 = -h_0$, $t_{n+2} = -1$, а сама матрица $(B')^{-1}$ является исходной обратной матрицей.

Теперь можем приступить сразу к п. I вычислительной схемы метода, взяв $A_1^{-1} \equiv (B')^{-1}$.

Описание программы

Программа выполнена в системе команд машины М-20, работает с оперативной памятью (МОЗУ) и состоит из четырех частей.

Первая часть – формирующая программа. Она осуществляет вызов $ИС-2$, перевод данных, настраивает программу по истинным значениям параметров и передает управление в промежуточную программу, связывающую программу метода с программой вычисления $f(x)$ по данному x. Формирующая программа занимает ячейки 2001-2176, работает один раз и потом затирается. Поэтому она расположена на рабочем поле.

Вторая часть – программа вычисления значения $f(x)$ по данному x. Она составляется для каждой конкретной функции и расположена с ячейки 0325 по 0325 + М. Для каждой функции $f(x)$ будет свое значение параметра М.

Третья часть – программа определения исходной обратной матрицы, вектора $t = (t_0, t_1, \ldots, t_{n+1}, -1)$ и начального вектора $h = (-h_0, h_1, \ldots, h_{n+1}, h'_{n+2})$, занимает ячейки 0013-0073 и работает по следующей схеме.

Оператор I (0013-0035) – вычисляет матрицу

$$B = \begin{pmatrix} z \\ a^1 \\ a^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a^{n+1} \\ \bar{a}^{n+2} \end{pmatrix}$$

для $x_i = a + (i-1)h_1$, $i = 1, \ldots, n+2$. Матрицу записываем по столбцам.

Оператор 2 (0036-0040) - пересылает B в другое место МОЗУ.

Оператор 3 (004I-0043) - обращает матрицу, записанную на новом месте.

Оператор 4 (0044-0045) - определяет знак первого элемента $-h_0$ обратной матрицы. Если $-h_0 \leq 0$, то переходит к оператору 6, если $-h_0 > 0$, то переходит к оператору 5.

Оператор 5 (0046) - подготовляет оператор 6 к случаю $-h_0 > 0$.

Оператор 6 (0047-0062) - проверяет знаки остальных элементов первой строки и соответственно заменяет векторы в матрице B.

Оператор 7 (0063-0065) - обращает измененную матрицу B'.

Оператор 8 (0066-007I) - пересылает первую строчку матрицы $(B')^{-1}$.

Оператор 9 (0072-0073) - засылает h_1 в рабочую ячейку и передает управление в основную программу метода.

Эта программа работает один раз, расположена на рабочем поле.

Четвертая часть - программа метода (0I0I-030I).

Оператор I (0I0I-0I03) - выполняет подготовительные операции, необходимые для вычисления c_i и $\max\limits_i |c_i|$.

Оператор 2 (0I04) - вычисляет очередное значение x,

$$x_i = x_{i-1} + h_\kappa .$$

Оператор 3 (0I05-0II4) - вычисляет c_i.

Оператор 4 (0II5-0II6) - вычисляет $\max\limits_{\kappa=1,\dots,i-1} |c_\kappa| - |c_i|$. Если $\max\limits_{\kappa=1,\dots,i-1} |c_\kappa| - |c_i| \geq 0$, то переходит к оператору 6, если нет, переходит к оператору 5.

Оператор 5 (0II7-0I2I) - запоминает $x_i, c_i, f(x_i)$.

Оператор 6 (0I22) - ячейка возврата для оператора (0I34-0I42). Когда этот оператор не работает, здесь стоит нулевой код.

Оператор 7 (0I23-0I24) - проверяет, выполнено ли условие $x_i < b - h_\kappa$. Если да, то переходит к оператору 2. Если нет, то переходит к оператору 8.

Оператор 8 (0I25-0I30) - вычисляет $|c_{i_0}| - |t_0|$. Если $|c_{i_0}| - |t_0| \leq \varepsilon_1$, то переходит к оператору I7. Если $|c_{i_0}| - |t_0| > \varepsilon_1$, то переходит к оператору 23.

Оператор 9 (0I3I-0I33) - вычисляет конец промежутка β_{i_0}.

Если $x_{i_0} \geq b - h_K$, то $\beta_{i_0} = b - h/2$ и переходит к оператору (0134-0142). Если $x_{i_0} < b - h_K$, то переходит к оператору 24.

Оператор (0134-0142) - осуществляет просчет c_s по точкам $x_s \in e_N \cap [\alpha_{i_0}, \beta_{i_0}]$ с одновременным определением

$$\max_s |c_s| = |c_{s_0}|, \quad x_{s_0} \in [\alpha_{i_0}, \beta_{i_0}] .$$

Оператор 10 (0134-0135) - засылает h в рабочую ячейку и записывает в ячейку 0122 команду возврата в оператор 11.

Оператор 11 (0136-0142) - очищает регистр адреса и проверяет, соблюдается ли условие $x_s < \beta_{i_0}$. Если $x_s < \beta_{i_0}$, то передает управление в промежуточную программу для вычисления $f(x_s)$, записывая в ячейку возврата 0275 команду перехода к оператору 3. Если $x_s \geq \beta_{i_0}$, то засылает нулевой код в ячейку 0122 и переходит к оператору 12.

Оператор 12 (0143) - команда возврата для оператора (0240-0242) или нулевой код.

Оператор 13 (0144-0153) - расписывает вектор d ($d = a^{s_0}$, если $c_{s_0} > 0$, $d = \bar{a}^{s_0}$, если $c_{s_0} < 0$).

Оператор 14 (0154-0156) - вычисляет $g = d A^{-1}$.

Оператор 15 (0157-0170) - определяет $\varepsilon = \min\limits_{g_i > 0} \dfrac{h_i}{g_i}$.

(0171-0173) - свободные ячейки.

Оператор 16 (0174-0223) - пересчитывает вектор h и матрицу A^{-1} для нового базиса и переходит к оператору 1.

(0224-0237) - свободные ячейки.

Оператор (0240-0242) - осуществляет счет c_s по точкам $x_s \in e_N$ и определяет $\max\limits_{s=1,\dots,N} |c_s| = |c_{s_0}|$.

Оператор 17 (0240-0241) - засылает $a - h$ в рабочую ячейку и переходит к оператору 10 с возвратом из оператора 11.

Оператор 18 (0242) - засылает нулевой код в ячейку 0143.

Оператор 19 (0243-0245) - вычисляет условие $|c_{s_0}| - |t_0| < \eta$. Если оно выполнено, то переходит к оператору 21, если нет, то к оператору 20.

Оператор 20 (0246-0252) - подготовляет переход к новой сети e $e_{N_{K+1}}$ с $h_{K+1} = h_K/2$ и обращается к промежуточной программе для вычисления таблицы значений $f(x_i)$, $i = 1, \dots, N_{K+1}$.

Оператор 2I (0253–0254) – печатает $(-\rho_\kappa), t_1^{(\kappa)}, \ldots, t_{n+1}^{(\kappa)}, -1$;

ρ_κ – величина наилучшего приближения на сети e_{N_κ};
$t_1^{(\kappa)}, t_2^{(\kappa)}, \ldots, t_{n+1}^{(\kappa)}$ – коэффициенты многочлена, наименее уклоняющегося от $f(x)$ на e_{N_κ}.

Оператор 22 (0255) – останов.

Оператор 23 (0256–0262) – вычисляет конец промежутка α_{i_0}:

$$\alpha_{i_0} = \begin{cases} a, & \text{если } x_{i_0} < a + h/2, \\ x_{i_0} - h_\kappa, & \text{если } x_{i_0} > a + h/2, \end{cases}$$

и переходит к оператору 9.

Оператор 24 (0263–0265) – вычисляет $\beta_{i_0} = x_{i_0} + h_\kappa - h/2$ и переходит к оператору I0.

Промежуточная программа (0266–030I) связывает программу метода с программой вычисления $f(x)$ по данному x. Она позволяет вычислять одно значение $f(x_0)$ и таблицу значений $f(x_i)$.

Оператор 25 (0266–027I) – подготовляет вычисления $f(x_i)$ по точкам сети e_{N_κ}.

Оператор 26 (0272–0273)-образует очередной x и передает управление в программу вычисления $f(x)$.

Оператор 27 (0274)-пересылает значения $f(x_i)$ в ячейки памяти $c' + i$ $(i = 1, \ldots, N_\kappa)$, а если вычисляется одно значение, то в ячейку c'.

Оператор 28 (0275) – команда возврата при вычислении одного значения $f(x)$, в противном случае – нулевой код.

(0276) – свободная ячейка.

Оператор 29 (0277–0300) – проверка конца при вычислении $f(x_i)$ по точкам e_{N_κ}.

Оператор 30 (030I) – ячейка возврата из промежуточной программы в программу метода при вычислении таблицы $f(x_i)$.

Длина программы III команд. 0302–03I2 – константы программы. 03I3–0323 – параметры программы.

Инструкция пользования программой

Прежде чем применить вышеописанную программу, надо составить отсутствующую вторую часть ее – программу вычисления $f(x)$. Считая, что x находится в ячейке 0012, запрограммировать счет $f(x)$, вычисленное значение функции записать в ячейку 0076 и передать управление в ячейку 0274. Допустим, программа вычисления $f(x)$ содержит $m+1$ команду (0325–0325+ m). Дальше расположить r десятичных чисел, необходимых для вычисления $f(x)$ (0325+ $m+1$ – 0325 + $m+r$) (r может быть равно нулю), затем рабочие ячейки и константы. Перевод чисел запрограммирован в формирующей программе. Всего занята $M+1$ ячейка:

$$\left.\begin{array}{l}0325\\ 0325+m\end{array}\right\}\ \text{программа вычисления } f(x)\rightarrow 0076 \text{ по } x\rightarrow 0012,$$

$$\left.\begin{array}{l}0325+m+1\\ 0325+m+r\end{array}\right\}\ \text{десятичные числа,}$$

$$\left.\begin{array}{l}0325+m+r+1\\ 0325+M\end{array}\right\}\ \text{рабочие ячейки и восьмеричные константы.}$$

Параметры m, r, M.

Шаг h густой сети e_N определяется из условия, чтобы точка b входила в сеть. Поэтому надо взять $N \leq 3484 - M - (n+4)^2$ и вычислить $h=\dfrac{b-a}{N-1}$.

Шаг h выбирается так, чтобы первые $n+2$ точки $x_i = a+(i-1)h_1$, $i=1,2,\dots,n+2$ располагались по всему отрезку $[a,b]$. Поэтому число точек N_1 на $[a,b]$ с шагом h_1 не должно сильно превышать $n+2$. Кроме того, на N_1 накладывается ограничение: $n+2 \leq N_1 \leq 3484 - M - (n+3)^2 - (n+4)^2$.

Можно вычислить $\dfrac{b-a}{n+2}$, округлить с недостатком и принять за h_1, затем выбрать $\eta \geq \frac{1}{2}10^{-6}$ и $n \leq 42$ и заполнить карту параметров.

Номер перфокарты	Адрес	Команды и числа					Пояснения
27	2441	0	00	m	0000	m	
	2442	0	00	r	0000	0000	
				0313	0000	0000	КА

Номер перфокарты	Адрес	Команды и числа					Пояснения
	0313			η			Десятичные числа
	0314			h			
	0315			b			
	0316			a			
	0317			h_1			
	0320	0	00	$n+3$	0000	0000	
	0321	0	00	0000	$n+2$	0000	
	0322	0	00	$n+3$	0000	$n+3$	
	0323	0	00	M	0000	0000	

Здесь m, r, $n+3$, $n+2$, M - восьмеричные числа. Порядок постановки перфокарт в читающее устройство: карты с I по 26, карта параметров 27, программа вычисления $f(x)$ с адресным кодом

0 00 0325 0000 0000 кА

и $к\Sigma$ (код конца ввода).

Пример. Пусть

$$f(x)=\begin{cases} 42x^2+1{,}72 & \text{для } x\in[0;0{,}2), \\ \dfrac{0{,}136}{x^2} & \text{для } x\in(0{,}2;1]. \end{cases}$$

Тогда программа вычисления $f(x)\to 0076$ при $x\to 0012$ следующая:

28				0325	0000	0000	кА	
	0325	0	05	0012	0012	0341		
	0326	0	02	0340	0012	0000		
	0327	0	36	0000	0333	0000		
	0330	0	05	0341	0337	0341		
	0331	0	01	0341	0336	0076		
	0332	0	56	0000	0274	0000		Команда возврата

	0333	0	04	0335	034I	0076	
	0334	0	56	0000	0274	0000	Команда возврата
	0335	0	00	I36	000	000	Десятичные числа
	0336	0	0I	I72	000	000	
	0337	0	02	420	000	000	
29	0340	0	00	200	000	000	
	034I	0	00	0000	0000	0000	Рабочая ячейка

Для этого примера значения параметров в восьмеричной системе M=I4, r=4, m=7. Будем приближать $f(x)$ полиномом 5-й степени, n = 5. Выберем N = I00I, тогда $h = \frac{b-a}{1000} = 0{,}001$; $\frac{b-a}{n+2} = \frac{1}{7} = 0{,}142\ldots$ Возьмем h_1 = 0,I4. Заполним карту параметров 27.

27	244I			0	00	0007	0000	0007		
	2442			0	00	0004	0000	0000		
						03I3	0000	0000	кА	
	03I3	+	+	-	06	500	000	000		η
	03I4	+	+	-	02	I00	000	000		h
	03I5	+	+	+	0I	I00	000	000		b
	03I6	+	+	+	00	000	000	000		a
	03I7	+	+	+	00	I40	000	000		h_1
	0320			0	00	00I0	0000	0000		
	032I			0	00	0000	0007	0000		
	0322			0	00	00I0	0000	00I0		
	0323			0	00	00I4	00000	0000		

Порядок постановки перфокарт для данного примера: с I по 29, $k\Sigma$.

Результаты выдаются в виде $n+3$ десятичных чисел. Первое число есть $(-1)\rho$; следующие $n+1$ чисел являются ко-

эффициентами многочлена $t_1, t_2, \ldots, t_{n+1}$. Последнее число $t_{n+2} = -1$.

Программой можно воспользоваться и тогда, когда функция задана таблично. Для этого сначала нужно закодировать два массива десятичных чисел:

I массив: $f(a), f(a+h_1), \ldots, f\big(a+(n+2)h_1\big)$,

II массив: $f(a), f(a+h), \ldots, f\big(a+(N-1)h\big) = f(b)$,

затем вычислить в восьмеричной системе

$$c'+1 = 336_8 + (n+3)^2 + 2(n+3).$$

Например, $n=5$. Тогда $n+3$ = 10 и

$$c'+1 = 336 + 100 + 20 = 456.$$

После этого заполняются карты 27′, 28′, 29′.

27′	2441	0	00	0003	0000	0003	
	2442	0	00	0000	0000	0000	
				2176	0000	0000	кА
	2176	0	00	0074	0000	0075	
	2177	0	00	2207	0000	0072	
	2200	0	00	2210	0000	0073	
	2201	0	30	$c'+1$	2202	0000	
	2202	0	16	2203	7501	7610	
	2203	0	52	$c'+1$	0042	$c'+(n+3)$	
	2204	0	00	2206	0000	0127	
	2205	0	56	2211	0013	0130	
	2206	0	76	0000	0253	0000	
28′	2207	0	00	0314	0000	0013	
	2210	0	56	0000	0325	0000	
	2211	0	56	0000	0144	0000	
				0313	0000	0000	кА

	0313			η			
	0314			h			
	0315			b			Десятичные числа
	0316			a			
	0317			h_1			
	0320	0	00	$n+3$	0000	0000	
	0321	0	00	0000	$n+2$	0000	
	0322	0	00	$n+3$	0000	$n+3$	
29′	0323	0	00	0003	0000	0000	
	0324	0	00	0000	0000	0000	
	0325	0	30	$c'+1$	0326	0000	
	0326	0	16	0327	7501	7610	
	0327	0	52	$c'+1$	0042	$c'+N$	
	0330	0	56	0000	0101	0000	

$c'+N$, $c'+1$, $c'+(n+3)$, $n+2$, $n+3$ - восьмеричные числа.

Для ввода в машину материал должен быть расположен в следующей последовательности:

1) перфокарты 1–26, 27′, 28′, 29′, $\kappa\Sigma-I$;

2) I массив (таблица значений $f(x_i)$ с шагом h_1), $\kappa\Sigma-II$;

3) II массив (таблица значений $f(x_i)$ с шагом h), $\kappa\Sigma-III$.

№ перфокарты	Адрес	Команды и числа					
I		0	56	0000	200I	0000	
				I3			кА
	00I3	0	52	0000	0000	0000	
	4	I	00	0304	0000	033I	
	5	I	I2	7775	00I4	000I	
	6	I	02	0000	0304	033I	
	7	0	52	0000	0000	0000	
	0020	I	00	0000	0000	0330	
	I	I	I2	0000	0020	0000	
	2	I	02	0000	0304	0330	
	3	0	52	0000	0000	0000	
	4	0	02	03I6	03I7	0006	
2	5	4	52	0000	0000	003I	
	6	0	0I	0006	03I7	0006	
	7	5	05	033I	0006	033I	
	0030	I	I2	0000	0027	0000	
	I	0	00	0000	0000	0000	
	2	5	00	0333	0000	033I	
	3	0	I3	0027	0305	0027	
	4	I	I2	7776	0025	000I	
	5	2	02	0000	0332	0327	
	6	0	52	0000	0000	0000	
	7	5	00	0330	0000	7200	
	0040	I	I2	7777	0037	000I	
3	I	0	I6	0042	750I	76I0	
	2	0	52	7200	0037	0000	
	3	0	52	I700	0000	2000	
	4	0	0I	7200	0000	0000	
	5	0	36	0000	0047	0000	
	6	0	73	0053	0306	0053	
	7	0	52	0000	0000	0000	

№ перфокарты	Адрес	Команды и числа					
	0050	6	52	0000	0000	006I	
	I	0	I3	0052	0320	0052	
	2	0	0I	7200	0000	0000	
	3	0	76	0000	0062	0000	
	4	0	54	0II4	006I	0006	
4	5	0	I3	0057	0006	0057	
	6	3	02	0000	033I	033I	
	7	I	I2	0000	0056	0000	
	0060	0	33	0057	0006	0057	
	I	0	00	0000	0000	0000	
	2	I	I2	7776	0050	000I	
	3	0	I6	0064	750I	76I0	
	4	0	52	0330	0037	0000	
	5	0	52	I700	0000	2000	
	6	0	52	0000	0000	0000	
	7	I	00	0330	0000	0327	
	0070	0	I3	0067	0320	0067	
5	007I	I	I2	7777	0067	000I	
	2	0	00	03I7	0000	00I3	
	3	0	56	0000	0I0I	0000	
				I0I			кА
	0I0I	0	00	0000	0000	0022	
	2	0	02	03I6	00I3	00I2	
	3	0	52	0000	000I	0000	
	4	0	0I	00I2	00I3	00I2	
	5	4	52	0000	0000	0II2	
	6	4	00	0327	0000	00II	
	7	0	05	00II	00I2	00II	
	0II0	2	0I	00II	0326	00II	
6	I	I	32	0004	0I07	7777	
	2	0	00	0000	0000	0000	
	3	4	00	0332	0000	0332	

№ перфо-карты	Адрес	Команды и числа				
	4	0	02	00II	0332	00II
	5	0	03	0022	00II	0000
	6	0	76	0000	0I22	0000
	7	0	00	00I2	0000	00I5
	0I20	0	00	00II	0000	0022
	I	0	00	0332	0000	0330
	2	0	00	0000	0000	0000
	3	0	02	00I2	0075	0000
	4	I	3I	0000	0I04	000I
7	5	0	03	0022	0330	0023
	6	0	02	0307	0023	0000
	7	0	76	0074	0240	00I6
	0I30	0	56	03I6	0256	00I2
	I	0	02	00I5	0075	0000
	2	0	76	0000	0I34	0000
	3	0	56	0000	0263	0000
	4	0	00	03I4	0000	0077
	5	0	00	03I0	0000	0I22
	6	0	52	0000	0000	0000
	7	0	02	00I2	00I6	0000
	0I40	0	76	0000	0I42	0000
8	I	0	I6	0I05	0272	0275
	2	0	00	0000	0000	0I22
	3	0	00	0000	0000	0000
	4	0	52	0000	0000	0000
	5	0	00	0304	0000	0332
	6	0	0I	0022	0000	0000
	7	0	76	0304	0I52	033I
	0I50	0	02	0000	0330	0330
	I	0	02	0000	0332	0332
	2	5	05	0332	00I5	0333

№ перфо-карты	Адрес	Команды и числа				
	3	I	I2	7774	0I52	000I
	4	0	I6	0I55	750I	76I0
9	0I55	0	52	0330	0033	033I
	6	0	52	00I7	0000	0000
	7	0	52	0000	0000	0000
	0I60	0	00	03II	0000	00I0
	I	2	02	0000	0020	0000
	2	0	76	0000	0I70	0000
	3	6	04	0330	0020	00II
	4	0	02	00II	00I0	0000
	5	0	76	0000	0I70	0000
	6	6	52	000I	0000	020I
	7	0	00	00II	0000	00I0
	0I70	I	I2	7776	0I6I	000I
I0	I	0	00	0000	0000	0000
	2	0	00	0000	0000	0000
	3	0	00	0000	0000	0000
	4	0	52	0000	0000	0000
	5	2	05	00I0	00I7	00II
	6	5	02	0327	00II	0327
	7	0	00	0000	0000	0000
	0200	I	I2	7777	0I75	000I
	I	0	00	0000	0000	0000
	2	5	0I	0327	00I0	0327
	3	4	00	00I7	0000	00I4
	4	I	02	00I4	0304	00I7
II	5	0	00	03I2	0000	02I0
	6	0	I3	02I0	0320	02I0
	7	I	32	0002	0206	7777
	02I0	0	00	0000	0000	0000

№ перфо-карты	Адрес	Команды и числа				
	I	4	52	0000	0000	02I7
	2	0	05	00I7	00I5	00II
	3	5	02	0330	00II	0330
	4	0	I3	02I2	0306	02I2
	5	I	I2	0000	02I2	0000
	6	0	00	0302	0000	02[illegible]
	7	0	00	0000	0000	000[illegible]
	0220	0	I3	02I3	0305	02I[illegible]
I2	I	I	I2	7777	02I0	000[illegible]
	2	0	33	02I3	0322	02[illegible]
	3	0	56	0000	0I0I	0000
				240		
	0240	0	02	03I6	03I4	00[illegible]
	I	0	I6	0242	0I34	0I4[illegible]
	2	0	00	0000	0000	0I4[illegible]
	3	0	03	0022	0330	002[illegible]
	4	0	02	0023	03I3	000[illegible]
	5	0	36	0000	0253	0275
	6	0	04	00I3	7762	00I[illegible]
	7	0	00	00I3	0000	0077
I3	0250	0	02	03I5	00I3	0075
	I	0	00	0000	0000	0000
	2	0	I6	0I44	0266	030I
	3	0	I6	0254	750I	76I0
	4	0	52	0330	0030	0327
	5	0	I7	0000	0000	0000
	6	0	0I	0I00	03I6	0006
	7	0	02	0006	00I5	0003
	0260	0	76	0000	0262	0003
	I	0	02	00I5	00I3	00I2
	2	0	56	0000	0I3I	0000
	3	0	0I	00I5	00I3	00I[illegible]

№ перфокарты	Адрес	Команды и числа				
I4	4	0	02	00I6	0I00	00I6
	5	0	56	0000	0I34	0000
	6	0	0I	03I5	0077	0303
	7	0	0I	0303	0077	0303
	0270	0	02	03I6	0077	00I2
	I	0	52	0000	000I	0000
	2	0	0I	00I2	0077	00I2
	3	0	56	0000	0325	0000
	4	I	00	0076	0000	0332
	5	0	00	0000	0000	0000
	6	0	00	0000	0000	0000
	7	0	02	0303	00I2	0000
I5	0300	I	7I	0000	0272	000I
	I	0	56	0000	00I3	0000
	2	0	05	00I7	00I5	00II
	3	0	00	0000	0000	0000
	4	I	0I	4000	0000	0000
	5	0	00	000I	0000	000I
	6	0	40	000I	0000	0000
	7	0	56	4000	0000	0000
	03I0	0	56	0000	0I36	0000
	I	I	77	4000	0000	0000
	2	4	04	0330	00I4	00I5
I6				200I		
	200I	0	I3	0I05	032I	0I05
	2	0	54	0050	0320	2400
	3	0	I3	0I2I	2400	0I2I
	4	0	54	0064	0320	240I
	5	0	I3	0I50	2400	0I50
	6	0	I3	0I50	240I	0I50
	7	0	I3	0I53	0320	0I53

№ перфо-карты	Адрес	Команды и числа				
	2010	0	I3	0I56	2400	0I56
	I	0	I3	0I70	0320	0I70
	2	0	I3	0200	0320	0200
	3	0	I3	022I	0320	022I
I7	20I4	0	00	0000	0000	2402
	5	0	00	0323	0000	0324
	6	0	72	0000	032I	0000
	7	0	I3	2402	0320	2402
	2020	I	32	0003	20I7	7777
	I	0	I3	0322	2402	2404
	2	0	I3	02I5	2404	02I5
	3	0	00	0000	0000	0000
	4	0	00	0000	0000	0000
	5	0	I3	0320	0320	2403
	6	0	I3	2403	0320	24II
	7	0	I3	00I5	2403	00I5
I8	2030	0	I3	2400	2402	24I3
	I	0	I3	002I	24I3	002I
	2	0	I3	0042	2400	0042
	3	0	54	0050	2404	2405
	4	0	I3	0032	2405	0032
	5	0	I3	0034	0320	0034
	6	0	I3	2405	2400	2406
	7	0	I3	0035	2406	0035
	2040	0	I3	2402	2403	2407
	I	0	I3	0040	2407	0040
	2	0	I3	0322	2400	24I0
	3	0	I3	0027	24I0	0027
I9	4	0	33	2404	24II	24I2
	5	0	I3	0030	24I2	0030

№ перфо-карты	Адрес	Команды и числа				
	6	0	I3	0056	240I	0056
	7	0	I3	0056	2400	0056
	2050	0	I3	0057	24I3	0057
	I	0	I3	0062	0320	0062
	2	0	I3	0064	2400	0064
	3	0	I3	007I	0320	007I
	4	0	54	0064	0324	24I4
	5	0	54	0064	24I4	24I5
	6	0	I3	2400	24I5	24I6
	7	0	I3	00I4	24I6	00I4
20	2060	0	I3	00I6	24I6	00I6
	I	0	I3	0020	24I6	0020
	2	0	I3	0022	24I6	0022
	3	0	I3	0027	24I6	0027
	4	0	I3	0324	0320	24I7
	5	0	I3	0027	24I7	0027
	6	0	I3	0032	24I6	0032
	7	0	I3	2407	2403	2420
	2070	0	I3	2420	2407	242I
	I	0	I3	2420	0324	2422
	2	0	I3	0032	2422	0032
	3	0	I3	0035	24I6	0035
2I	2074	0	I4	0064	2422	2423
	5	0	I3	0035	2423	0035
	6	0	I3	0037	24I7	0037
	7	0	I4	0064	2423	2424
	2I00	0	00	24I7	0000	2427
	I	0	00	24I6	0000	2425
	2	0	33	0037	2406	0037
	3	0	33	0042	2407	0042
	4	0	33	0044	2407	0044

№ перфо-карты	Адрес	Команды и числа				
	5	0	33	0052	2407	0052
	6	0	I3	0056	24I6	0056
	7	0	00	0000	0000	0000
22	2II0	0	54	0II4	24I6	2430
	I	0	I3	0056	2430	0056
	2	0	I3	2407	24I7	243I
	3	0	54	0064	243I	2432
	4	0	54	0064	2432	2433
	5	0	I3	0064	24I7	0064
	6	0	I3	0067	24I7	0067
	7	0	I3	0067	24I5	0067
	2I20	0	I3	0I06	24I7	0I06
	I	0	I3	0II0	2430	0II0
	2	0	I3	0II3	2422	0II3
	3	0	I3	0II3	2424	0II3
23	4	0	I3	0II4	2423	0II4
	5	0	I3	0I2I	2422	0I2I
	6	0	I3	0I2I	2433	0I2I
	7	0	I3	0I25	2430	0I25
	2I30	0	I3	0I45	2433	0I45
	I	0	I3	0I47	2433	0I47
	2	0	I3	0I50	2432	0I50
	3	0	I3	0I50	2433	0I50
	4	0	I3	0I5I	2432	0I5I
	5	0	I3	0I5I	2433	0I5I
	6	0	I3	0I52	243I	0I52
	7	0	I3	0I52	2433	0I52
24	2I40	0	I3	0I55	24I7	0I55
	I	0	I3	0I55	2433	0I55
	2	0	I3	0I63	0324	0I63

№ перфо-карты	Адрес	Команды и числа				
	3	0	I3	0202	0324	0202
	4	0	I3	0202	24I5	0202
	5	0	I3	0I76	0324	0I76
	6	0	I3	0I76	24I5	0I76
	7	0	I3	02I3	24I7	02I3
	2I50	0	I3	02I3	2425	02I3
	I	0	I3	0243	2430	0243
	2	0	I3	0254	24I7	0254
	3	0	I3	0254	24I6	0254
25	2I54	0	I3	0254	2400	0254
	5	0	I3	0274	2424	0274
	6	0	I3	03I2	24I7	03I2
	7	0	50	04I3	0000	7767
	2I60	0	70	7500	2I57	0000
	I	0	I6	2I62	750I	76I0
	2	0	52	03I3	0042	03I7
	3	0	02	03I5	03I7	0075
	4	0	66	776I	03I4	0I00
	5	0	02	03I5	0I00	0074
	6	0	00	03I7	0000	0077
	7	0	I3	2I72	2442	2I72
26	2I70	0	I3	2I74	244I	2I74
	I	0	52	0000	0000	0000
	2	I	32	0000	2I76	000I
	3	0	I6	2I74	750I	76I0
	4	5	00	0325	0002	0325
	5	0	56	0000	2I72	0000
	6	0	56	0000	0266	0000
				244I		

кА