УДК 51:330.115

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ПАРТИЙ ЗАПУСКА ДЕТАЛЕЙ В ПРОИЗВОДСТВО

В.В.Титов

Норматив размера партий запуска деталей является одним из главных в практике организации промышленного производства. В настоящее время по данному вопросу имеется многочисленная литература, но надо отметить наиболее обстоятельное изучение проблемы в работе [2], в которой предлагается рассчитывать единый размер партий запуска для всех деталей одного изделия и по всем цехам (участкам) производства.

1. Рассмотрим производственный участок (цех), оборудование которого не является лимитирующим на предприятии. Нужно определить оптимальный размер партий запуска деталей в производство (например, по кузнечно-прессовому цеху, обеспечивающему деталями механосборочные цеха). Пусть деталь k, $k = 1,2,..,K$, проходит обработку на данном участке. Затраты времени на обработку деталей по операциям обозначим через T_{kj}, где j - номер станка, на котором проводится работа по соответствующей операции, $t_{kj}^{n.з}$ - подготовительно-заключительное время, необходимое при запуске партии деталей на станке j, $j=1,2,\dots,N$. Исходный (существующий) размер партии обозначим через n_k^o. Отсюда, $T_{kj} = t_{kj} + t_{kj}^{n.з}/n_k^o$, где t_{kj} - штучное время затрат для данной детали.

Далее, по детали k на участке величина незавершенного производства S_k^o может быть рассчитана по следующей формуле:

$$S_k^o = p_k c_k (n_k^o \tau_k + \ddot{\tau}_k),$$

$$\tau_k = \frac{1}{t_{см} \ell} \sum_j t_{kj} / \gamma_i , \quad \bar{\tau} = \frac{1}{t_{см} \ell} \sum_j t_{kj}^{n.з} + t_k ,$$

где ρ_k -суточная потребность в детали k, c_k -средняя себестоимость (т.е. полусумма начальной себестоимости c_k' и конечной c_k'') детали k на данном участке, $t_{см}$ -продолжительность рабочей смены, ℓ -сменность, t_k - время пролеживания детали k (межоперационное, транспортировка, контроль и др.), γ_j -коэффициент параллельности выполнения работ по группе оборудования j.

Пусть b_k - программа выпуска детали k (за год). Тогда количество запусков данной детали в производство обозначим через $y_k^\circ = b_k / n_k^\circ$. Каждый запуск детали k на станке j связан с материальными затратами a_{kj}' и затратами заработной платы a_{kj}''. Общие затраты на запуск в производство детали в течение планируемого периода равны

$$y_k^\circ \sum_{j=1}^{N} (a_{kj}' + a_{kj}).$$

Пусть $\tilde{\tau}_k$ - длительность производственного цикла для детали k после рассматриваемого участка (цеха). Тогда связывание средств именно по детали k в дальнейшем производственном процессе будет равно

$$S_k' = \rho_k c_k'' \tilde{\tau}_k .$$

Таким образом, мы располагаем всеми исходными данными, относительно которых нужно найти такой размер партии запуска n_k для детали k, которому соответствовал бы максимальный экономический эффект.

Оптимальному значению n_k будут соответствовать следующие затраты на переналадку оборудования:

$$y_k \sum_{j=1}^{N} (a_{kj}' + a_{kj}''), \quad y_k = b_k / n_{ik} .$$

Экономия (убытки) от увеличения (уменьшения) размера партии запуска равна

$$(y_k^\circ - y_k) \sum_j (a_{kj}' + a_{kj}'')$$

Экономический эффект по условно-постоянным затратам составит

$$\alpha(y_k^\circ - y_k)\sum_j a''_{kj} ,$$

где α - коэффициент, определенный отношением условно-постоянных затрат предприятия к фонду основной заработной платы (предполагается использование сэкономленной заработной платы для расширения производства). Себестоимость детали k с учетом изменения размера партии будет следующей:

$$c''_k - \left(\frac{1}{n_k^\circ} - \frac{1}{n_k}\right)\bar{a}_k , \quad \bar{a}_k = \sum_j (a'_{kj} + a''_{kj}).$$

Отсюда незавершенное производство на участке по данной детали также изменится:

$$S_k = p_k c_k (n_k \tau_k + \tilde{\tau}_k) - \frac{1}{2} p_k \bar{a}_k \left(\frac{1}{n_k^\circ} - \frac{1}{n_k}\right)(n_k \tau_k + \tilde{\tau}_k).$$

Экономический эффект, который будет получен по детали k, определяем так

$$Э_k^1 = (y_k^\circ - y_k) a_k - (S_k - S_k^\circ) e,$$

$$e = E(1+\varepsilon), \quad a_k = \sum_{j=1}^{N} [a'_{kj} + (1+\alpha) a''_{kj}]$$

где ε - начисление прибыли (приведение незавершенного производства к товарной продукции), E - коэффициент эффективности капиталовложений.

Уровень незавершенного производства в дальнейшем производственном процессе изменится на следующую величину (только относительно детали k)

$$S'_k - S''_k = p_k c''_k \tilde{\tau} - p_k \left[c''_k - \left(\frac{1}{n_k^\circ} - \frac{1}{n_k}\right)\bar{a}_k\right]\tilde{\tau}_k =$$

$$= p_k \left(\frac{1}{n_k^c} - \frac{1}{n_k}\right)\bar{a}_k \tilde{\tau}_k ,$$

что даст дополнительный экономический эффект

$$Э_k^2 = (S'_k - S''_k) e .$$

Таким образом, общий экономический эффект составит

$$Э_k = Э_k^1 + Э_k^2 = f(n_k).$$

Отсюда оптимальный размер партии запуска детали находим из соотношения $\frac{d f(n_k)}{d n_k} = 0$, т.е.

$$\frac{b_k}{n_k^2} a_k - e\rho_k c_k \tau_k + \frac{e\rho_k \bar{a}_k \tau_k}{2 n_k^2} + \frac{e\rho_k \bar{a}_k \bar{\tau}_k}{2 n_k^2} + \frac{e\rho_k \bar{a}_k \tilde{\tau}_k}{n_k^2} = 0. \qquad (I)$$

Пусть деталь k предполагается выпускать в течение h_k дней, тогда $\rho_k = b_k / h_k$, а выражение $E(1+\varepsilon)$ нужно умножить на h_k / H, где H – количество рабочих дней в году. Тогда

$$n_k = \left(\frac{a_k + e\bar{a}_k \bar{\tau}_k / 2H + e\bar{a}_k \tilde{\tau}_k / H}{\tau_k [(e/H)(c_k - \bar{a}_k / 2 n_k^{\circ})]} \right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (2)$$

Как показали практические расчеты, еще больший экономический эффект может быть получен при внедрении оптимальных размеров партий для каждой операции (или группы операций) детали. Однако при этом не учитывались возникающие трудности оперативного планирования и организации производства.

2. Теперь рассмотрим такой производственный участок (цех), оборудование которого является лимитирующим на предприятии, т.е. при решении задачи оптимального планирования мы получили для какой-то группы оборудования j_* объективно обусловленную (о.о.) оценку больше нуля [I]. При увеличении размера партии запуска детали k мы будем иметь возможность выпустить дополнительную продукцию на освободившихся мощностях, что даст значительный экономический эффект.

Пусть Z_j – о.о. оценка группы оборудования j, соответствующая тому экономическому эффекту, который может быть получен, если эффективный фонд времени группы j будет увеличен на одну единицу времени (см. [3]).

В этом случае оптимальный размер партии запуска детали мы определим из соотношения, аналогичного (I), в котором выражение

$\sum_j [a'_{kj} + (1+\alpha) a''_{kj}] = a_k$ будет заменено следующим:

$\sum_j (a'_{kj} + a''_{kj}) + Z_{j_*} t^{п.з.}_{kj_*}$.

Расчет размеров партий запуска деталей нужно вести для всех участков (цехов) отдельно, причем в порядке, обратном технологической последовательности обработки. Изменение оборотного задела между участками (цехами) можно компенсировать изменением резервного (страхового) запаса.

Расчет размера n_k в случае использования оценок z_j представляет больший интерес, но является приближенным по следующим причинам. Увеличение выпуска товарной продукции повлечет за собой увеличение незавершенного производства, часть эффективного фонда времени группы оборудования j будет израсходована на создание дополнительного незавершенного производства, либо, наоборот, часть незавершенного производства будет пущена в дальнейшую обработку, что увеличит выпуск товарной продукции. Далее, оценка z_j тоже будет изменяться с изменением n_k. Не учитывается загрузка оборудования.

Таким образом, чтобы учесть все эти замечания, необходима более сложная модель данной проблемы.

Эффективность оптимального плана производства $X=(x_1,\dots,x_M)$ мы будем определять относительно некоторого исходного плана $B=(b_1,b_2,\dots,b_M)$, $b_{ik}=b_i\nu_{ik}$, где ν_{ik} - количество деталей k, идущих на комплектацию изделия i. Будем рассматривать некоторый производственный участок (например, кузнечно-прессовый цех, обеспечивающий деталями механосборочные цеха), на котором нужно определить оптимальные размеры партий запуска деталей. Оборудование участка лимитирующее. Исходные нормативы производства y°_{ik}, S°_{ik}, S'_{ik} мы уже определили. Пусть множество $\mathcal{J}_1$ соответствует индексам тех групп оборудования, которые имеются на данном участке производства. Множеству $\mathcal{J}_2$ будут соответствовать индексы тех групп оборудования, которые находятся на других участках производства.

По оптимальному плану выпуск детали k изделия i предполагается в количестве x_{ik}, $x_{ik}=x_i\nu_{ik}$. Количество запусков $y_{ik}=x_{ik}/n_{ik}$. Изменение затрат на переналадку (при новом размере партии запуска n_{ik}) будет равно

$$\sum_{i,k}(y^{\circ}_{ik}-y_{ik})\Big[\sum_{j\in\mathcal{J}_1}(a'_{ikj}+a''_{ikj})\Big]=\sum_{i,k}\bar{a}_{ik}(y^{\circ}_{ik}-y_{ik}),$$

$$y^{\circ}_{ik}=x_{ik}/n^{\circ}_{ik}.$$

Экономический эффект изменения незавершенного производства на данном участке с учетом изменения себестоимости детали определим так:

$$e\sum_{i,k}(S_{ik}-S_{ik}^{\circ}) = \sum_{i,k}\Big[\frac{x_{ik}^2}{y_{ik}}\tau_{ik}\Big(\frac{ec_{ik}}{H}-\frac{ea_{ik}}{2Hn_{ik}^{\circ}}\Big)+x_{ik}\Big(\frac{e\bar{a}_{ik}\tau_{ik}}{2H}-$$

$$-\frac{ec_{ik}\tau_{ik}h_{ik}}{H}-\frac{e\bar{a}_{ik}\bar{\tau}_{ik}}{2Hn_{ik}^{\circ}}\Big)+y_{ik}\frac{e\bar{a}_{ik}\bar{\tau}_{ik}}{2H}\Big]=$$

$$=\sum_{i,k}\Big(\frac{x_{ik}^2}{y_{ik}}\tilde{s}_{ik}+x_{ik}\bar{s}_{ik}+y_{ik}\hat{s}_{ik}\Big),$$

где $\tilde{s}_{ik}$, $\bar{s}_{ik}$, $\hat{s}_{ik}$ – сокращенное обозначение постоянных коэффициентов при соответствующих переменных.

Общий экономический эффект изменения выпуска продукции и размера партий запуска деталей (с учетом изменения незавершенного производства и на других участках производства) составит

$$\sum_{i,k}\bar{a}_{ik}\Big(\frac{x_{ik}}{n_{ik}^{\circ}}-y_{ik}\Big)-\sum_{i,k}\Big(\frac{x_{ik}^2}{y_{ik}}\tilde{s}_{ik}+x_{ik}\bar{s}_{ik}+y_{ik}\hat{s}_{ik}\Big)-$$

$$-\sum_{i,k}\frac{x_{ik}\bar{a}_{ik}\bar{\tau}_{ik}e}{Hn_{ik}^{\circ}}+\sum_{i,k}y_{ik}\frac{\bar{a}_{ik}\bar{\tau}_{ik}e}{H}=$$

$$=\sum_{i,k}\Big(\frac{x_{ik}^2}{y_{ik}}\tilde{s}_{ik}+x_{ik}\bar{s}'_{ik}+y_{ik}a'_{ik}\Big),$$

где a'_{ik} , $\tilde{s}_{ik}$, $\bar{s}'_{ik}$ – сокращенное обозначение постоянных коэффициентов при соответствующих переменных.

Выражение $\sum_{i,k}x_{ik}\bar{s}'_{ik}$ приведем к следующему виду

$$\sum_{i,k}x_i\nu_{ik}\bar{s}'_{ik}=\sum_i x_i s_i\,,\quad s_i=\sum_k \nu_{ik}\bar{s}'_{ik}\,.$$

Далее, нужно учесть, что увеличение (уменьшение) незавершенного производства потребует использовать (освободить) часть производственных мощностей оборудования данного участка. Обозначим через q_{ikm} незавершенное производство по детали k , начиная с операции, проводимой на группе оборудования m , и до последней операции на данном участке. Пусть

$$\tilde{q}_{ikm}=\frac{1}{t_{см}\ell}\sum_{\substack{j=m\\ j\in\mathcal{J}_1}}^{N}\frac{t_{ikj}}{\gamma_j}\,,\qquad \bar{q}_{ikm}=\frac{1}{t_{см}\ell}\Big[\sum_{\substack{j=m\\ j\in\mathcal{J}_1}}^{N}t_{ikj}^{п.з}+t_{ik}(m)\Big],$$

тогда $q_{ikm}=(n_{ik}^{\circ}\tilde{q}_{ikm}+\bar{q}_{ikm})\dfrac{h_{ik}}{H}$.

На создание дополнительного незавершенного производства по детали k необходимо следующее количество времени по группе оборудования $m'' \in \mathcal{J}_1$:

$$\frac{x_{ik}^2 \tilde{q}_{ikm}}{y_{ik} H} t_{ikm} - \sum_k x_{ik} \frac{\tilde{q}_{ikm}}{H} t_{ikm} = \frac{x_{ik}^2}{y_{ik}} d_{ikm} t_{ikm} - x_i d_{im} t_{im} ,$$

где d_{ikm} и d_{im} - обозначения постоянных коэффициентов при соответствующих переменных.

На размер партии запуска могут влиять и технологические условия производства (например, штамп молота рассчитан на определенное количество штамповок), поэтому необходимо выполнение следующего условия:

$$\frac{x_{ik}}{y_{ik}} \le \bar{n}_{ik} \quad , \text{ т.е. } \; x_{ik} - y_{ik} \bar{n}_{ik} \le 0 .$$

Ну и конечно, количество запусков по любой детали $y_{ik} \ge 1$, $x_{ik} > 0$.

Таким образом, учитывая все изложенные выше замечания модель оптимального планирования производства может быть представлена следующим образом:

максимизировать

$$L(X,Y) = \sum_{i=1}^{M} (Э_i + S_i) x_i + \sum_{i,k} a'_{ik} y_{ik} + \sum_{i,k} \frac{x_{ik}^2}{y_{ik}} \tilde{S}_{ik}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{M} T_{ij} x_i \le T_j \; , \; j \in \mathcal{J}_2 \, ,$$

$$\sum_{i=1}^{M} t_{ij} (1 - d_{ij}) x_i + \sum_{i,k} t_{ikj}^{п.з.} y_{ik} + \sum_{i,k} \frac{x_{ik}^2}{y_{ik}} d_{ikj} t_{ikj} \le T_j \; , \; j \in \mathcal{J}_1 ,$$

$$x_i \nu_{ik} - \bar{n}_{ik} y_{ik} \le 0 ,$$

$$x_i \nu_{ik} - x_{ik} = 0 ,$$

$$\underline{b}_i \le x_i \le \bar{b}_i ,$$

$$y_{ik} \ge 1 ,$$

где $Э_i$ - коэффициенты, определенные согласно работе [3], T_j - эффективный фонд времени работы группы оборудования j ,

$$T_{ij} = \sum_{k=1}^{K_i} T_{iki} ,$$

$\underline{b}_i$ и $\bar{b}_i$ - допустимые пределы варьирования плана производства.

Отсюда $L(X,Y)$ будет соответствовать тому экономическому эффекту, который будет получен за счет увеличения выпуска товарной продукции, лучшего использования оборудования (с учетом его стоимости), при внедрении оптимальных размеров партий запуска деталей в производство.

Литература

1. Л.В.Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., АН СССР, 1960.
2. С.А.Соколицын. Расчет единого оптимального размера партий деталей. Труды ЛПИ, № 227, 1963.
3. В.В.Титов. Критерий оптимальности в задачах производственного планирования. Сб. "Оптимальное планирование", № II, "Наука", СО АН СССР, Новосибирск, 1968.

Поступила в редакцию
9.X. 1969 г.