
Л.В.КАНТОРОВИЧ, В.Л. МАКАРОВ

ВОПРОСЫ РАЗРАБОТКИ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КРУПНОАГРЕГИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРСПЕКТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

В соответствии с сегодняшними представлениями теории оптимального планирования составление народнохозяйственного планирования есть процесс разработки и использования взаимозавязанного комплекса экономико-математических моделей различных подразделений народного хозяйства. Принципиальное положение теории состоит в том, что построение этих моделей, как правило, может быть в известной степени разделено; реализуется специалистами соответствующего подразделения народного хозяйства (отрасли, экономического района, предприятия и т.д.). Это имеет место и в действующей практике планирования.

В связи с таким пониманием процесса оптимального планирования встает важнейшая задача организации взаимодействия всего комплекса моделей. Сюда входит, в частности, определение того, какая информация в каком объеме и порядке должна поступать из одной модели в другую, какая временная последовательность расчета и перерасчета (итераций) и т.д.

Из многолетней практики планирования у нас в стране, опыта планирования и управления сложными разработками, а также анализа имеющихся методов решения больших задач математического программирования следует, что в таком комплексе моделей должна быть синтетическая модель всего народного хозяйства, достаточно крупноагрегированная, чтобы быть обозримой и доступной для неформального содержательного экономического ана-

лиза. Эта модель выполняет две важнейшие функции, без которых трудно представить себе функционирование всего комплекса. С одной стороны она должна осуществлять функцию составления предварительно грубой наброски народнохозяйственного плана, контрольные цифры - директивы, которые должны отражать цели и интересы народного хозяйства в целом и должны быть взаимосогласованы и реально осуществимы. С другой стороны такая модель должна осуществлять функцию координации, взаимоувязки и согласования частных планов в процессе итеративного детального расчета народнохозяйственного плана.

Идея оптимального планирования всего народного хозяйства в целом не может быть реализована без синтетической модели. Глобальный народнохозяйственный критерий оптимальности в непосредственном виде может быть применен только здесь. И поскольку оптимизация отдельных частей народного хозяйства должна подчиняться этому глобальному критерию, синтетическая модель порождает также критерии оптимальности для отраслевых задач.

Разработкой такой синтетической народнохозяйственной модели должны заниматься уже не специалисты той или иной отрасли хозяйства, а специалисты именно по народнохозяйственному планированию, конечно с учетом разработок специалистов отдельных отраслей.

Существенная структура плановых органов в принципе не противоречит описанному представлению о процессе составления оптимального народнохозяйственного плана. В частности, отдел сводного материального баланса Госплана СССР является, видимо, той организацией, которая должна заниматься непосредственно разработкой и использованием синтетической народнохозяйственной модели. Отраслевые же отделы Госплана должны осуществлять координацию между моделями соответствующих отраслей разрабатываемыми министерствами и их проектными институтами с синтетической моделью.

В настоящей работе описывается принципиальная схема синтетической народнохозяйственной модели. Рассматриваются также частично вопросы получения исходной информации для её построения, вопросы численного расчета и возможностей использования модели в практике планирования. Работы Л. Пономаревой, Г. Пузановой и В. Маршак, напечатанные в настоящем сборнике, следует рассматривать как иллюстрацию и конкретную ре-

ализацию некоторых положений этой статьи, а последнюю можно рассматривать как некоторое введение к указанным работам.

§ 1. Описание модели

Описываемая в этом параграфе модель является конкретизацией модели, данной в [1] и [7] применительно к сформулированным выше целям.

Следует только заметить, что описание технологической (производственной) стороны модели дано в кратком виде, ибо оно отличается от предыдущих публикаций лишь в деталях, упор же сделан на описание форм задания конечного потребления и критерия оптимальности, т.е. той части модели, которая с одной стороны была менее разработана, а с другой — не полностью относится к компетенции экономического анализа.

Синтетическая модель включает в себя n отраслей, причем имеется в виду, что каждая отрасль выпускает один (агрегированный) вид продукции. Предположение об отсутствии совместного производства существенно упрощает подготовку и обработку исходной информации и, с другой стороны, при достаточно укрупненной агрегации не приводит к большим искажениям.

А. Производственные возможности модели

Каждая отрасль i может осуществлять производство на n_i различных видах фондов, $S = 1, 2, \dots, n_1, n+1, n+2, \dots, n_2, \dots, n_n = W$. Каждый вид её фондов S характеризуется числами $\alpha_{ij}^S, w_i^S, f_i^S, b_{ij}^S$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$). Здесь α_{ij}^S — текущие затраты продукции отрасли j при производстве единицы продукции i на фондах отрасли i вида S (коэффициенты α_{ij}^S могут включать в себя в отдельных случаях количество продукции вида j , необходимое для нормального функционирования фондов S (затраты на ремонт); w_i^S — удельные затраты труда при производстве на фондах в отрасли i ; f_i^S — фондоемкость (количество фондов S , необходимых для производства единицы продукции i), b_{ij}^S — количество продукции отрасли j , необходимое для создания единицы фондов S , причем b_{ij}^S включает в себя как продукцию, идущую на создание основных фондов, так и продукцию для оборотных фондов.

В данном изложении мы будем предполагать, для простоты, что срок создания фондов во всех отраслях равен одному году, а износ фондов учитывается с помощью так называемых

коэффициентов физического выбытия q^s .

Таким образом, производственные возможности модели задаются с помощью набора технологических коэффициентов

$$\{\alpha_{ij}^s, w_i^s, f_i^s, b_{ij}^s, q_i^s\}, i, j = 1, \dots, n, s = 1, \dots, N.$$

Б. Начальное состояние модели характеризуется существующими количествами всех видов фондов F_0^s и имеющимся к началу планируемого периода объемом трудовых ресурсов для производственной сферы W_1 .

Общее число работников производственной сферы W_t ($t = 1, 2, \dots$) считается заданным.

В. Сфера конечного потребления описывается множеством Π допустимых векторов потребления (или доступных для потребления). Множество Π состоит из векторов вида $(c_1^t, \dots, c_n^t, c_1^t, c_n^t, \dots, c_1^t, c_n^t)$, где коэффициент c_i^t ($i = 1, \dots, n$, $t = 1, \dots, T$), показывает количество продукта отрасли i , которое идет на конечное потребление в период t . Множество Π предполагается выпуклым и многогранным, для того чтобы получающаяся экстремальная задача не выходила за рамки линейного программирования. Конкретные способы задания различны. В частности, оно может состоять из единственного потребительского вектора или совпадать со всем неотрицательным ортантом. Практически важный способ задания множества

Π , используемый в дальнейшем, состоит в следующем: задается структура потребления для каждого периода времени t с помощью векторов $C^t = (c_1^t, \dots, c_n^t)$, $t = 1, 2, \dots, T$. Множеству Π принадлежат всевозможные векторы вида $(\lambda_1 c_1^t, \lambda_2 c_2^t, \dots, \lambda_T c_T^t) = (\lambda_1 c_1^t, \dots, \lambda_T c_T^t)$, где $\lambda_1, \dots, \lambda_T$ произвольные неотрицательные числа.

В некоторых случаях множество Π целесообразно представлять в виде множества векторов потребления C , которые разлагаются в сумму $C' + C''$, где C'' заданный извне вектор фиксированного потребления (например, затраты на оборону, некоторые виды общественного потребления и т.д.), а векторы личного потребления могут заполнять некоторое выпуклое множество.

Г. Критерии оптимальности для данной модели могут быть различны.

Если мы сопоставляем два допустимых плана, то при их оценке для нас существенны не отдельные принятые производственные решения, а их конечная эффективность. В соответствии с этим для нас важен в основном, во первых, уровень потребления, который может обеспечить тот или другой план на протяжении планируемого периода, а во-вторых объем и состояние производственных ресурсов (в том числе потенциальных и освоенных природных ресурсов), с которыми мы выходим на конец планируемого периода, причем последнее характеризуется тем насколько эта производственная база эффективна для дальнейшего развития экономики. Единственное исключение составляет степень использования трудовых ресурсов. Нам не безразлично, каково рабочее и свободное время и поэтому при сопоставлении планов должно быть поставлено требование, ставящее их в этом отношении в равные условия (продолжительность рабочего дня, процент женщин, не занятых в общественном производстве и т.п.).

В соответствии с этим целевая функция, соответствующая критерию оптимальности, должна зависеть от объемов потребления по годам (с учётом его структуры) и от объемов и структуры (и состояния) производственных мощностей на конец периода (с включением незавершенного строительства).

Прежде чем перечислить ряд возможных и достаточно разумных форм задания критерия оптимальности, выпишем задачу в общем виде.

Для этого обозначим интенсивность применения способа производства на фондах вида S в периоде t через x_t^S , и соответственно интенсивность способа создания фондов через k_t^S . Тогда возможности производства и потребления в периоде могут быть описаны с помощью следующих соотношений:

$$1) \sum_{t=j-1}^{t=j} x_t^S \geq \sum_{S=1}^{S=N} a_{ij}^S x_t^S + \sum_{S=N+1}^{S=2N} k_t^S b_{ij}^S + c_j^t$$

для всех $i, j = 1, \dots, n$:

$$2) \sum_{S=1}^N w^S x_t^S \leq W_t;$$

$$3) f^S x_t^S \leq \bar{f}_{t-1}^S;$$

$$4) \bar{f}_t^S = f^S q^S x_t^S + K_t^S.$$

Здесь левая часть неравенства 1) есть количество продукции j произведенное в году ; первое слагаемое правой части неравенства 1) представляет собой общее количество продукции j потребленное в качестве текущих затрат, второе слагаемое - капиталовложения вида j . Неравенство 2) выражает ограничение на рабочую силу, неравенство 3) соответственно ограничение по фондам. Соотношение 4) показывает, что количество фондов получающихся к концу периода t равно количеству имевшихся в период t фондов за вычетом износа плюс вновь созданные фонды.

Записав соотношения 1) - 4) для всех $t=1, \dots, T$ и прибавив ограничение на возможности вариаций в потреблении $C=(C^1, C^2, \dots, C^T) \in \Pi$ получим все ограничения для искомых переменных $\{x_t^s, k_t^s \text{ и } C^t\}$, $t=1, \dots, T$. В соответствии с высказанными выше соображениями критерий оптимальности должен выражаться некоторой функцией $\Phi(C, F_T)$, зависящей от вектора конечного потребления $C=(C^1, \dots, C^T)$ и вектора фондов для забалансового периода $F_T (F_T^1, F_T^2, \dots, F_T^N)$, где $F_T^s = f^s q^s x_T^s + k_T^s$.

Теперь перечислим несколько разумных, с нашей точки зрения, видов функции Φ .

1) Конечное потребление во все годы $(1, 2, \dots)$ фиксировано, (множество Π состоит из одной точки) либо может колебаться в очень небольших пределах. Требуется найти максимум выходных мощностей, которые будут использоваться в забалансовом $T+1$ году. Цены, по которым взвешиваются выходные фонды могут быть назначены априорно из каких-либо разумных соображений, либо могут находиться в процессе следующего итеративного расчета. Решается задача на максимум выходных фондов, оцененных по априорным ценам. В результате выясняется тенденция изменения о.о. оценок фондов во времени, экстраполируя которую на последующий период получаем оценки выходных фондов до следующего этапа расчета и т.д. Данный критерий оптимальности представляется наиболее разумным при фиксированных объемах конечного потребления для планируемого периода. Тогда требуется, чтобы при обеспечении задании по потреблению в плановом периоде, начальные мощности для запланового периода имелись в максимальных объемах. В соединении с использованием ряда наиболее правдоподобных прогнозов объемов конечного потребления данный критерий вполне может быть использован на практи-

ке. Некоторые эксперименты и опыт расчетов с этим критерием изложены в работах [2] - [5].

Рассмотренный критерий имеет слабое место, именно, остается слишком много произвола при определении цен для выходных фондов. Однако этот недостаток может быть устранен с помощью разумных экстраполяционных приемов. Об одном из них было упомянуто (итеративный перерасчет). Более обоснованный способ нахождения оценок выходных фондов состоит не в экстраполяции самих оценок, а в экстраполяции данных обо всей технологии, трудовых ресурсах и конечном потреблении на забалансовый период. В результате такой экстраполяции получается задача, аналогичная предыдущей, по периодам планирования $T' > T$. Для нее, конечно, также сохраняется проблема нахождения оценок для выходных фондов. Однако ошибка в определении оценок фондов для $T' + 1^{ГО}$ периода скажется на решениях первых лет существенно меньше чем ошибка в определении оценок фондов для $T + 1^{ГО}$ периода. В силу того, что экстраполяция от периода T до периода T' является регулярной, т.е. подчиняется весьма простому закону, то вычислительные трудности для нахождения оптимального плана задачи с периодом планирования от 0 до T' существенно уменьшаются по сравнению с решением задачи произвольного вида.

Проблема отыскания оценок фондов для забалансового периода полностью снимается при экстраполяции технологии, объемах трудовых ресурсов и конечного потребления на бесконечный период. Для постановки задачи планирования на бесконечный период имеется несколько серьезных обоснований, однако здесь уместно ограничиться следующим коротким замечанием, опирающимся на предшествующие рассуждения: коль скоро мы принимаем, что для нахождения оценок фондов периода $T + 1$ экстраполяция технологии и ограничений более обоснована чем экстраполяция самих оценок и влияние ошибок на период T , тем меньшее чем более отдален период T , то естественно приходим к постановке задачи с бесконечным периодом планирования.

2) В этом пункте описывается критерий оптимальности, по существу являющийся вариантом критерия пункта 1) но поскольку получающаяся задача выходит за рамки линейного программирования, целесообразно выделить его в отдельный пункт.

Конечное потребление в годы $1, 2, \dots, T$ фиксировано, или может колебаться в небольших пределах. Для следующих периодов $T + 1, T + 2, \dots$ и т.д. до бесконечности принимается, что

множество технологических способов остается постоянным, таким, каким оно было в период T , трудовые ресурсы растут постоянным темпом, количество конечно продукции, приходящееся на душу населения также остается постоянным и равным тем объемам, которые принимаются для периода T . Требуется найти ∞ -оптимальный (или по другой терминологии эффективный) план, т.е. такой план, заданный на бесконечном интервале, при котором в каждый период времени производственных фондов в системе не меньше, чем при любом другом допустимом плане. Точное определение ∞ -оптимального плана см в [5].

3) Множество возможных потребительских наборов \mathcal{M} состоит из векторов вида $(\lambda_1 c^T, \lambda_2 c^T, \dots, \lambda_T c^T)$, где $c^t = (c_1^t, \dots, c_n^t)$ - заданная структура конечного потребления, $\lambda_1, \dots, \lambda_T$ - произвольные неотрицательные числа. Требуется найти план, доставляющий максимум выражению $\sum_{t=1}^T \lambda_t \rho^t$ при дополнительном условии, о том, что выходные мощности должны быть не меньше некоторых заданных величин. Здесь ρ - некоторый коэффициент приведения потребительских наборов c^1, \dots, c^T от данного момента времени к предыдущему. В частности, он может быть равен темпу роста рабочей силы, но как правило целесообразно брать более высоким. Также как и при производственном критерии пункта 1) при данном потребительском критерии возникает задача оценки мощностей для забалансового периода. Причем в данном случае эта задача является более сложной, так как необходимо дать не оценки стоимостного характера, а сами абсолютные размеры производственных мощностей. Здесь подобно предыдущему случаю можно воспользоваться методами экстраполяции. Скажем, можно потребовать, чтобы производственные мощности для периода $T+1$ были не меньше мощностей периода T , умноженных на некоторый коэффициент расширения, определенный из каких-то соображений. Возможны и другие способы оценки величин фондов для забалансового периода. Однако проблема забалансового периода в случае потребительского критерия может быть элиминирована так же, как и при производственном критерии рассмотрением процесса планирования на бесконечном или достаточно большом временном интервале. Некоторым недостатком этого подхода является известная условность в определении коэффициента дисконтирования ρ .

4) Модель доопределяется на периоды времени $+1, +2, \dots$, таким же образом, как это описано в пункте 2), т.е., в част -

ности, структура конечного потребления предполагается постоянной для всех периодов, начиная с $T+1$ го. Требуется найти такой план, определенный для всей временной полуоси, на котором достигало бы максимума выражение $\sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t \rho^{-t}$. Здесь ρ - коэффициент дисконтирования, который равен или больше темпа роста рабочей силы. В случае, когда коэффициент меньше темпа роста рабочей силы, оптимального плана, как нетрудно показать, не существует.

Существуют методы экстраполяции модели на бесконечный временный интервал, при которых множество потребительских наборов \mathcal{I} имеет более сложный вид, однако здесь они не рассматриваются.

5) Требуется найти максимум суммы двух слагаемых. Первое слагаемое - выходные фонды, приведенные по некоторым оценкам, и второе слагаемое - потребительские наборы, взятые в определенной структуре и приведенные к одному моменту времени с помощью некоторых коэффициентов. Это смешанный критерий - производственно-потребительский. Различные численные эксперименты, сделанные с такого рода критерием, описываются в работе [4] настоящего сборника.

Потребительский критерий пунктов 3) - 4) не меняет своей формы, если множество \mathcal{I} будет задано более сложным образом.

§ 2. Подготовка исходной информации

В настоящем параграфе приводятся некоторые соображения об экономическом содержании необходимой для построения модели информации, а также об организации работ по сбору и обработке этой информации.

Производственная сторона модели должна быть обеспечена достоверной первичной информацией и достаточной вариативностью производственных возможностей. Эти условия являются главными, и на них следует направить основное внимание (и усилия). Специального обоснования это положение не требует, но все таки мы укажем здесь на несколько обстоятельств, проясняющих существо дела. Во первых, при той крупной агрегации отраслей и продуктов, которая принята в модели, изменения в конечном потреблении отдельных товаров будут происходить в основном внутри агрегированных групп, мало затрагивая соотноше-

ния между группами. Поэтому более тонкий учет потребительского спроса в данной модели чем простое рассмотрение ряда вариантов структуры и её небольших сдвигов, является бесполезным и неэффективным. Во-вторых, главная проблема отраслевого планирования состоит в выборе направления технического развития отрасли (скажем, делать упор на металлоёмкие или на трудоемкие процессы массовость производства или разнообразие изделий и тому подобное). Подобные направления технической политики не могут быть выбраны только из отраслевых соображений. Необходимо комплексное народнохозяйственное рассмотрение вопроса, которое обеспечивает как раз синтетическая модель. Однако естественно, что если в первичные отраслевые показатели, на которых строится народнохозяйственная модель, заранее закладывается какое-то одно уже выбранное технико-экономическое направление развития отрасли, то данная синтетическая модель сразу теряет большую часть своей ценности, за ней остается только функция обеспечения общей сбалансированности плана.

Таким образом, для того чтобы народнохозяйственная модель сохранила свою основную ценность, каждая отрасль должна представить в нее несколько вариантов своего развития, а также ряд дополнительных ограничений, учитывающих специфику данной отрасли (например, ограничение на возможный объем применения данного вида предприятий отрасли в связи с ограниченностью природных ресурсов и т.д.).

Перечислим здесь (в качестве конкретизации того, что имеется в виду под вариантностью) ряд возможных направлений, возникающих при составлении отраслевого плана.

1) Выделение внутри отрасли различных видов предприятий (видов фондов в нашей модели) группирующихся по естественным признакам: различные виды топлива и способы его добычи, виды транспорта, применяемая технология, технический уровень предприятий, их объем и т.д.

2) направления выбора среди взаимозаменяемых предметов потребления (синтетические и натуральные волокна, варианты жилищного строительства и т.д.).

3) имеющиеся резервы производственных мощностей по видам (коэффициент сменности, необходимые затраты на устранение узких мест и т.п.).

4) Варианты в сроках строительства новых предприятий и в распределении капитальных вложений по годам.

5) Результаты пути эффективизации процессов производства и воспроизводства, находящие применение во многих отраслях. Сюда относятся автоматизация, химизация, механизация транспортных и трудоёмких работ, электрификация, интенсификация производственных процессов, модернизация оборудования, скоростное строительство, повышение качества и надежности продукции, механизация учета и управления, применение прогрессивных систем оплаты труда и т.д.

Невозможность обоснованного выбора направления развития отрасли по данным самой отрасли и связанное с этим требование вариантности синтетической модели определяют в известной степени формы связи и содержание потоков информации между отраслевыми планирующими органами (проектные институты, Министерства) и центральными планирующими органами (Госплан в лице соответствующих отраслевых отделов и отдела сводного материального баланса. В самом грубом виде это сотрудничество можно представлять себе так. Проектные институты и Министерство разрабатывают несколько вариантов развития отрасли, различающихся между собой как объемом выходных показателей, так и направлением технической реализации, используя традиционные методы вариантного технико-экономического проектирования, либо математические модели. Разработанные варианты представляются в Госплан где на их основании рассчитывается синтетическая народнохозяйственная модель. Результаты этого расчета показывают наиболее перспективные направления развития отраслей, а также соответствующие объемы производства. Эти направления развития, объемы и придержки по другим отраслям спускаются в Министерства, и отраслевые органы. На основании этих цифр отрасли разрабатывают более детальные планы их развития, производя, если нужно, дополнительные проектные разработки, также стараясь сохранить вариантность, т.е. не принимая окончательных решений за исключением бесспорных случаев. Разработанные более детальные варианты поступают в Госплан и расчет может повторяться частично или полностью до полного согласования и балансировки народнохозяйственного плана.

Описанная схема взаимоотношения плановых органов и потоков информации представляется весьма естественной и реализуемой без коренной ломки существующих взаимоотношений. Однако если учесть сложившиеся методы разработки планов и сложившиеся потоки информации, то следует заметить, что реализация новой

схемы не так проста. Обеспечение достаточной вариантности требует известной перестройки мышления плановых работников, большей широты взглядов на возможности организации, техники изменения проектной практики и т.д., что, как показывает имеющийся опыт у нас и в других социалистических странах, может быть осуществлено в короткое время лишь с большим трудом.

§ 3. Вопросы численного расчета модели

При записи данной модели в канонической форме задачи линейного программирования число ограничений задачи будет равно $(N + \pi)T$, где N - число рассматриваемых видов фондов, π - число отраслей, T - величина планового периода. Основную часть ограничений дают балансы по фондам (N^T), поскольку в каждой отрасли предвостанавливаются несколько видов фондов. В математико-экономическом отделе Института математики СО АН СССР разработана методика преобразования рассматриваемой задачи линейного программирования в эквивалентную ей задачу, у которой общее число ограничений равно $N + \pi T$. Идея преобразования состоит в записи "сквозных" многолетних способов использования каждого вида фондов причем создание и использование объединяются в одном способе. Если в первоначальной задаче технологический способ использования некоторого вида фондов захватывал только два смежных периода (затрачивались фонды предшествующего периода и передавались в последующий) и приходилось вести баланс по каждому виду фондов в каждый период времени, то при записи многолетних способов использования и создания фондов требуются ограничения по фондам только в начальный момент. Схематически данное преобразование описано в работе [6], практически почти все расчеты, изложенные в работах [2] - [4], проводились с использованием этого преобразования. Следует отметить одну особенность задачи линейного программирования с "многопериодными" ("сквозными") способами.

Общее число технологических способов (переменных задачи) становится весьма большим, т.к. число возможности использования каждого вида фондов возрастает экспоненциально с увеличением периода планирования. Матрица задачи линейного программирования в обычной форме поэтому сильно вытянута, т.е. число столбцов значительно превосходит число строк. Более того, за-

дача не имеет какой-либо четко выраженной блочной структуры и заполненность матрицы ненулевыми элементами весьма большая. Однако при этом оказывается много повторяющихся элементов, что позволяет более экономно записывать исходную информацию, а способы в полном виде получать алгоритмически непосредственно в машине. В настоящее время в отделе ведется работа по экономному представлению информации, которая существенно сократит время подготовки задачи к машинному расчету. Уже имеющиеся программы для машины М-20 позволяют решать задачи линейного программирования с несколькими сотнями ограничений. Использование более совершенных машин существенно повысит это число.

Л и т е р а т у р а

- 1 Л.В.Канторович. Динамическая модель оптимального планирования. Сборник, посвященный 70 летию В.С.Немчинова.
- 2 Л.А. Пономарева. Построение и расчёт упрощенной динамической модели народнохозяйственного планирования, основанной на информации межотраслевого баланса. Настоящий сборник.
- 3 Г.Г.Пузанова. О некоторых экспериментальных расчетах на однопродуктовой динамической модели. Настоящий сборник.
- 4 В.Д.Маршак. Некоторые экспериментальные расчеты на многопродуктовой линейной динамической модели народнохозяйственного планирования. Настоящий сборник.
- 5 В.Л. Макаров. Асимптотическое поведение оптимальных траекторий линейных моделей экономики с дискретным временем. Сиб. мат. журн. № 4 (1966).
- 6 Л.В.Канторович, В.Л.Макаров. Оптимальные модели перспективного планирования. В сб. Применение математики в экономических исследованиях т.Ш. "Мысль" (1965).
- 7 Л.В. Канторович. Динамическая модель оптимального планирования. Настоящий сборник.