

Г. Г. ПУЗАНОВА

НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ
НА ОДНОПРОДУКТОВОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В рассматриваемой однопродуктовой динамической модели имеется несколько типов мощностей (предприятий), производящих один и тот же продукт P , и невозпроизводимый в системе производственный фактор — труд W . Предприятия различаются суммой капиталовложений, затрачиваемой на их строительство (или приобретение) и затратами труда на изготовление единицы продукта. Соотношение затрат труда и капиталовложений (K) на производство продукта выражается формулой $P = W^{2/3} K^{1/3}$ (частный вид производственной функции Кобба-Дугласа). Эта формула означает, что для сокращения, например, вдвое затрат труда на производство продукта сумму капиталовложений нужно увеличить в 4 раза. Предполагается, если это не оговорено особо, что срок строительства одинаков для всех типов мощностей и равен 1 году, а срок службы их значительно превышает продолжительность планового периода T . Понятие валового продукта совпадает в данной модели с понятием чистого продукта, поскольку затраты на амортизацию, в связи с предполагаемым бесконечным сроком службы мощностей, практически принимаются равными нулю.

Производственные способы в модели делятся на две группы:

1. Строительство мощностей γ -того типа в t -ый интервал: затрачивается $K_{\gamma t}$ единиц продукта, получается 1

единица мощности ν -того типа для всех временных интервалов, начиная с $(t+1)$ -го (многолетние способы). Интенсивность применения их обозначим через $\rho_{\nu t}$.

2. Использование мощностей (получение продукта): затрачивается в период t единица мощности ν -того типа, труд $w_{\nu t}$, получается 1 единица продукта в t -ый интервал (однoлетние способы). Интенсивность применения их обозначим через $q_{\nu t}$.

Возможно представление способов строительства мощностей и их использования в виде единого производственного способа. При единичной интенсивности применения такого способа в t -ый временной интервал затрачивается $K_{\nu t}$ единиц капиталовложений, а в каждый последующий интервал, начиная с $(t+1)$ -го, затрачивается труд в количестве $w_{\nu t}$ и производится по 1 единице продукта. Представление производственных способов в таком виде значительно сокращает число ограничений модели и позволяет проводить расчеты на длительные периоды времени.

К началу планового периода имеется некоторая сумма капиталовложений (K_0) для строительства мощностей в первом интервале. Возможны варианты, в которых к началу планового периода имеются мощности различных типов в заданных количествах ($A_{\nu 0} > 0$), причем они сохраняются в течение всего планового периода ($A_{\nu 0} = A_{\nu t}, t = 1, \dots, T$).

В каждый интервал времени заданы ресурсы труда (W_t) и определяются задания по конечному потреблению продукта (P'_t). Из всего произведенного в t -ый интервал продукта (P_t) часть идет на удовлетворение этих заданий, а оставшаяся часть — на расширение производства. Потребляемая часть продукта может задаваться величиной, пропорциональной производству, или величиной, пропорциональной ресурсам труда, т.е. не зависящей от объема производства:

$$P'_t = \gamma_t P_t \quad \text{или} \quad P'_t = \alpha_t W_t,$$

где γ_t — доля продукта, идущая на потребление в t -ом интервале, α_t — норма потребления продукта на единицу труда в t -ом интервале.

Задача состоит в том, чтобы определить план строительства и использования производственных мощностей, который при выполнении всех заданных условий является оптимальным с точки

зрения некоторого критерия.

Используя введенные выше обозначения, запишем математическую постановку задачи.

Определить план $\pi = (p_{vt}, q_{vt})$ из условий:

$$(1) \quad p_{vt} \geq 0, \quad q_{vt} \geq 0 \quad v=1, \dots, z; \quad t=0, \dots, T;$$

$$(2) \quad \sum_{v=1}^z K_{v0} p_{v0} \leq K_0;$$

$$(3) \quad q_{vt} - \sum_{\tau=0}^{t-1} p_{v\tau} \leq A_{vt}, \quad \begin{matrix} v=1, \dots, z; \\ t=1, \dots, T; \end{matrix}$$

$$(4) \quad \sum_{v=1}^z W_{vt} q_{vt} \leq W_t, \quad t=1, \dots, T;$$

$$(5) \quad \sum_{v=1}^z q_{vt} - \sum_{v=1}^z K_{vt} p_{vt} \geq P'_t \quad t=1, \dots, T-1;$$

$$(6) \quad \sum_{v=1}^z q_{vT} = P_T \quad \text{достигает максимума.}$$

Экономический смысл неравенства:

— сумма, затрачиваемая на строительство мощностей всех типов для первого интервала, не превышает начальной суммы средств для капиталовложений;

— использование мощностей каждого типа в каждом из интервалов не превосходит наличия их в этом интервале;

— использование труда на всех типах мощностей в каждом из интервалов не превосходит ресурсов труда в этом интервале;

— количество продукта, используемого на расширение производства в каждом интервале, не превосходит накоплений, созданных в предыдущем интервале;

— величина продукта, созданного в последний интервал, достигает максимума.

Принятый критерий оптимальности означает в данной модели максимальное развитие производительных сил, выражающееся в количестве мощностей на последний интервал планового периода.

Целью работы является исследование поведения экономических показателей модели (главным образом, темпов роста и нормы эффективности капиталовложений) в зависимости от изменения различных параметров модели. Было просчитано более 50 вариантов, отличающихся заданиями по ресурсам и потреблению, изменениями в технологических способах, величиной планового периода и др. В частности, менялись начальные капиталовложения, темп прироста ресурсов труда, величина и форма задания конеч-

ного потребления, затраты и результаты производства в технологических способах. Исследовалось влияние на норму эффективности начального неоптимального распределения ресурсов, а также влияние на план первых лет различных критериев оптимальности в моделях с большой продолжительностью планового периода.

Расчеты проводились на ЭВМ М-20 по программе для решения основной задачи линейного программирования, разработанной Р.А. Звягиной [4].

Основной вариант плана, с которым сравнивались все последующие, был построен, исходя из следующих предпосылок:

- продолжительность планового периода принята равной 7 годам;
- различается 5 типов производственных мощностей ($A_1 - A_5$);
- готовых и находящихся в стадии строительства предприятий к началу планового периода нет;
- максимизируется производство продукта в последний интервал планового периода;
- сумма начальных капиталовложений равна 500 единицам;
- ресурсы труда в первый интервал равны 206 единицам, в каждый последующий они возрастают на 3% по сравнению с предыдущим;
- потребление продукта на единицу труда в первом интервале равно 0,7716, в каждом последующем увеличивается на 4% по сравнению с предыдущим;
- производственные способы в течение всего планового периода остаются неизменными.

Затраты в производственных способах характеризуются следующими данными:

Тип мощностей	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
Затраты продукта на создание единицы мощности (K_{v_i})	0,25	0,50	1,00	2,00	4,00
Затраты труда на создание единицы продукта ($w_{i,2}$)	2,000	1,414	1,000	0,707	0,500

В результате решения задачи был получен план (т.е. определены интенсивности применения способов строительства и использования мощностей) и соответствующая ему система о.о.оце-

нок (таблица I, Ia).

Т а б л и ц а I, а
Система о.о. оценок

№ ин-тервалов	Типы мощностей					Труд W	Прод- дукт P	Норма эф- фектив- ности(?)
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅			
0	-	-	-	-	-	-	0,1908	-
I	0,0477	0,0801	0,1029	0,1191	0,1306	0,552	0,1582	0,206
II	0	0,0153	0,0504	0,0752	0,0927	0,0846	0,1350	0,172
III	0	0	0,0340	0,0581	0,0751	0,0822	0,1162	0,162
IV	0	0	0,0035	0,0326	0,0532	0,0994	0,1029	0,129
V	0	0	0	0,0268	0,0457	0,0915	0,0915	0,125
VI	0	0	0	0,0238	0,0407	0,0813	0,0813	0,125
УП	0	0	0	0,0460	0,3253	1,3494	1,0000	-

Как видно из плана (табл. I), в первый интервал планового периода для производства продукта используются все типы мощностей. По мере роста накоплений происходит последовательная замена предприятий, использующих большое количество труда предприятиями более капиталоемкими. Трудоемкость единицы продукта год от года сокращается, фондоемкость её увеличивается. Характерным является небольшое монотонное понижение годовых темпов роста продукта. Объясняется этот факт следующими соображениями: удельный вес капиталоемких предприятий в выпуске продукта повышается год от года, а выпуск продукта каждым предприятием остается неизменным, независимо от затрат на его строительство. Происходит сокращение количества выпущенной дополнительно в каждом году продукции, приходящейся на единицу капиталовложений, затрачиваемых в предыдущем году (т.е. уменьшается отдача капиталовложений). Следует заметить, однако, что явление понижения темпов роста имеет место лишь при отсутствии технического прогресса, т.к. в данном варианте модели технологические способы полагаются неизменными в течение всего планового периода. Средний темп роста продукта за 7 лет составляет в данном плане 107,7%, доля накопления в продукте возрастает с 39,6% в первом интервале до 41,6% - в последнем.

Т а б л и ц а I

План строительства и использования мощностей (основной вариант)^{х)}

Категория объектов	Типы мощностей					Использование труда (чел.)	Продукт		К/Р (в %)	Рост продукции (в %)
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅		Всего (Р)	В том числе: потребление (С) и накопленные (К)		
I	<u>+3,42</u> 3,42	<u>+12,27</u> 12,27	<u>+35,02</u> 35,02	<u>+195,91</u> 195,91	<u>+16,54</u> 16,54	206,00	263,16	158,95	104,66	39,6
II	<u>-3,42</u> 0	12,27 -5,71	35,02	195,91	+26,06 42,60 +28,89	212,18	285,79	170,25	115,54	40,4
III	0	6,56	35,02	195,91	71,49	218,54	308,98	182,74	126,24	40,8
IV	0	<u>-12,27</u> 0	35,02 -10,60	195,91 +34,68	103,13	225,10	334,06	195,37	138,69	41,5
V	0	0	24,42	195,91	137,81	231,84	358,14	209,26	148,88	41,6
VI	0	0	<u>-22,24</u> 12,78	195,91	+37,22 175,03	238,81	383,72	224,17	159,55	41,6
VII	0	0	<u>-35,02</u> 0	195,91 214,92	+39,89	245,97	410,83	240,12	170,71	41,6
										107,0

^{х)} Числа со знаком + или - означают соответственно ввод или выбытие мощностей.

Ресурсы труда во все интервалы времени используются полностью.

Система о.о.оценок (табл. I, а) дает представление о скорости снижения оценок мощностей, труда и продукта. Быстро снижаются оценки всех типов мощностей по мере их морального износа. Существующие, но неиспользуемые или используемые только частично мощности получают нулевые оценки. Трудовые ресурсы, вследствие их более медленного роста по сравнению с капиталовложениями, имеют в некоторые периоды даже повышающиеся оценки. Оценки продукта со временем монотонно понижаются. Сравнение оценок продукта (в два соседние интервала) дает представление о норме эффективности капиталовложений при переходе от интервала t к $(t+1)$ -му:

$$\eta_t = \frac{\lambda_t - \lambda_{t+1}}{\lambda_{t+1}},$$

где η_t - норма эффективности,

λ_t - о.о.оценка продукта в t -ый интервал,

λ_{t+1} - о.о. оценка продукта в $(t+1)$ -ый интервал.

По мере насыщения системы передовыми типами мощностей норма эффективности понижается. Средняя за весь период норма эффективности равна 0,153.

Для выяснения влияния на план и его экономические показатели различных факторов были просчитаны варианты с измененными параметрами.

Рассмотрим варианты, отличающиеся от основного лишь величиной начальных средств для капиталовложений. При этом начальные капиталовложения менялись в пределах от 150 до 1000 ед. -ниц. Ниже приведены планы и соответствующие им системы о.о. оценок для вариантов при $K_0 = 300$ ед (табл. 2, 2а) и при $K_0 = 800$ ед (табл. 3)^{х)}.

Увеличение суммы начальных капиталовложений вызывает сдвиг в плане, начиная с первого интервала планового периода в сторону повышения удельного веса более капиталоемких мощностей. Чем больше капиталовложений приходится на единицу труда, тем более капиталоемкие мощности создаются. Так, если при $K_0 = 300$ ед. мощности У типа появляются лишь в последнем интервале планового периода и притом в весьма незначительном объеме, то при $K_0 = 800$ ед. на мощностях этого типа уже в первом интервале производится более половины выпуска продукта. Этот расчет под-

^{х)} Другие варианты этой группы см. в приложении (таблица 6).

Т а б л и ц а 2
План использования мощностей ($K_0 = 300$)

№ ин-тервалов	Тип мощностей					Продукт		K/p (в %)	Рост продукта (в %)
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	всего (D)	в том числе накопле- ние (K)		
I	6,74	41,92	54,46	111,45	0	214,57	55,62	25,9	-
П	0	41,92	54,46	139,25	0	235,63	65,38	27,7	109,8
Ш	0	30,07	54,46	171,74	0	256,27	73,53	28,7	108,8
IV	0	16,69	54,46	208,81	0	279,96	84,59	30,2	109,2
У	0	0	54,46	250,90	0	305,36	96,10	31,5	109,1
УI	0	0	27,45	298,95	0	326,40	102,23	31,3	106,9
УП	0	0	0	346,73	1,67	348,40	108,28	31,1	106,7

Т а б л и ц а 2а

Интервалы	0	I	II	III	IV	У	УI	УП
0.0. оценка труда	-	0,1027	0,1366	0,1367	0,1094	0,1135	0,1132	1,0940
0.0. оценка продукта	0,4351	0,3143	0,2417	0,1934	0,1547	0,1298	0,1132	1,0000
Норма эффек- тивности капиталовло- жений	-	0,384	0,300	0,250	0,250	0,192	0,145	-

тверждает, в частности, неправильность мнения о том, что с самого начала следует направлять капиталовложения на создание самых прогрессивных и капиталоемких мощностей. При заданном соотношении ресурсов труда и объема капиталовложений для каждого интервала имеется оптимальный, наиболее благоприятный тип мощностей, переход к более совершенным типам их происходит постепенно.

Т а б л и ц а 3

План использования мощностей

Име- ин- тер- ва- лов	Типы мощностей					Продукт		K/p (в %)	Рост продук- та (в %)
	(K ₀ = 800) ^х					всего (P)	в т.ч. накоп- ление(K)		
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅				
I	4,99	17,93	52,05	57,74	155,56	288,27	129,32	44,9	-
П	0	17,93	52,05	58,74	187,89	315,61	145,36	46,1	109,5
Ш	0	9,59	52,05	57,74	224,23	343,61	160,87	46,8	108,9
IV	0	0	52,05	57,74	264,45	374,24	178,87	47,8	108,9
У	0	0	36,43	57,74	309,17	403,34	194,08	48,1	107,8
UI	0	0	19,14	57,74	357,70	434,58	210,41	48,4	107,7
УП	0	0	0	57,74	410,30	468,04	227,92	48,7	107,7

Изменение среднегодовых темпов роста продукта в зависи-
мости от суммы начальных капиталовложений удобно проследить
на рис. 1. Здесь на горизонтальной оси нанесены суммы началь-
ных капиталовложений, на вертикальной - темпы роста продукта.

Выше было отмечено, что темп роста продукта с увеличени-
ем удельного веса капиталоемких мощностей постепенно понижа-
ется. Далее отмечалось, что чем больше капиталовложений при-
ходится на единицу труда, тем быстрее вводятся более капита-
лоемкие мощности. Объединив эти два результата, можно сделать
вывод, что в вариантах с большими начальными капиталовложени-
ями темп роста продукта должен быть ниже. Этот вывод подтвер-
ждается анализом результатов расчета вариантов с изменением
суммы начальных капиталовложений от 350 до 500 единиц. Началь-
ные капиталовложения в указанных пределах позволяют в течение
планового периода постепенно вводить наиболее капиталоемкие
мощности У типа. При этом чем больше начальные капиталовло-
жения, тем раньше вводятся эти мощности, тем ниже темп рос -

^х) Систему о.о.оценок этого варианта см. в таблице 1,а

та. Так, при $K_0 = 350$ единицам мощности У типа вводятся, начиная с 5-го интервала, при $K_0 = 400$ единицам - с третьего, при $K_0 = 500$ единицам - с первого интервала. Средние за весь период темпы прироста составляют соответственно 8,7%, 8,4%, 7,7%.

Другая картина наблюдается в тех случаях, когда увеличение суммы начальных капиталовложений не связано с переходом в течение планового периода на более высокий, не достижимый в первом интервале технический уровень, или когда такой переход происходит для различных вариантов, начиная с одного и того же интервала. В первом из указанных случаев развитие производства происходит за счет увеличения удельного веса наиболее капиталоемких из используемых в первом интервале мощностей. При этом в каждом из вариантов увеличение удельного веса капиталоемких мощностей вызывает понижение темпов роста от интервала к интервалу, но средний за весь период темп роста продукта повышается. Большая сумма начальных капиталовложений обеспечивает более высокий объем производства в первом интервале и, следовательно, - при одних и тех же уровнях потребления для всех вариантов - большую сумму для капиталовложений. Доля капиталовложений в продукте возрастает, общий объем производства растет быстрее. При этом средний темп роста увеличивается быстрее, если создаются менее капиталоемкие мощности, и медленнее при создании более капиталоемких мощностей (левая и правая возрастающие ветви на рис. I). В наших расчетах при изменении суммы начальных капиталовложений от 150 единиц до 300 единиц создаются мощности III или IV типа, средний темп прироста при этом меняется с 5,3% до 8,4%; при изменении суммы начальных капиталовложений от 500 до 900 единиц темп прироста увеличивается с 7,7% до 8,6%. В случае, когда переход на более капиталоемкие мощности происходит, начиная с некоторого интервала (одинакового для принятых вариантов), интенсивность его также зависит лишь от суммы капиталовложений.

Средняя за весь период норма эффективности капиталовложений при увеличении начальной суммы их понижается - дефицитность капиталовложений уменьшается. При изменении начальной суммы капиталовложений в пределах, не вызывающих существенных сдвигов в плане (политика капиталовложений остается неизменной) средняя норма эффективности не меняется (свойство устойчивости с.о.оценок).

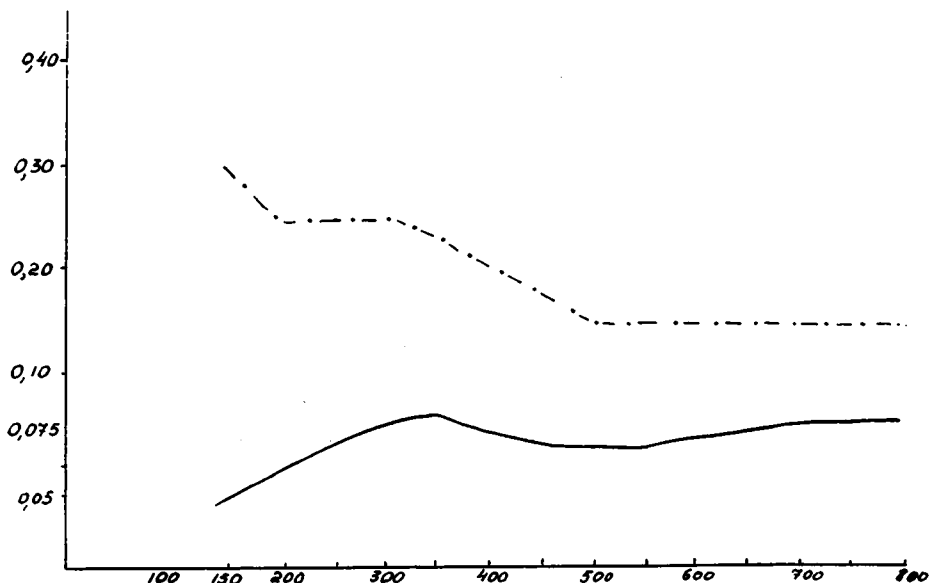


Рис.1. Зависимость средних темпов прироста продукта и средней нормы эффективности от суммы начальных капиталовложений:

— . . . — норма эффективности капиталовложений;

— темп прироста продукта

Рассмотрим ряд вариантов, в которых ресурсы труда, по предположению, возрастают в геометрической прогрессии по формуле $W_t = W_0 (1 + \alpha)^t$, где $W_0 = 200$ единиц для всех вариантов, а α принимает последовательно значения 0,02, 0,04, 0,05, 0,06 (заметим, что в основном варианте $\alpha = 0,03$) Варианты этой группы помещены в приложении (таблица 7).

С увеличением α на каждую единицу труда приходится меньше капиталовложений, вследствие чего в выпуске продукции в первом интервале больший удельный вес занимают менее капиталоемкие мощности. С увеличением темпов прироста ресурсов труда фонд потребления начинает расти быстрее, чем общий объем производства; доля накопления постепенно сокращается, но абсолютная величина его продолжает возрастать от интервала к интервалу и с увеличением α . Переоборудование производства осуществляется за счет поочередного вытеснения мощностей типа I — III мощностями типа V.

. Рост объема накопления с увеличением α позволяет создавать больше мощностей типа У, однако преобладание менее капиталоемких мощностей в выпуске продукта сохраняется до конца планового периода. Среднегодовые темпы роста с увеличением α возрастают, эффективность капиталовложений увеличивается. В пределах изменения α , не вызывающих сдвигов в направлении капиталовложений, эффективность их остается постоянной. Нижеследующая таблица иллюстрирует зависимость темпов прироста продукта и нормы эффективности капиталовложений от скорости увеличения ресурсов труда.

Значения α	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Среднегодовой темп прироста продукта (в %)	7,1	7,7	8,3	9,1	9,7
Среднегодовая норма эффективности капиталовложений	0,153	0,153	0,153	0,188	0,188

Полагая, что норма "душевого потребления" продукта возрастает ежегодно по формуле $\alpha_t = \alpha_1 (1+h)^{t-1}$ (где α_1 - норма "душевого потребления" в I интервале, α_t - норма "душевого потребления" в t-ом интервале, h - ежегодный темп прироста) и придавая h последовательно значения 0,02, 0,03, 0,05, 0,07, 0,09, проследим влияние объема конечного потребления на план и его экономические показатели (таблица 9 в приложении).

Сопоставление указанных вариантов позволяет сделать вывод, что размер конечного потребления (в рассматриваемых пределах) не оказывает существенного влияния на политику капиталовложений, т.е. на выбор типа вновь создаваемых мощностей. Так, во всех приведенных вариантах происходит замена мощностей I-III типа мощностями IV типа, причем интенсивность этой замены, а, следовательно, и темпы роста продукта определяются размерами накопления. Большой фонд накопления обеспечивает более высокие темпы роста и более благоприятную структуру выходных мощностей, что особенно существенно для будущих периодов.

**Темпы прироста продукта и структура выходных мощностей
в зависимости от темпов прироста "душевого потребления"**

Темп прироста "душевого потребления" ($\frac{1}{2}$)	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,09
Среднегодовой темп прироста продукта (в %)	8,0	7,9	7,7	7,5	7,1	6,6
Удельный вес в про- изводстве продукта в последний интер- вал						
мощностей IU типа	43,9	45,7	47,7	49,7	54,0	58,7
мощностей У типа	56,1	54,3	52,3	50,3	46,0	41,3

Расчеты, производимые на более длительный период, пока - зывают, что в описываемых условиях постоянный рост потребе - ния приводит к резкому падению доли и объема накопления, что в конечном счете влечет за собой невыполнение заданий плана . Так, при расчетах на 20 лет и росте "душевого потребления" ежегодно на 5% задания по конечному потреблению были выполне - ны на 19 лет, в 20-ый год объем произведенного продукта ока - зался меньше конечного потребления, т.е. пятипроцентный рост потребления оказался невыполнимым. Подробное изложение этих расчетов и следующие из них выводы приводятся в [2] .

Как указывалось выше, задания по конечному потреблению продукта могут определяться различными способами. Для выясне - ния вопросов, касающихся формы задания конечного потребления, рассмотрим два варианта:

1) В первом варианте предполагается, что $\frac{3}{4}$ ежегодно производимой продукции идет на потребление, а $\frac{1}{4}$ - на разви - тие производства. Способы строительства мощностей остаются прежними, а в способах получения продукта при единичном их ис - пользовании вместо единицы продукта получается 0,25, целиком идущие на накопление. Задания по конечному потреблению в яв - ном виде отсутствуют, но имеется в виду, что остальные 0,75 единицы идут на потребление.

2) Во втором варианте способы использования мощностей

(получения продукта) остаются теми же, что и в основном варианте, а ограничения по конечному потреблению задаются именно в том объеме, который получается при решении первого из рассматриваемых вариантов.

Полученные при таких условиях планы не должны, казалось бы, иметь существенных различий. И действительно, значения целевой функции, структура выходных мощностей, темпы роста продукта в рассматриваемых планах довольно близки.

Т а б л и ц а 4

План использования мощностей
при фиксированной доле накопления ($\delta_e = 0,75$)

Ин-тер-вал	Тип мощностей					Продукт				Рост про-дукта (в %)
						всего (P)	в том числе		К/Р (в %)	
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅		потребле-ние (P')	на-копле-ние (K)		
I	6,22	2,86	0	248,50	0	257,58	193,19	64,39	25,0	-
II	6,22	2,86	0	274,65	3,03	286,76	215,10	71,66	25,0	III,3
III	4,92	2,86	0	274,65	20,95	303,38	227,53	75,85	25,0	IO5,8
IV	3,46	2,86	0	274,65	39,91	320,88	240,66	80,22	25,0	IO5,8
V	1,82	2,86	0	274,65	59,97	339,30	254,48	84,82	25,0	IO5,7
VI	0	2,86	0	274,65	81,17	358,68	269,01	89,67	25,0	IO5,7
VII	0	0	0	274,65	103,59	378,24	283,68	94,56	25,0	IO5,5

Имеются некоторые различия в течение планового периода в использовании производственных мощностей (особенно первых трех типов), а в первом интервале и в использовании ресурсов труда. Эти различия позволяют, в частности, сделать вывод, что предприятиям выгоднее получать задания в твердо фиксированных объемах, чем в виде отчисления некоторой доли от произведенного продукта; первый из этих способов позволяет предприятию лучше планировать производство во времени.

Однако основное различие полученных планов состоит в системе о.о. оценок и связанных с ней показателях эффективности капиталовложений. О.о. оценки второго варианта во все интерва-

Т а б л и ц а 5

План использования мощностей
при фиксированном уровне потребления

№ интер- валов	Тип мощностей					Продукт			К/Р (в %)	Рост продукта (в %)
						всего	в том числе			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5		(D)	потреб- ление (P)	накопле- ние (K)	
I	8,01	4,76	12,45	241,58	0	266,80	193,19	73,61	27,6	-
II	0	4,76	12,45	270,03	4,18	291,42	215,10	76,32	26,2	109,2
III	0	2,50	12,45	270,03	23,29	308,27	227,53	80,74	26,2	105,8
IV	0	0	12,45	270,03	43,47	325,95	240,66	85,29	26,2	105,7
V	0	0	8,54	270,03	64,79	343,36	254,48	88,88	25,9	105,3
VI	0	0	4,39	270,03	87,02	361,44	269,01	92,45	25,6	105,2
УП	0	0	0	270,03	110,12	380,15	283,68	96,47	25,4	105,2

лы выше, а снижение их происходит быстрее, чем в первом. Эффективность капиталовложений второго варианта значительно выше. Приведем для сравнения о.о.оценки продукта и эффективности капиталовложений по годам для первого и второго вариантов:

Интервал:	0	I	II	III	IV	V	VI
О.о.оценка капиталовложений							
1-ый вариант	0,0363	0,0323	0,0308	0,0294	0,0281	0,0268	0,0257
2-ой вариант	0,2494	0,1801	0,1529	0,1317	0,1142	0,1015	0,0903
Эффективность капиталовложений							
1-ый вариант	-	0,125	0,049	0,048	0,046	0,047	0,036
2-ой вариант	-	0,385	0,178	0,161	0,153	0,125	0,124

Следует отметить, что именно высокие значения нормы эффективности, полученные из второго варианта, соответствуют экономической природе этого понятия, так как отражают эффективность использования капиталовложений безотносительно от потребления.

Во всех ранее рассматриваемых вариантах предполагалось, что планирование начинается с первого интервала, к началу которого имеется некоторая сумма капиталовложений и ресурсы труда. Структура производственных мощностей в первом интервале определялась из самого оптимального плана.

Ниже рассмотрены два случая, когда производство продукта начинается при наличии некоторых типов мощностей, в которых воплощены начальные капиталовложения, причем ресурсы труда используются полностью (таблица 10 в приложении). Каково влияние такого неоптимального распределения на план и его показате-

тели?

Направление капиталовложений только в мощности I и У типов (вариант а) приводит к уменьшению выпуска продукта в последнем интервале на 15,3%, а за весь период - на 20,7%. Среднегодовой темп прироста продукта довольно высок ($\approx 10,3\%$), но доля и величина накопления так незначительны (особенно в первые интервалы), что создание высокопроизводительных капитале- емких мощностей становится возможным лишь в середине плано- во периода. До этого времени значительная часть ресурсов труда остается занятой на малопроизводительных типах мощностей, что вызывает понижение уровня производительности труда.

Направление начальных капиталовложений только в мощности II и IV типов (вариант б) приводит к плану, близкому по струк- туре к оптимальному. К концу планового периода имеется доволь- но близкая к оптимальной структура производственных мощностей и соответственно выпуск продукта. Уровни производительности тру- да и темпы роста продукта по годам приблизительно равны. Выпуск продукта за весь период несколько выше, чем в основном вариан- те (по значению этого показателя данный вариант приближается к варианту с критерием оптимальности "максимум выпуска продукта за весь период").

Сравним значения нормы эффективности капиталовложений по годам для рассматриваемых вариантов и основного варианта:

к-те интервалов	I	II	III	IV	У	УI
Норма эффек- тивности						
вариант а)	0,586	0,500	0,500	0,323	0,323	0,252
вариант б)	0,293	0,162	0,161	0,161	0,074	0,073
основной вариант	0,206	0,172	0,162	0,129	0,125	0,125

Эффективность капиталовложений варианта а) значительно вы- ше, чем в основном варианте; в варианте б) норма эффективнос- ти в первом интервале выше, а в средние интервалы близка к значениям её в основном варианте. Сравнение уровней нормы эф- фективности подтверждает предположение о том, что чем сильнее отклоняется от оптимального начальное состояние системы, тем бо- лее высоким должно быть значение нормы эффективности новых ка -

питаловложений. Итак, переход к оптимальному плану при неоптимальном использовании начальных капиталовложений обеспечивает высокую эффективность для свободных капиталовложений.

Сравнивая исчисленные по годам значения нормы эффективности в каждом из вариантов, мы отмечаем тенденцию её к понижению. Однако такой результат является следствием того, что в модели не учитывались многие факторы, влияющие на норму эффективности, в частности, важнейший из них - технический прогресс.

Понятие технического прогресса может быть введено в модель таким, например, способом: он может выражаться в увеличении производства продукта со временем без дополнительных затрат труда и капиталовложений. Принятая нами производственная функция в таком случае имеет вид: $P = e^{\alpha t} W^{2/3} K^{1/3}$.

В таблице II приложения приведен оптимальный план использования мощностей, при расчете которого были приняты следующие значения ρ :

0,005	"	"	I типа;
0,010	"	"	II типа;
0,015	"	"	III типа;
0,020	"	"	IV типа;
0,025	"	"	V типа.

Анализ плана II показывает, что средний за 7 лет процент роста продукта увеличивается (110,2% против 107,7% в основном варианте). Начиная с середины планового периода, отдача капиталовложений увеличивается, темп роста продукта стабилизируется и даже несколько возрастает. Норма эффективности капиталовложений уменьшается до V интервала, а в VI остается неизменной или даже несколько увеличивается. Т.о., фактор технического прогресса тормозит падение нормы эффективности капиталовложений. Средняя за весь период норма эффективности оказывается выше, чем в основном варианте (0,234).

Введем в модель предположение, что затраты продукта на создание мощностей всех типов убывают со временем, т.е. учитывается моральный износ первого рода по закону:

$$K_{vi} = K_{vi} (1 - \beta)^{t-1}.$$

В таблице I2 приложения представлен вариант, в котором скорость снижения затрат продукта на создание мощностей зависит от их типа, и β принимает значения:

0,03	для	$\nu = 1,2$;
0,02	"	$\nu = 3$;
0,01	"	$\nu = 4,5$.

Результаты анализа этого плана аналогичны результатам, полученным при рассмотрении плана II: средний за весь период темп роста продукта увеличивается, отдача капиталовложений с середины планового периода возрастает, а темп роста стабилизируется, падение нормы эффективности капиталовложений замедляется. Однако средняя за весь период норма эффективности уменьшается (0,146) - сокращение затрат на создание мощностей действует в том же направлении, что и увеличение суммы капиталовложений. Ниже приводятся о.о. оценки и нормы эффективности капиталовложений по годам для вариантов II и I2:

№ интервалов	0	I	II	III	IV	V	VI
С.о.о. продукта							
вариант II	0,2318	0,1820	0,1462	0,1181	0,0969	0,0800	0,0656
вариант I2	0,1938	0,1617	0,1393	0,1206	0,1076	0,0961	0,0857
Норма эффективности							
вариант II	-	0,274	0,245	0,237	0,219	0,211	0,219
вариант I2	-	0,198	0,161	0,155	0,121	0,120	0,121

Рассмотрим два варианта плана, построенных на основе следующих данных: продолжительность планируемого периода - 20 лет, ресурсы труда ежегодно возрастают на 3 %, "душевое потребление" увеличивается на 4 % в год. Затраты капиталовложений на создание мощностей всех типов сокращаются ежегодно на 3 %, затраты труда для производства единицы продукта на мощностях ν -того типа, создаваемых в t -ый интервал, определяются по формуле

$$w_{\nu t} = w_{\nu 1} (1 - \delta)^{t-1}, \quad \text{где } \delta = 0,03,$$

а далее, до конца планируемого периода, остаются неизменными. Начальные капиталовложения равны 500 единицам, начальные ресурсы труда - 206 единиц, варианты различаются критериями оптимальности:

в первом из них максимизируется производство продукта за весь планируемый период (вариант а), таблица 13 приложения), во втором - производство продукта в последний интервал планируемого периода (вариант б), таблица 14 приложения).

Сравнивая рассматриваемые варианты мы будем интересоваться в основном влиянием избранного критерия оптимальности на план начальных интервалов, скажем, первых семи лет. Сравним некоторые показатели для начальных интервалов вариантов а) и б) :

	вариант а	вариант б
Производство продукта за 7 лет	2452,16	2413,97
Производство продукта в УП год	438,87	440,02
Структура выходных мощностей:		
удельный вес A_4 (%)	44,1	42,7
удельный вес A_5 (%)	55,9	57,3
среднегодовой темп роста продукта за 7 лет (%)	108,4	108,9

Как видно из таблицы, по сравниваемым показателям полученные планы отличаются весьма незначительно. Политика капиталовложений и структура выходных мощностей, производство и темпы роста продукта по годам мало зависят от избранного критерия оптимальности. Выполнение заданий по конечному потреблению на длительный срок при любом из рассматриваемых критериев оптимальности требует быстреего развития производительных сил, что и отражается в близости полученных планов. *)

Л и т е р а т у р а

1. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. Издательство АН СССР, М., 1959.

2. Л. В. Канторович, В. Л. Макаров. Оптимальные модели перспективного планирования. Сб. "Применение математики в экономических исследованиях", т. III. Издательство "Мысль", М., 1965.

3. Л. В. Канторович, Л. Н. Горьков. Функциональные уравнения однопродуктовой модели. Доклады АН СССР, т. 129, № 4, 1959.

4. Р. А. Звягина. Программа реализации на М-20 модифициро-

*) См. по этому вопросу [2]

ванного симплексного метода для решения общей задачи линейного программирования. Сб. "Оптимальное планирование", выпуск I (программы). Издательство СО АН СССР, Новосибирск, 1964 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Т а б л и ц а 6

Использование производственных мощностей в зависимости от
начальной суммы капиталовложений

№ интер- валов	Типы мощностей					Продукт		К/р (в %)	Рост про- дук- та (в %)
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	всего (P)	в т.ч. накоп- ление(K)		
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	$K_0 = 200$								
I	3,81	21,02	157,78	15,87	0	197,98	39,03	19,7	-
II	0	21,02	157,78	34,90	0	213,70	43,45	20,3	107,9
III	0	14,66	157,78	56,62	0	229,06	46,32	20,2	107,2
IV	0	7,71	157,78	79,79	0	245,28	49,91	20,3	107,1
V	0	0	157,78	104,74	0	262,52	53,26	20,3	107,0
VI	0	0	145,92	131,38	0	277,30	53,13	19,2	105,5
VII	0	0	134,30	157,95	0	292,25	52,13	17,8	105,3
	$K_0 = 350$								
I	8,44	45,24	15,73	154,77	0	224,18	65,23	29,1	-
II	0	45,24	15,73	187,38	0	248,35	78,10	31,4	110,8
III	0	30,22	15,73	226,43	0	272,38	89,64	32,9	109,7
IV	0	12,44	15,73	271,25	0	299,42	104,05	34,7	109,9
V	0	0	15,73	296,05	13,62	325,40	116,14	35,7	108,7
VI	0	0	8,17	296,05	42,65	346,87	122,70	35,4	106,6
VII	0	0	0	296,05	73,33	369,38	129,26	34,0	106,5
	$K_0 = 450$								
I	6,50	11,21	31,92	205,42	0	255,05	96,10	37,7	-
II	0	11,21	31,92	221,10	16,18	280,41	110,16	39,3	109,9
III	0	5,97	31,92	221,10	43,73	302,72	119,98	39,6	108,0
IV	0	0	31,92	221,10	73,72	326,74	131,37	40,2	107,9
V	0	0	22,24	221,10	106,56	349,90	140,64	40,2	107,1
VI	0	0	11,62	221,10	141,73	374,45	150,28	40,1	107,0
VII	0	0	0	221,10	179,30	400,40	160,28	40,0	106,9

Продолжение таблицы 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_0 = 600$									
I	3,95	14,14	40,61	149,92	62,85	271,47	112,52	41,4	-
II	0	14,14	40,61	149,92	91,00	295,67	125,42	42,4	108,9
III	0	7,55	40,61	149,92	122,37	320,45	137,71	43,0	108,4
IV	0	0	40,61	149,92	156,82	347,35	151,98	43,7	108,4
V	0	0	28,42	149,92	194,84	373,18	163,92	43,9	107,4
VI	0	0	14,90	149,92	235,83	400,65	176,48	44,0	107,4
VII	0	0	0	149,92	279,95	429,87	189,75	44,1	107,3
$K_0 = 900$									
I	5,52	19,83	57,73	11,65	201,92	296,65	136,70	46,1	-
II	0	19,83	57,73	11,65	236,24	325,45	155,20	47,7	109,7
III	0	10,61	57,73	11,65	275,16	355,15	172,41	48,5	109,1
IV	0	0	57,73	11,65	318,27	387,65	192,28	49,6	109,2
V	0	0	40,44	11,65	366,34	418,43	209,17	50,0	107,9
VI	0	0	21,26	11,65	418,63	451,54	227,37	50,3	107,9
VII	0	0	0	11,65	475,47	487,12	247,00	50,7	107,9

Т а б л и ц а 7
Использование мощностей в зависимости от темпов прироста ресурсов труда (α)

Эк- сперт- лов	Типы мощностей						Исполь- зование труда (ω)	Продукт в том числе			Δ/p (%)	Рост продук- та (%)	
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	6		7	всего (P)	потребле- ние (P')			накопле- ние (K)
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
$\alpha = 0,02$													
I	4,21	14,67	40,67	170,23	27,62	204,00	257,40	157,41	99,99	38,8	-		
II	0	14,67	40,67	170,23	52,62	208,08	278,19	166,96	111,23	40,0	108,1		
III	0	7,78	40,67	170,23	80,43	212,24	299,11	177,12	121,99	40,8	107,5		
IV	0	0	40,67	170,23	110,92	216,49	321,82	187,89	133,93	41,6	107,6		
V	0	0	28,26	170,23	144,40	220,82	342,89	199,31	143,58	41,9	106,6		
VI	0	0	14,72	170,23	180,30	225,23	365,25	211,43	153,82	42,1	106,5		
VII	0	0	0	170,23	218,76	229,74	388,99	224,27	164,72	42,3	106,5		
$\alpha = 0,04$													
I	2,63	9,75	28,77	223,12	4,86	208,00	269,13	160,49	102,64	40,4	-		
II	0	9,75	28,77	223,12	32,02	216,32	293,66	173,57	120,09	40,9	109,1		
III	0	5,26	28,77	223,12	62,05	224,97	319,20	187,74	131,46	41,2	108,7		
IV	0	0	28,77	223,12	94,91	233,97	346,80	203,06	143,74	41,5	108,6		
V	0	0	20,16	223,12	130,84	243,33	374,12	219,63	154,49	41,3	107,9		
VI	0	0	10,58	223,12	169,47	253,06	403,17	237,55	165,62	41,1	107,8		
VII	0	0	0	223,12	210,87	263,19	433,99	256,92	177,07	40,8	107,6		

Продолжение таблицы 7

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	5,54	7,03	21,59 ^{α=0,05}	236,75	0	210,00	270,91	162,04	108,87	40,2	-
II	0	7,03	21,59	254,18	18,51	220,50	301,31	176,98	124,38	41,3	111,0
III	0	3,84	21,59	254,18	49,60	231,53	329,21	193,21	136,00	41,3	109,4
IV	0	0	21,59	254,18	83,60	243,10	359,37	210,99	148,38	40,3	109,2
V	0	0	15,20	254,18	120,70	255,26	390,08	230,39	159,69	40,9	108,5
VI	0	0	8,00	254,18	160,62	268,02	422,80	251,59	171,21	40,5	108,4
VII	0	0	0	254,18	203,42	281,42	457,60	274,72	182,88	40,0	108,2
$\alpha = 0,06 \text{ (ж)}$											
I	9,56	3,98	18,64	238,48	0	212,00	270,66	163,58	107,08	39,6	-
II	0	3,98	18,64	278,86	6,58	224,72	308,06	180,32	127,74	41,5	113,8
III	0	2,22	18,64	278,86	38,52	238,20	338,24	198,87	139,37	41,2	109,8
IV	0	0	18,64	278,86	73,39	252,50	370,89	219,14	151,75	40,9	109,7
V	0	0	12,30	278,86	111,33	265,12	402,49	239,30	163,19	40,6	108,5
VI	0	0	5,15	278,86	152,13	278,38	436,14	261,31	174,83	40,1	108,4
VII	0	0	0	278,86	195,84	295,08	474,70	288,06	186,64	39,3	108,8

ж) Систему о.о. оценок см. в таблице 8.

Т а б л и ц а 8.

Система о.о. оценок

Интервалы	О	I	II	III	IV	V	VI	УП
О.о.оценка труда	-	0,0589	0,0885	0,0981	0,0891	0,1016	0,0903	1,2778
О.о.оценка продукта	0,2494	0,1801	0,1529	0,1317	0,1142	0,1016	0,0903	1,0000
Норма эффек- тивности капиталовло- жений	-	0,385	0,178	0,161	0,153	0,124	0,125	-

Т а б л и ц а 9

Использование производственных мощностей в зависимости от темпа прироста нормы "душевого потребления", $1/2$

Нес- интер- валов	Типы мощностей					Всего (P)	Продукт		К/Р, %	Рост произ- ва, %
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5		в том числе			
							потребле- ние (P')	накопле- ние (K)		
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
I II III IV V VI VII	3,33 0 0 0 0 0 0	12,87 12,87 7,03 0 0 0 0	$1/2 = 0,02$ 41,26 182,61 41,26 182,61 41,26 182,61		21,56	261,64	158,95	102,68	39,2	-
					47,23	283,97	166,99	116,98	41,2	108,5
					76,48	307,38	175,43	131,95	42,9	108,2
					109,46	333,33	184,29	149,04	44,7	108,4
VI VII	0 0 0 0 0 0	29,37 182,61 15,70 0 0 0	146,73 182,61 188,00 233,73 416,34		358,71	193,61	165,10	46,0	107,6	
					386,31	203,42	182,89	47,3	107,7	
					416,34	213,70	202,64	48,7	107,8	
I II III IV V VI VII	3,37 0 0 0 0 0 0	12,19 12,19 6,79 0 0 0 0	$1/2 = 0,03$ 38,19 189,17 38,19 189,17 38,19 189,17		19,08	262,38	158,95	103,43	39,4	-
					44,94	284,87	168,62	116,25	40,8	108,6
					74,01	308,16	178,88	129,28	41,9	108,2
					106,33	333,69	189,76	143,98	43,1	108,3
VI VII	0 0 0 0 0 0	26,94 189,17 14,27 0 0 0	189,17 189,17 189,17 189,17 189,17 189,17		142,31	358,42	201,31	157,11	43,8	107,4
					189,17	385,03	213,57	171,46	44,5	107,4
					189,17	413,63	226,57	187,06	45,2	107,4

Продолжение таблицы 9

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
				$h_z = 0,05$						
I	3,47	11,97	31,76	202,84	13,03	203,97	158,95	105,02	39,8	-
II	0	11,97	31,76	202,84	40,18	286,75	171,91	114,84	40,0	108,6
III	0	6,32	31,76	202,84	68,89	309,81	185,92	123,89	40,0	108,0
IV	0	0	31,76	202,84	99,86	334,46	201,06	133,40	39,9	108,0
V	0	0	21,82	202,84	133,21	357,87	217,45	140,42	39,2	107,0
VI	0	0	11,24	202,84	168,32	382,40	235,18	147,22	38,5	106,9
VII	0	0	0	202,84	205,12	407,96	254,34	153,62	37,7	106,7
				$h_z = 0,07$						
I	3,58	11,37	24,98	217,14	8,54	265,61	158,95	106,66	40,2	-
II	0	11,37	24,98	217,14	35,20	288,69	175,18	113,51	39,3	108,7
III	0	5,84	24,98	217,14	63,58	311,54	193,06	118,48	38,0	107,9
IV	0	0	24,98	217,14	93,20	335,32	212,76	122,56	36,6	107,6
V	0	0	16,40	217,14	123,84	357,38	234,46	122,92	34,4	106,6
VI	0	0	8,00	217,14	154,57	379,71	258,41	121,30	31,9	106,3
VII	0	0	0	217,14	184,90	402,04	284,79	117,25	29,2	105,9
				$h_z = 0,09$						
I	3,68	10,78	17,79	232,19	2,88	267,32	158,95	108,37	40,5	-
II	0	10,78	17,79	232,19	29,97	290,73	176,44	112,29	38,6	108,8
III	0	5,36	17,79	232,19	58,05	313,39	200,34	113,05	36,1	107,8
IV	0	0	17,79	232,19	86,31	336,29	224,92	111,57	33,1	107,3
V	0	0	10,61	232,19	114,14	356,94	252,50	104,44	29,3	106,1
VI	0	0	4,52	232,19	140,26	376,97	283,49	93,38	24,8	105,6
VII	0	0	0	232,19	163,63	395,82	318,27	77,55	19,6	105,0

Т а б л и ц а 10
Использование мощностей при неоптимальном начальном распределении капиталовложений

№ интер- валов	Типы мощностей					всего (Р)	Продукт		K/P, %	Рост про- дукта, %	
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅		в том числе норме- ние (Р')	накопление (К)			
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
I	72,88	0	0	0	0	120,45	193,33	158,95	34,38	17,8	-
II	50,23	18,72	25,02	0	0	120,45	214,42	170,25	44,17	20,6	110,9
III	31,32	18,72	69,20	0	0	120,45	239,69	182,38	57,31	23,9	111,8
IV	19,55	18,72	84,43	21,04	0	120,45	264,19	195,36	68,83	26,1	110,2
V	10,75	18,72	84,43	55,45	120,45	120,45	289,90	209,26	80,54	27,8	109,7
VI	0	18,72	84,43	95,78	120,45	120,45	319,33	224,17	95,16	29,8	110,2
VII	0	0	84,43	143,30	120,45	120,45	348,18	240,12	108,06	31,0	109,0
I	0	23,64	0	244,09	0	0	267,73	158,95	108,78	40,6	-
II	0	18,40	0	244,09	27,20	27,20	289,69	170,25	119,44	41,2	106,2
III	0	12,34	0	244,09	57,05	57,05	313,48	182,38	131,10	41,8	108,2
IV	0	5,39	0	244,09	89,83	89,83	339,31	195,36	143,95	42,4	108,2
V	0	0	0	238,95	125,81	125,81	364,76	209,26	155,50	42,6	107,5
VI	0	0	0	221,31	164,68	164,68	385,99	224,17	161,82	41,9	105,8
VII	0	0	0	202,83	205,14	205,14	407,97	240,12	167,85	41,1	105,7

Т а б л и ц а 11

Использование мощностей с учетом технического прогресса

№ интер- валов	Типы мощностей					Продукт всего (Р)	в т.ч. накоп- ление (А)	К/Р, %%	Рост Р, %%
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅				
I	3,48	14,11	48,18	164,99	28,47	264,12	105,17	39,8	-
II	0	14,11	48,18	164,99	54,77	292,65	122,40	41,8	110,6
III	0	7,79	48,18	164,99	85,37	323,34	140,60	43,5	110,5
IV	0	0	48,18	164,99	120,52	357,85	162,48	45,4	110,7
V	0	0	34,61	164,99	161,15	392,52	183,26	46,7	109,7
VI	0	0	18,67	164,99	206,97	430,79	206,62	48,0	109,7
VII	0	0	0	164,99	258,63	473,64	233,52	49,3	109,9

Т а б л и ц а 12

Использование мощностей с учетом морального износа

№ интер- валов	Типы мощностей					Продукт всего (Р)	в т.ч. накоп- ление (А)	К/Р, %%	Рост про- дукта в %%
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅				
I	3,43	12,65	38,18	188,69	19,31	262,26	103,31	39,4	-
II	0	12,65	38,18	188,69	45,40	284,92	114,67	40,2	108,6
III	0	6,80	38,18	188,69	74,65	308,32	125,58	40,7	108,2
IV	0	0	38,18	188,69	107,01	333,88	138,51	41,5	108,3
V	0	0	26,90	188,69	143,06	358,65	149,39	41,6	107,4
VI	0	0	14,23	188,69	182,34	385,26	161,09	41,8	107,4
VII	0	0	0	188,69	225,12	413,81	173,69	42,0	107,4

Т а б л и ц а 13
 План использования предпрятий (критерий оптимальности - максимум продукта за весь
 планируемый период)

Исход- ные данные	Использование подразделения					Исход- ные данные (W)	Производство продукции		K/P, %	Рост P, %	
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅		Всего (P)	в том числе потреб- ление (P')			чистое вып (K)
I	0	11,84	22,76	235,42	0,12	206,00	270,14	158,95	111,19	41,2	-
II	0	6,38	22,76	235,42	28,78	212,18	293,34	170,24	123,10	42,0	108,6
III	0	0	22,76	235,42	61,48	218,54	319,66	182,40	137,26	42,9	108,6
IV	0	0	12,16	235,42	99,08	225,10	346,66	195,40	151,26	43,6	108,5
V	0	0	0	235,42	141,81	231,85	377,23	209,29	167,94	44,5	108,8
VI	0	0	0	215,57	190,70	238,81	406,27	224,19	182,08	44,8	107,7
VII	0	0	0	198,52	245,35	245,97	438,87	240,17	198,70	45,3	108,0
VIII	0	0	0	168,83	306,83	253,35	475,66	257,26	218,40	45,9	108,4
IX	0	0	0	140,97	376,50	260,95	517,47	275,57	241,90	46,7	108,8
X	0	0	0	109,28	456,07	268,78	565,35	295,18	270,17	47,8	109,2
XI	0	0	0	72,91	547,70	276,84	620,61	316,18	304,43	49,0	109,6
XII	0	0	0	30,84	654,13	285,15	684,97	338,70	346,27	50,6	110,4
XIII	0	0	0	0	752,29	293,70	752,29	362,81	389,46	51,8	109,8
XIV	0	0	0	0	810,35	302,51	810,35	368,64	421,71	52,0	107,7
XV	0	0	0	0	870,41	311,59	870,41	416,31	454,10	52,2	107,4
XVI	0	0	0	0	982,55	320,94	982,55	445,94	486,61	52,2	107,1
XVII	0	0	0	0	997,04	330,57	997,04	477,70	519,34	52,1	106,9
XVIII	0	0	0	0	1063,73	340,48	1063,73	511,71	552,02	51,9	106,7
XIX	0	0	0	0	1134,01	350,70	1134,01	548,14	585,87	51,7	106,6
XX	0	0	0	0	1207,60	361,22	1207,60	587,16	620,44	51,4	106,5

Т а б л и ц а 14

План использования предприятий (критерий оптимальности - максимум продукта в последний интервал)

Ин-тер-валов	Используется предприятием						Исполь-зуется труда (W)	Производятся продукты в том числе			К/Р, %	Рост Р, %
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	всего (P)		потребле-ние (P')	накопле-ние (K)			
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
I	3,48	5,88	48,93	187,93	17,84	206,00	264,06	158,95	105,11	39,8	-	
II	0	5,88	48,93	187,98	44,93	212,18	287,67	170,24	117,43	40,8	108,9	
III	0	0	48,93	187,93	76,14	218,54	313,00	182,40	130,60	41,7	108,8	
IV	0	0	39,16	187,93	111,92	225,10	339,01	195,40	143,61	42,4	108,3	
V	0	0	27,95	187,93	152,48	231,85	368,36	209,29	159,07	43,2	108,7	
VI	0	0	15,03	187,93	198,79	238,81	401,75	224,19	177,56	44,2	109,1	
VII	0	0	0	187,93	252,09	245,97	440,02	240,17	199,85	45,4	109,5	
VIII	0	0	0	163,04	313,93	253,35	476,97	257,26	219,71	46,1	108,4	
IX	0	0	0	134,95	384,03	260,95	518,98	275,57	243,41	46,9	108,8	
X	0	0	0	102,99	464,10	268,78	567,09	295,18	271,91	47,9	109,3	
XI	0	0	0	66,32	556,31	276,84	622,63	316,18	306,45	49,2	109,8	
XII	0	0	0	23,89	663,45	285,15	687,34	338,70	348,64	50,7	110,4	
XIII	0	0	0	0	752,28	293,70	752,28	362,81	389,47	51,8	109,4	
XIV	0	0	0	0	810,74	302,51	810,74	388,64	422,10	52,1	107,8	
XV	0	0	0	0	870,81	311,59	870,81	416,31	454,50	52,2	107,4	
XVI	0	0	0	0	932,79	320,94	932,79	445,94	486,85	52,2	107,1	
XVII	0	0	0	0	997,15	330,57	997,15	477,70	519,45	52,1	106,9	
XVIII	0	0	0	0	1063,78	340,48	1063,78	511,71	552,07	51,9	106,7	
XIX	0	0	0	0	1134,03	350,70	1134,03	548,14	585,89	51,7	106,6	
XX	0	0	0	0	1207,60	361,22	1207,60	587,16	620,44	51,4	106,5	