

УДК 513.25/26

НЕКОТОРАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ ПОСТАВОК И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ

В.А. Булавский

В статье рассматривается вопрос о планировании прикреплений потребителей к поставщикам, формулируется возникающая при этом задача линейного программирования и излагается подробный алгоритм решения, записанный на входном языке системы АЛФА (модификация языка АЛГОЛ-60, см. [1], [2]). В основу алгоритма положен метод, описанный в другой работе автора [3]. К сожалению, здесь не удалось сохранить обозначения этой статьи, так что при необходимых ссылках будут даваться некоторые пояснения в обозначениях статьи [3].

§ 1. Постановка задачи

В общих чертах рассматриваемая ситуация может быть описана следующим образом. Имеется группа предприятий, производящих продукцию заданного ассортимента, и список заявок на продукцию этих предприятий, поступивший от различных потребителей. Требуется распределить заявки по предприятиям так, чтобы не нарушить определенные экономические и технологические ограничения и получить при этом в некотором смысле хороший план. Мы будем считать, что все виды продукции имеют общую единицу измерения, скажем тонну, хотя это могла бы быть и стоимостная, по мощности или какая-нибудь иная единица. Ниже, где это возможно, будем употреблять обозначения из приведенной в дальнейшем программы.

Перенумеруем виды продукции номерами от 1 до MCP , а предприятия — номерами от 1 до MCT и обозначим через $Q_j^{(w)}$ совокупность номеров продукции, производимой на j -ом предприятии. Помимо различия в видах продукции предприятия могут отличаться друг от друга и по другим качествам. Поэтому предположим, что из номеров предприятий составлен ряд списков θ_α , $\alpha = 0, 1, \dots, MAC$ (которые могут пересекаться), таким образом, что для каждого потребителя приемлемы для прикрепления являются предприятия одного из этих списков. Среди таких списков могут быть полный список предприятий, список предприятий, производящих экспортную продукцию, список предприятий, расположенных в некотором районе, и т.д.

Как уже было сказано, общий список заявок составлен из заявок отдельных потребителей. При этом заявки одного потребителя (с номером ν) мы будем считать расположенными подряд на местах с $\alpha(\nu)$ до $\alpha(\nu+1)-1$. Каждая заявка должна содержать следующие сведения:

- а) номер станции получения;
- б) номер списка предприятий π_α ;
- в) номер продукции i_α ;
- г) заказанное количество продукции $a^{(\alpha)}$.

При выборе предприятия, которому будет передан заказ ν -го потребителя, из числа предприятий, делающих весь набор продукции с номерами $i_{\alpha(\nu)}$, $i_{\alpha(\nu)+1}$, ..., $i_{\alpha(\nu+1)-1}$, будут взяты лишь те, которые попали в список с номером $\pi_{\alpha(\nu)}$. Так что номера $\pi_{\alpha(\nu)+1}$, ..., $\pi_{\alpha(\nu+1)-1}$ по своему прямому назначению не используются и могут служить для задания некоторой дополнительной информации. Номера станций получения в разных заявках одного потребителя могут быть различными.

Множество номеров предприятий, которые могут обслуживать ν -го потребителя обозначим через Ψ_ν . Мы будем рассматривать каждую группу заявок одного потребителя как заказ на сложный вид продукции. Это позволит нам получить план прикрепления, при котором большинство потребителей будут снабжаться с одного предприятия (если число потребителей существенно больше числа экономических и технологических ограничений на предприятиях). Естественно, что стремление целую группу заявок передать на одно предприятие может привести к ухудшению плана прикрепления. Так что, если это возможно, такие группы следует дробить,

Формально рассматривая вместо одного потребителя несколько.

Если обозначить через x_{vj} количество тонн продукции, производимое j -ым предприятием v -му потребителю, то первая группа ограничений на эти переменные имеет вид:

$$\sum_{j \in \Psi_v} x_{vj} = d_v, \quad v = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь n — количество потребителей, а

$$d_v = \sum_{\alpha=\alpha(v)}^{\alpha(v)+q-1} d^{(\alpha)}.$$

Перейдем теперь к описанию ограничений на предприятиях. По способу учета в предлагаемом алгоритме (а не по их важности) эти ограничения разбиваются на две группы. Ограничения одной группы мы условно будем называть основными, а другой — дополнительными. По способу решения задачи предпочтительно возможно большее число ограничений выделить в группу основных.

Группа основных ограничений может быть описана следующим образом. Вся совокупность номеров основных ограничений $\{1, 2, \dots, MO\}$ разобьем на подмножества L_j , $j = 1, 2, \dots, MST$, среди которых могут быть и пустые, и для каждого $\mu \in L_j$ зададим непустое множество $Q^{(\mu)} \subset Q_j^{(0)}$ таким образом, чтобы система множеств $Q^{(\mu)}$ обладала следующим свойством: если $\mu \in L_j$ и $\mu' \in L_{j'}$, то множества $Q^{(\mu)}$ и $Q^{(\mu')}$ не совпадают и либо вообще не пересекаются, либо одно из них содержится в другом. Поэтому для каждой пары (i, j) , где i — номер продукции, а j — номер предприятия, производящего эту продукцию, можно указать номер наиболее узкого из множеств $Q^{(\mu)}$, $\mu \in L_j$, которому принадлежит i . Этот номер мы будем называть номером основного ограничения для пары (i, j) . Если $i \notin \bigcup_{\mu \in L_j} Q^{(\mu)}$ (что может быть лишь если само множество $Q_j^{(0)}$ не встречается среди множеств $Q^{(\mu)}$, $\mu \in L_j$), то номером основного ограничения этой пары будем считать ноль. Существенное условие на выбор основных ограничений состоит в том, что при всех $v = 1, 2, \dots, n$ и всех $j \in \Psi_v$ номера основных ограничений пар (i_{α}, j) , $\alpha = \alpha(v)$, $\alpha(v)+1, \dots, \alpha(v)+q-1$, должны совпадать. Это требование будет заведомо выполнено, если в качестве множества $Q_j^{(\mu)}$ взять соответствующие $Q_j^{(0)}$ или если все записки рассматриваются как самостоятельные заказы.

Основные ограничения теперь могут быть сформулированы следующим образом:

$$\sum_{i \in T^{(j)}} x_{ij} \leq v^{(j)}, \mu \in L_j, j = 1, 2, \dots, \text{МСТ}$$

Здесь $v^{(j)}$ — задаваемые правые части, а $T^{(j)}$ — множества номеров потребителей, для которых номера заказанной продукции попали в $Q^{(j)}$. Заметим, что в силу сделанных предположений о системе множеств $Q^{(j)}$, если хоть один номер заказанной продукции i -го потребителя попал в $Q^{(j)}$, то туда попадет и весь заказанный набор.

В дальнейшем нам придется несколько преобразовать систему основных ограничений. Чтобы подготовить эти преобразования, заметим, что для каждого $\mu \in L_j$ можно сформировать множество $L_j^{(\mu)} \subset L_j$ таких номеров $\mu' \in L_j \setminus \{\mu\}$, для которых $Q^{(\mu')} \subset Q^{(\mu)}$, и нет другого $\mu' \in L_j \setminus \{\mu\}$, для которого бы она оказалась $Q^{(\mu')} \supset Q^{(\mu)}$. Другими словами, $L_j^{(\mu)}$ — множество номеров μ' из $L_j \setminus \{\mu\}$, для которых $Q^{(\mu')}$ содержится в $Q^{(\mu)}$ и максимальным в совокупности множеством $Q^{(\mu')}$, $\mu' \in L_j \setminus \{\mu\}$. Тогда для всякого $\mu \in L_j$ множество $Q^{(\mu)} \setminus (\bigcup_{\mu' \in L_j^{(\mu)}} Q^{(\mu')})$ состоит как раз из таких номеров i , что μ является номером основного ограничения пары (i, j) . Соответственно множество

$$T_\mu = T^{(j)} \setminus (\bigcup_{\mu' \in L_j^{(\mu)}} T^{(\mu')})$$

состоит из таких номеров i , что пары $(i, \mu), (i, \mu'), (i, \mu''), \dots, (i, \mu^{(n-1)}), (i, j)$ в качестве номеров основных ограничений имеют μ . Перейдем теперь к описанию дополнительных ограничений. Эти ограничения могут быть более или менее любыми линейными ограничениями на переменные x_{ij} . Они могут включать, например, суммарные тоннажные ограничения по тем или иным группам продукции (не учтенные в числе основных), ограничения на обслуживание тех или иных групп заказчиков (например, экспортных заказов не более заданного количества), ограничения по временной загрузке и т.д. Конкретный характер этих ограничений может меняться от задачи к задаче, что в прилагаемом ниже алгоритме связано с изменением процедуры СПОСОБ. Пример прилагаемой процедуры СПОСОБ и требования на ее любой другой вариант рассмотрены

в дальнейшем. Здесь же для нас существенно лишь то, что для каждой заявки α в предприятия j (на котором производится продукция i_α) может быть указан M -компонентный столбец $\tilde{B}_\alpha^{(j)}$ затрат на единицу продукции учитываемых в дополнительных ограничениях факторов. Если для каждого $v=1, 2, \dots, n$ и $j \in \Psi_v$ положить

$$B_\alpha^{(j)} = \frac{1}{d_v} \sum_{\alpha=d(v)}^{\alpha=(v+1)-1} d^{(\alpha)} \tilde{B}_\alpha^{(j)},$$

то группа дополнительных ограничений может быть записана в виде одного векторного неравенства:

$$\sum_{v=1}^n \sum_{j \in \Psi_v} x_{vj} B_v^{(j)} \leq b.$$

Здесь знак неравенства между столбцами означает совокупность соответствующих неравенств между компонентами.

Поскольку система ограничений имеет, как правило, не единственное решение, то для выбора одного из решений нужно принять еще некоторый показатель качества, который мы будем минимизировать. В роли такого показателя качества в приводимой программе выступает сумма затрат на транспортировку продукции и (с некоторым переходным коэффициентом ρ) затрат рабочего времени. Обозначим через $\tilde{c}_{\alpha j}$ затраты на перевозку единицы груза от j -го предприятия до станции получения, указанной в заявке α , через c_j — принятую цену времени работы j -го предприятия, а через $\lambda_i^{(j)}$ — производительность j -го предприятия по i -ой продукции. Если положить

$$c_{vj} = \frac{1}{d_v} \sum_{\alpha=d(v)}^{\alpha=(v+1)-1} d^{(\alpha)} (\tilde{c}_{\alpha j} + \rho \frac{c_j}{\lambda_i^{(j)}}),$$

то интересующий нас показатель качества будет иметь вид:

$$\sum_{v=1}^n \sum_{j \in \Psi_v} c_{vj} x_{vj}.$$

Заметим, что затраты предприятия могли бы зависеть и от номера продукции, что не изменило бы способ решения.

Для применения разработанных методов решения, как обычно, нужно свести задачу к равенствам введением вспомогательных

переменных. Мы рассмотрим, однако, более общий случай, когда каждое ограничение вводится, возможно, несоблюдя вспомогательных переменных, причем некоторые из них имеют коэффициент $+1$, а некоторые -1 . При этом на каждую вспомогательную переменную накладывается условие неотрицательности и ограничение сверху, а также присваивается свой (возможно нулевой, а возможно, и нет) коэффициент в минимизируемой форме. Нам также удобно будет изменить знак у всех ограничений, поскольку в нашей интерпретации они имеют смысл ограничений на затраты факторов. Тогда задача примет следующий вид. Требуется определить неотрицательные значения переменных x_{vj} , $j \in \Psi_v$, $v=1, 2, \dots, n$, и ξ_s , $s=1, 2, \dots, K_0$, такие, что

$$\xi_s \leq \varrho_s, \quad s=1, 2, \dots, K_0, \quad (1)$$

$$\sum_{s=1}^{K_2} \xi_s e_{\sigma_s} - \sum_{s=K_2+1}^{K_0} \xi_s e_{\sigma_s} + \sum_{v=1}^n \sum_{j \in \Psi_v} x_{vj} (-B_v^{(j)}) = b \quad (2)$$

$$\sum_{s \in S_+^{(\mu)}} \xi_s - \sum_{s \in S_-^{(\mu)}} \xi_s - \sum_{j \in T^{(\mu)}} x_{vj} = -\varphi^{(\mu)}, \quad \mu \in L_j, j=1, 2, \dots, \text{MST},$$

$$\sum_{j \in \Psi_v} x_{vj} = d_v, \quad v=1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

и достигает минимума величина

$$\sum_{s=1}^{K_0} p_s \xi_s + \sum_{v=1}^n \sum_{j \in \Psi_v} c_{vj} x_{vj}. \quad (4)$$

Здесь ξ_s , $1 \leq s \leq K_0$, - вспомогательные переменные, $S_+^{(\mu)}$ - множество номеров вспомогательных переменных с коэффициентом $+1$ в μ -ом основном ограничении (все такие переменные в дальнейшем будут иметь номера от 1 до K_1), $S_-^{(\mu)}$ - множество номеров вспомогательных переменных с коэффициентом -1 в μ -ом основном ограничении (эти переменные будут иметь номера от K_1+1 до K_2), σ_s , $K_2+1 \leq s \leq K_3$ и $K_3+1 \leq s \leq K_4$, - номер дополнительного ограничения, в котором введена вспомогательная переменная ξ_s , а e_{σ_s} - соответствующий орт (столбец из нулей с единицей на σ_s -ом месте).

Как было объявлено выше, преобразуем группу основных ограничений. Для этого из основного ограничения с номером μ

вычетом основные ограничения с номерами из множества $L^{(\mu)}$. Если положить

$$S_{\mu}^{+} = S_{+}^{(\mu)} \cup \left(\bigcup_{\mu' \in L^{(\mu)}} S_{-}^{(\mu')} \right),$$

$$S_{\mu}^{-} = S_{-}^{(\mu)} \cup \left(\bigcup_{\mu' \in L^{(\mu)}} S_{+}^{(\mu')} \right),$$

$$v_{\mu} = v^{(\mu)} - \sum_{\mu' \in L^{(\mu)}} v^{(\mu')},$$

то после такого преобразования группа основных ограничений примет вид:

$$\sum_{j \in S_{\mu}^{+}} x_j - \sum_{j \in S_{\mu}^{-}} x_j - \sum_{j \in T_{\mu}} x_j = -v_{\mu}, \mu \in L_j, j = 1, 2, \dots, \text{MCT}(5)$$

Таким образом, задача состоит в нахождении неотрицательных переменных x_j и ξ_j , удовлетворяющих условиям (1), (2), (3) и (5) и минимизирующих форму (4). Каждая переменная x_{vj} входит с коэффициентом $+1$ в одно из ограничений (3) и с коэффициентом -1 не более чем в одно из ограничений (5). Переменные ξ_j при $j = 12+1, \dots, 14$ в ограничения (3) и (5) не входят, а каждая из переменных ξ_j , $j = 1, \dots, 12$, входит в ограничения (5) не более чем дважды, причем при двукратном вхождении один раз ее коэффициент равен $+1$, а один раз -1 . Таким образом, система ограничений (3), (5) является системой транспортно-го типа, а вся задача — транспортной задачей с дополнительными ограничениями (2). Поэтому мы можем применить метод решения, предложенный в работе автора [3]. Отдельные ограничения (1) могут быть учтены обычным для линейного программирования способом.

§ 2. Задание информации

В этом параграфе мы рассмотрим, какую информацию нужно хранить для описания задачи, и укажем, какие массивы в прилагаемой программе для этого используются.

Начнем со списка заявок. Общее количество заявок обозначено через M , а количества заказанной продукции $u^{(\alpha)}$ собраны в

массив $TH[I:MI]$. Остальная информация о списке заявок собрана в целочисленном массиве $PS[I:MI, 1:4]$, состоящем из MI строк. Каждая строка этого массива имеет четыре компонента: в первой компоненте указывается номер станции получения; во второй компоненте — номер списка предприятий \mathcal{K}_α ; третья компонента строки содержит число заявок в одном заказе (в который входит эта строка); в четвертой компоненте строки указывается номер заказанной продукции. Необходимость хранения числа заявок в заказе обусловлена тем, что в прилагаемой программе не хранится словарь начал α (\vee) и нумерация потребителей ведется не подряд, а по номерам первых заявок их заказов. В некоторых случаях такое решение может оказаться неприемлемым, поэтому в конце статьи будут сделаны соответствующие указания об изменении способа нумерации потребителей.

Правые части ограничений (2) и (5), точнее, столбец b и числа v_μ , $\mu \in L_j$, $j = 1, \dots, MST$, задаются соответственно в массивах $POG[I:M]$ и $PTH[I:MO]$. Обращаем внимание, что в последнем массиве должны быть заданы не исходные числа $v^{(H)}$, а полученные после преобразования основных ограничений v_μ . Вещественный массив $CTR[I:MC, 1:MP]$ содержит стоимости перевозки единицы груза между станциями отправления и получения, причем MP — общее число станций получения, MC — число станций отправления. Номер станции отправления каждого предприятия указан в целочисленном массиве $COT[I:MST]$. Цена рабочего времени c_j , помноженная на коэффициент ρ_j , для j -го предприятия указана в соответствующей компоненте массива $CG[I:MST]$. Логический массив $IM[0:MAC, 1:MST]$ содержит информацию о списках θ_α , именно, если на j -ом месте в \mathcal{K} -ой строке этого массива стоит ИСТИНА, то j -ое предприятие входит в список θ_α , если же стоит ЛОЖЬ, то не входит.

Правые части ограничений (1) и коэффициенты ρ_j в минимизируемой форме задаются, соответственно, в массивах $D[I:K4]$ и $QOP[I:K4]$, номера же σ_j основных и дополнительных ограничений, к которым относится соответствующая вспомогательная переменная, собраны в целочисленный массив $NK[I:K4]$. При этом компоненты с 1-ой по $K2$ -ую содержат номера основных ограничений, а компоненты с $K2+1$ -ой по $K4$ -ую — номера дополнительных ограничений. Кроме того, некоторые вспомогательные переменные при $j = 1, \dots, K2$ могут входить не только в основное ограниче-

ние с номером σ_3 , но и еще в одно (поскольку при преобразовании основных ограничений мы их вычитали одно из другого) с противоположным по знаку коэффициентом. Чтобы уметь определить номер этого второго ограничения по номеру σ_3 , введен массив $НГ[1:М0]$, где для каждого номера основного ограничения μ' указан номер μ , при котором $\mu' \in L^{(\mu)}$. Если такого μ нет (и, следовательно, множество $Q^{(\mu')}$ максимально в своей группе), то в компоненте μ' массива $НГ$ указан ноль.

Перейдем теперь к описанию информации о предприятиях. Прежде всего, вместо задания множеств $Q_j^{(a)}$ нам удобнее для каждого вида продукции указать перечень предприятий, ее производящих. Именно, пусть задан перечень пар (i_k, j_k) , $k=1, 2, \dots, МП$, свидетельствующих, что предприятие j_k производит продукцию i_k . Мы предположим, что эти пары упорядочены лексикографически, то есть в порядке возрастания номеров i_k , а в пределах одинаковых первых компонент — в порядке возрастания номеров j_k . Номера j_k (в указанном выше порядке) образуют массив $СТ[1:МП]$. Что касается номеров i_k , то вместо их хранения введен массив начал $СОП[1:МСОП+1]$, $i+1$ -ая компонента которого содержит номер последней пары (i_k, j_k) , для которой $i_k = i$. Первая компонента этого массива должна быть нулевой. Производительности, соответствующие парам (i_k, j_k) , собраны в массив $ПР[1:МП]$. В том же порядке, в каком расположены компоненты в массивах $СТ$ и $ПР$, в массиве $НОГ[1:МП]$ заданы номера основных ограничений для пар (i_k, j_k) . При этом, однако, оказалось удобным основные ограничения на одном предприятии занумеровать подряд, номер первого основного ограничения запомнить в соответствующей компоненте массива $НОС[1:МСТ]$, а в массиве $НОГ$ указывать лишь поправки: разность между номером основного ограничения и номером первого основного ограничения на данном предприятии. При этом если номер основного ограничения равен нулю (то есть соответствующий вид продукции на данном предприятии не входит в основные ограничения), то в массиве $НОГ$ на надлежащем месте окажется отрицательное число, которое может быть любым (например, повсюду в таких местах можно оставлять -1).

Нам осталось описать задание дополнительных ограничений. Как уже говорилось, здесь имеется значительный произвол, и мы опишем лишь один из возможных вариантов — тот, который реали-

зован в приводимой процедуре СПОСОБ. Прежде всего, на каждом предприятии могут быть введены два "именных" ограничения: ограничение по времени на производство продукции и ограничение (в тоннах) на загрузку предприятия потребителями, требующим прикрепления по списку I (условно, экспорт). Учитывается или не учитывается на данном предприятии каждое из этих именных ограничений, отражено в логическом массиве ПД[I:MCT,I:2].

ИСТИНА в первой компоненте j -ой строки этого массива свидетельствует об учете ограничений по времени на j -ом предприятии, а ИСТИНА во второй компоненте — об учете ограничения по экспорту. Кроме этих ограничений, в рассматриваемом варианте допускается ряд тоннажных ограничений на группы видов продукции. На каждом предприятии таких ограничений может быть разное число. Мы обозначим через МД — наибольшее возможное число таких ограничений на одном предприятии. Если ограничения в пределах одного предприятия переenumerовать, то их можно задать логической шкалой длины МД при каждой паре (i_k, j_k) , в которой символом ИСТИНА отмечены те пары, для которых продукция участвует в соответствующем ограничении на предприятии j_k . Эта шкала, имеющая столько строк, сколько пар (i_k, j_k) в их общем списке, задается в массиве ДОП[I:МП,I:МД]. Кроме того, в массиве ПД[I:MCT] указано число таких тоннажных ограничений на каждом из предприятий. Наконец, в массиве НД[I:MCT] указаны номера (в общем списке) первых дополнительных ограничений для каждого предприятия. Так что если в j -ой компоненте массива НД указан номер h , то это значит, что все дополнительные ограничения, относящиеся к j -му предприятию, имеют номера, начиная с h , причем сначала следуют именные ограничения (если они предусмотрены шкалой ПД), а затем тоннажные дополнительные ограничения.

В заключение этого параграфа рассмотрим пример на задание информации об ограничениях на предприятиях. Способ задания остатальной информации, видимо, достаточно ясен.

Пусть рассматривается МСТ=4 предприятия, производящих МСОР=8 видов продукции. В табл. I знаком + для каждого предприятия отмечены виды продукции, которые на нем производятся. Предположим, что на 1-ом и 3-ем предприятиях мы будем учитывать ограничение по времени, а на 3-ем и 4-ом — ограничение по экспорту. Кроме того, на 2-ом и 4-ом предприятиях заданы огра-

нижения на общий тоннаж продукции. Помимо этих ограничений заданы тоннажные ограничения на группы продукции, приведенные в табл. 2.

Таблица 1.

продукция предприятие	1	2	3	4	5	6	7	8
1	+		+	+			+	+
2		+	+		+		+	
3	+		+	+	+	+		+
4		+		+		+		+

При таком наборе ограничений мы можем в качестве основных ограничений выбрать следующие. На первом предприятии - ограничение 1 в табл. 2 ($Q^{(1)} = \{1; 4; 7\}$). На втором предприятии - ограничения на суммарный тоннаж, а также ограничения 2 и 3 в табл. 2 ($Q^{(2)} = \{2; 3; 5; 7\}$, $Q^{(3)} = \{2; 3\}$, $Q^{(4)} = \{5; 7\}$). На третьем предприятии - ограничения 5 и 6 в табл. 2 ($Q^{(5)} = \{1; 3; 5; 6\}$, $Q^{(6)} = \{3; 6\}$). На четвертом предприятии - ограничение

Таблица 2.

№ ограничения	№ предприятия	список № продукции	примечание
1	1	1; 4; 7;	осн.
2	2	2; 3;	осн.
3	2	5; 7;	осн.
4	2	3; 5;	доп.
5	3	1; 3; 5, 6;	осн.
6	3	3; 6;	осн.
7	4	2; 4;	осн.
8	4	2; 6;	доп.
9	4	6; 8;	доп.

на суммарный тоннаж и ограничение 7 в табл. 2 ($Q^{(7)} = \{2; 4; 6; 8\}$, $Q^{(8)} = \{2; 4\}$). Таким образом, число основных ограничений $MO=8$, причем масса НОС имеет следующее содержание:

1	2	5	7
---	---	---	---

Шкала учета именных дополнительных ограничений ИД в нашем случае будет иметь следующий вид:

1	0
0	0
1	1
0	1

где 1 обозначает ИСТИНУ, а 0 - ЛОЖЬ. Тоннажные дополнительные ограничения у нас остались на 2-ом и 4-ом предприятиях. Это ограничения 4, 8 и 9 в табл.2. Таким образом, максимальное число этих ограничений ИД=2, причем всего дополнительных ограничений М=7: одно на 1-ом предприятии, одно на втором, два на третьем и три на четвертом предприятии. Так что массив ИД будет иметь вид:

1	2	3	5
---	---	---	---

Если сосчитать число тоннажных дополнительных ограничений, то получим следующее содержание массива ПД:

0	1	0	2
---	---	---	---

Массивы СТ, НОГ и ДОП приведены в табл. 3.

Таблица 3.

Номер продукции	1	2	3	4	5	6	7	8
СТ	1 3	2 4	1 2 3	1 3 4	2 3	3 4	1 2	1 3 4
НОГ	0 0	1 1	-1 1 1	0 -1 1	2 0	1 0	0 2	-1 -1 0
ДОП	0 0	0 1	0 1 0	0 0 0	1 0	0 1	0 0	0 0 0
	0 0	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 1	0 0	0 0 1

Наконец, массивы СОР и НГ будут следующими

СОР	0	2	4	7	10	12	14	16	19
-----	---	---	---	---	----	----	----	----	----

НГ	0	0	2	2	0	5	0	7
----	---	---	---	---	---	---	---	---

Отметим также, что если правые части основных ограничений были $\nu^{(1)}, \nu^{(2)}, \dots, \nu^{(8)}$, то в качестве компонент массива ПТН следует взять в нашем случае:

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \nu^{(1)}, \quad \nu_2 = \nu^{(2)} - \nu^{(3)} - \nu^{(4)}, \quad \nu_3 = \nu^{(2)}, \quad \nu_4 = \nu^{(4)}, \\ \nu_5 &= \nu^{(3)} - \nu^{(6)}, \quad \nu_6 = \nu^{(6)}, \quad \nu_7 = \nu^{(7)} - \nu^{(8)}, \quad \nu_8 = \nu^{(8)}. \end{aligned}$$

§ 3. Описание программы

Здесь мы дадим некоторые пояснения к программе и установим соответствие между ее блоками и частями метода, описанного в [3]. При этом, как было сказано ранее, нам придется иногда ссылаться на обозначения этой работы. Такими обозначениями являются $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2, \mathcal{K}_3, i(k), j(k), H_x, h^0$.

Прежде всего опишем расположение информации к началу очередного шага. Информация о множестве \mathcal{K}_3 расположена в массиве $\Gamma[1:M]$ (часть компонент этого массива не используется в связи с принятой несплошной нумерацией потребителей). В этом массиве для каждого потребителя указан номер предприятия, к которому он в данный момент прикреплен. Исключение составляют те потребители, заказ которых на данном шаге раздробился между двумя или более предприятиями (таких не более $M+10$). Для этих потребителей в соответствующих компонентах массива Γ стоят нули, а информация о них, а также о множествах \mathcal{K}_2 и \mathcal{K} , сосредоточена в одномерных массивах $\Gamma, \Pi, \Lambda, H, X$, и Ω , имеющих размеры $[0:33]$, а также в двумерном массиве $B[0:33, 1:10]$. Смысл параметров 33 и 10 следующий. Столбцы $(-B_j^{(p)})$ имеют ненулевые компоненты лишь в пределах номеров дополнительных ограничений, относящихся к предприятию j . Поэтому можно хранить в памяти лишь определенный кусок столбца $(-B_j^{(p)})$ и количество опущенных перед этим куском нулей. Параметр 10 задает наибольшую длину хранимого куска столбцов $(-B_j^{(p)})$. В качестве 10 можно взять наибольшее число дополнительных ограничений (именных и тоннажных) на одном предприятии. Одна строка массива B как раз предназначена для хранения части какого-нибудь столбца $(-B_j^{(p)})$, а поправка к началу (число опущенных предшествующих нулей) хранится

при этом в соответствующей компоненте массива Π . Параметр же $\mathfrak{E}\mathfrak{E}$ равен $2(MO+M)+1$, поскольку максимально возможное число базисных переменных, не отраженных в массиве Γ , равно $2(MO+M)$, и еще два места могут понадобиться для вводимой в число базисных переменных.

В процессе вычислений порядок расположения информации о базисных переменных шаг от шага меняется. Чтобы избежать многочисленных пересылок, заведен массив $POP[0:\mathfrak{E}\mathfrak{E}]$, указывающий должный порядок следования компонент остальных массивов. При необходимых перестановках изменяется лишь порядок в массиве POP . Ниже, говоря о месте компоненты в массивах ΓP , Π , L , N , X , \mathfrak{C} , B , а также логического массива $\mathfrak{M}2$ и вспомогательных массивов KP и KPO , мы будем всегда иметь в виду их перестановку в соответствии с содержанием массива POP .

Опишем теперь назначение перечисленных массивов. Логический массив $\mathfrak{M}2$ отмечает символом ИСТИНА информацию о вспомогательных переменных \mathfrak{E}_j и символом ЛОЖЬ информацию об основных переменных x_{vj} . Это необходимо в связи с тем, что массивы Π и ΓP для этих групп переменных используются различно. Массивы X и \mathfrak{C} хранят, соответственно, значения переменных и коэффициенты минимизируемой функции. Массивы N и B содержат информацию о столбцах $(-B_j^{(0)})$, как было описано выше. Массив L для всех переменных хранит номер основного ограничения (5), в которое эта переменная входит с коэффициентом -1 . Для вспомогательных переменных массив Π хранит номер основного ограничения, в которое переменная входит со знаком плюс, а массив ΓP — номер вспомогательной переменной. Как в массиве L , так и в массиве Π , стоит ноль, если соответствующего основного ограничения нет. Для основных переменных x_{vj} в массиве Π хранится номер j предприятия, к которому эта переменная относится. Что же касается массива ΓP , то его использование в этом случае может быть различным. На местах с 1 по $\mathfrak{E}I=MO+M+1$ стоит информация о переменных с номерами из \mathcal{K}_1 , для которых в массиве Γ стоят нули (ниже эти переменные называются главными). В этой части массива ΓP содержится номер потребителя. На нулевом месте стоит информация о переменной, вводимой в число базисных, на местах с $\mathfrak{E}I+1$ до $\mathfrak{E}2=\mathfrak{E}I+MO$ стоит информация о переменных с номерами из \mathcal{K}_2 , а на местах с $\mathfrak{E}2+1$ до $\mathfrak{E}\mathfrak{E}$ — с номерами из \mathcal{K}_3 . Во всех этих случаях в соответствующих компонентах массива ΓP (для основных

переменных) отомт истинное (без учета ПОР) место информации о главной переменной, относящейся к тому же потребителю. Массив КР служит для коэффициентов разложения по базису, а массив КРО-вспомогательный.

Нужно заметить, что места с I по ЭI могут быть заняты не полностью. Неиспользованные места отмечаются нулем в массиве ГР. Кроме того, среди переменных могут встречаться фиктивные переменные, не фигурирующие в постановке задачи, а использованные при начале счета. Такие переменные (они могут стоять лишь на местах с ЭI+1 до ЭЭ) идентифицируются тем, что в шкале И2 для них стоит ИСТИНА, а в массиве ГР - ноль.

Остальные используемые массивы имеют следующий смысл. Шкала ШО[I:MO] в компоненте с номером τ имеет символ ЛОАБ, если номер на месте ЭI+ τ в массиве Л (номер $i(\beta\tau)$ в обозначениях статьи [3]) является нижним, и символ ИСТИНА в противном случае. Логический массив Ш[I:K4] служит для отметки тех вспомогательных переменных, которые не входят в число базисных и вышли на свою верхнюю границу. Массив У[I:M+D-1] содержит оценки дополнительных ограничений, а массив УО[0:MO] - оценки основных ограничений. Лишние компоненты в массиве У (в количестве D-1 штук) заведены для удобства его умножения на строки массива В, а нулевая компонента массива УО содержит ноль. Двумерный массив А[I:M,I:M] предназначен для хранения матрицы А. Массивы АО, ВI, И, ПЕЧ, КН, и КК - рабочие. Массивы КН и КК предназначены для поиска элементов множеств Ψ_j , и их длина {0:ПАК} должна быть не меньше чем наибольшее количество заявок у одного потребителя.

В программе еще встречаются неописанные параметры. Параметр БЕСК обозначает достаточно большое число, большее нуля. Не следует, однако, брать его близким к наибольшему возможному в машине числу, так как это может привести к переполнению разрядной сетки. Параметр НАРЗ указывает желаемую точность выполнения условий оптимальности. Параметр НАР2 задает наименьшее число итераций на просмотре всех переменных, при котором еще не происходит дробление барьера Б, показывающего какой величины невязки в условиях оптимальности на данной стадии расчета принимаются во внимание.

Опишем теперь коротко основные части программы. Процедура СПОСОБ по номеру СО потребителя и номеру ПI предприятия форми-

рует в ячейках II, III, IV и массиве VI информацию о соответствующей переменной в том виде, в каком она хранится в массивах I, II, III и IV. Одновременно в ячейке III накапливается суммарный тоннаж заказа. Помимо указанных двух аргументов перед работой процедуры в ячейке C8 должно быть число заявок потребителя, уменьшенное на единицу.

Процедура МАКС для потребителя $V=CO$ находит номер предприятия P2, для которого невязка в условиях оптимальности максимальна. При этом перед началом работы в ячейке C8 должно быть число заявок, уменьшенное на единицу, а в ячейке C2 — номер списка предприятий (напомним, что списки предприятий нумеруются с нуля). Оценки основных и дополнительных ограничений находятся, соответственно, в массивах U0 и U, а оценка ограничения (3) рассматриваемого потребителя — в ячейке K. Одновременно с номером предприятия P2 в ячейке CM получается максимальная невязка.

Процедура ПРОСМОТР осуществляет проверку условий оптимальности и обращение к процедуре ИТЕРАЦИЯ при обнаружении невязки, превышающей барьер Б. В первой части процедуры производится проверка условий оптимальности на вспомогательных переменных, во второй части — на основных переменных. Из этой процедуры выделены повторяющиеся куски: процедура OPT и процедура ВАСЫЛКА. Часть процедуры ПРОСМОТР, касающаяся основных переменных, на свободное место с I по JI выбирает (если нужно) информацию о главной переменной для потребителя, у которого обнаружено нарушение условия оптимальности.

Процедура ИТЕРАЦИЯ осуществляет один шаг метода последовательного улучшения допустимого решения. Она подготавливает и производит обращение к процедурам РАЗЛ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ и УПОРЯДОЧЕНИЕ, а также находит переменную, выходящую из числа базисных. При этом среди базисных переменных, обращающихся одновременно в ноль, выбирается та, которой соответствует наибольший по абсолютной величине коэффициент разложения. Такая предосторожность принята, чтобы избежать потери точности при возникновении ситуации вырождения, когда среди базисных переменных встречаются нули.

Процедура РАЗЛ находит коэффициенты разложения тройки векторов из $R^l \times R^m \times R^n$ (в обозначениях [3]) по базису. При этом компоненты вектора из R^l (столбец, соответствующий дополни-

тельными ограничениями) заданы в $AO[1:M]$, а компоненты вектора из R^n (столбец, соответствующий основным ограничениям) — в $Y[1:MO]$ (нулевая компонента массива Y равна нулю). Третий вектор (из R^n) считается нулевым. Поскольку раскладывается тройка с нулевым третьим вектором, то отличными от нуля окажутся лишь коэффициенты, соответствующие переменным, информация о которых выбрана на поля J, P, \dots . Найденные коэффициенты располагаются в массиве KP . Попутно в массиве KPO на местах с I по 32 оказываются коэффициенты разложения вектора, заданного в массиве Y (то есть части тройки, соответствующей основным ограничениям) по столбцам базиса транспортной подзадачи (в обозначениях [3] — это коэффициенты разложения по столбцам V_k , $k \in K_2 \cup K_3$; для случая разложения столбца H_x — это коэффициенты h^*).

Процедура ПРЕОБРАЗОВАНИЕ реализует различные случаи изменения информации о базисных переменных и подправку обратной матрицы, как это описано в [3]. Процедура УПОРЯДОЧЕНИЕ вычисляет новые значения оценок основных ограничений и одновременно упорядочивает множество K_2 . При этом после работы процедуры ПРЕОБРАЗОВАНИЕ в ячейке KO стоит ноль, если в множестве K_2 не было замены элемента, и адрес замененного элемента — в противном случае. Процедура Ф2 выделена из процедуры УПОРЯДОЧЕНИЕ, так как используется в двух вариантах.

Процедура Ф1 в стандартных ячейках вычисляет номера $i(k)$ и $j(k)$ (см. [3]). Процедура Ф0 производит начальное заполнение массивов, а процедура ПЕЧАТЬ выводит результат. При этом сначала выводятся с полей основные переменные, причем каждой переменной соответствуют три числа: номер потребителя, номер предприятия, количество тонн. Затем выводится последнее значение сарьера, массив Γ (то есть список номеров предприятий для заказчиков, прикрепленных целиком к одному предприятию), оценки дополнительных и основных ограничений (точнее, массивы U и UO), а также шкала M , в которой указано, какие из вспомогательных переменных оказались на своем верхнем пределе. После этого выводится информация о базисных вспомогательных переменных. Для каждой переменной печатается: номер ограничения, куда она входит со знаком минус, номер ограничения, куда она входит со знаком плюс, и величина переменной. Номера дополнительных ограничений увеличены на MO .

Нижне приведена программа, записанная на входном языке АЛБЛ.

начало цели P, PO, PI, P2, P8, C, CO, C2, C8, C4, K, KO, KI,
K2, K8, T, LI, PI, NI, CMT, CMTI; вещественный X, XO, XI, X2,
X3, X4, X5, CI, CM, B, E; логический HI, HB; целый массив
P3[I:MI, I:4], COT, NOS, PD, HD[I:MST], ST, HOG[I:MP],
COP[I:MCOP+I], PORI, HG[I:MO], HK[I:K4], KH, KK[O:PAK], G[I:MI],
POR, GP, P, A, H[O:98]; вещественный массив TH[I:MI],
CTP[I:MC, I:MP], PR[I:MP], ЦГ[I:MST], Д ЦОР[I:K4], ПОГ[I:M],
ПТН[I:MO], У, АО[I:M+K-1], В1[I:K], А[I:M, I:M], УО, H[O:MO],
З[O:98, I:K], X, Ц, КР, КРО[O:98], ПЕЧ[I:3]; логический массив
HM[O:MAC, I:MST], DON[I:MP, I:MD], HD[I:MST, I:2], M[I:K4],
MO[I:MO], M2[O:98];

процедура СПОСОБ; начало

для P:=I шаг I до K цикл В1[P]:=O; CI:=XI:=O;
для C:=CO шаг I до CO+C8 цикл начало C4:=P3[C, 4]; K:=PD[PI];
для P:=COP[C4]+I шаг I до COP[C4+I] цикл если ST[P]=HI то на Я,
Я: X2:=TH[C]; CI:=CI+(CTP[COT[PI], P3[C, I]]+ЦГ[PI]-PR[P])xX2;
для P3:=I шаг I до K цикл если DON[P, P3] то В1[P3]:=В1[P3]-X2;
если HD[PI, I] то начало K:=K+1; В1[K]:=В1[K]-X2-PR[P] конец;
если HD[PI, 2]&P3[C, 2]=I то В1[K+I]:=В1[K+I]-X2; XI:=XI+X2 конец;
если HOG[P]<O то LI:=O иначе LI:=NOS[PI]+HOG[P]; NI:=HD[PI]-I;
CI:=CI-XI; для P:=I шаг I до K цикл В1[P]:=В1[P]-XI конец;

процедура МАКС; начало

PI:=I; CM:=-БЕСК; для P:=O шаг I до C8 цикл начало
C4:=P3[CO+P, 4]; KH[P]:=COP[C4]+I; KK[P]:=COP[C4+I] конец;
Я: K:=O; для P:=O шаг I до C8 цикл начало
ЯО: если ST[KH[P]]>PI то начало PI:=ST[KH[P]]; K:=I конец;
если ST[KH[P]]<PI то начало KH[P]:=KH[P]+I; если KH[P]>KK[P]
то на ЯI; на ЯО конец конец; если K=I то на Я; если HM[C2, PI]
то начало СПОСОБ; X3:=X-УО[LI]-CI; для P:=I шаг I до K цикл
X3:=X3+У[HI+P]xВ1[P]; если X3>CM то начало CM:=X3;
P2:=PI конец конец; PI:=PI+I; на Я; ЯI: конец;

процедура ПРОСМОТР; начало

CO:=O; NO: C8:=O; для P:=I шаг I до K цикл В1[P]:=O; NI:=O;
HI:=истина; для T:=I шаг I до K2 цикл начало PI:=HK[T];

$Л1 := НГ[П1]$; если $T > Л1$ то начало $P := Л1$; $Л1 := П1$; $П1 := P_{конеч}$;
 $ОПТ$ конец; $Л1 := П1 := 0$; $В1[1] := 1$; для $T := Л2 + 1$ шаг 1 до $М4$ цикл
начало $Л1 := НГ[T] - 1$; если $T = М8 + 1$ то $В1[1] := -1$; $ОПТ$ конец;
если $СЗ = 1$ то на $Я0$; $П1 := дождь$;
 $Я: CO := CO + 1$; $С2 := ПЗ[CO, 2]$; $СЗ := ПЗ[CO, 3] - 1$; $П1 := Г[CO]$; $КО := -1$;
 $P := 0$; $ЯЯ: если$ $П1 = 0$ то начало $P := P + 1$; $КО := ПОР[P]$; если $ГР[КО] = CO$
то $П1 := П[КО]$; на $ЯЯ$ конец; $РО := П1$; $СПОСОБ; К := П1 + У0[Л1]$;
для $P := 1$ шаг 1 до $В$ цикл $К := К - У[Н1 + P] \times В1[P]$; $МАКС$; если $СМ > Б$ то
начало если $КО = -1$ то начало для $P := 1$ шаг 1 до $З1$ цикл
начало $КО := ПОР[P]$; если $ГР[КО] = 0$ то на $Я1$ конец; $Я1: П1 := РО$;
 $СПОСОБ; К := КО$; $ЗАСЫЛКА; X[K] := П1$; $ГР[K] := CO$; $Г[CO] := 0$ конец;
 $ГР[ПОР[0]] := КО$; $П1 := P2$; $СПОСОБ; К := ПОР[0]$; $X[K] := 0$; $ЗАСЫЛКА$;
 $Б := БЕСК$; $ИТЕРАЦИЯ$ конец; $CO := CO + СЗ$; если $CO < М1$ то на $Я$ конец;

процедура ОПТ; начало

$К := ПОР[0]$; $П1 := ПОР[T]$; $СМ := У0[П1] - У0[Л1] - П1 + В1[1] \times У[Н1 + 1]$;
 $X[K] := 0$; $Б := БЕСК$; $Л2 := СМ$; если $В[T]$ то начало
 $X[K] := Л[T]$; $Б := БЕСК$; $Л2 := -Л2$ конец; если $Л2 > Б$ то начало
 $СЗ := 1$; $ГР[K] := T$; $ЗАСЫЛКА$; $В[T] := дождь$; $ИТЕРАЦИЯ$ конец конец;

процедура ЗАСЫЛКА; начало

$Ц[K] := П1$; $Н[K] := Н1$; $Л2[K] := П1$; $П[K] := П1$; $Л[K] := Л1$;
для $P := 1$ шаг 1 до $В$ цикл $В[K, P] := В1[P]$ конец;

процедура ИТЕРАЦИЯ; начало

$СИТ := СИТ + 1$; $СИТ1 := СИТ1 + 1$; для $P := 1$ шаг 1 до $М$ цикл $АО[P] := 0$
для $P := 0$ шаг 1 до $М0$ цикл $М[P] := 0$; $М[Л1] := -1$; если $П1$ то
 $М[П1] := 1$ иначе начало $К := ГР[ПОР[0]]$; $М[Л[K]] := М[Л[K]] + 1$;
для $P := 1$ шаг 1 до $В$ цикл $АО[Н[K] + P] := -В[K, P]$ конец;
для $P := 1$ шаг 1 до $В$ цикл $АО[Н1 + P] := АО[Н1 + P] + В1[P]$; $РАЗН$;
если $РАЗН$ то начало $К := ГР[ПОР[0]]$; $КР[K] := КР[K] + 1$ конец;
 $КР[ПОР[0]] := -1$; $РО := 0$; $Л2 := 0$; для $P := 0$ шаг 1 до $ЗЗ$ цикл начало
 $К := ПОР[P]$; $ЛЗ := X[K] - КР[K] \times Б$; $Л4 := abs(КР[K]) - abs(Л2)$;
если $Л2[K] \& ГР[K] \neq 0$ то начало $Л5 := Л[ГР[K]]$;
если $ЛЗ < Л5$ то на $Я2$;
если $ЛЗ > Л5$ то на $Я1$; если $Л4 \leq 0$ то на $Я5$;
 $Я1: Б := (X[K] - Л5) / КР[K]$; $ЛЗ := истина$; на $Я4$ конец;
 $Я2: если$ $ЛЗ > 0$ то на $Я5$; если $ЛЗ < 0$ то на $Я3$;
если $Л4 \leq 0$ то на $Я5$;
 $Я3: Б := X[K] / КР[K]$; $ЛЗ := дождь$; $Я4: РО := P$; $Л2 := КР[K]$; $Я5: конец$;

если E=БЕСК то на АВ; для R:=0 шаг I до 32 цикл начало
 $X[R] := X[R] - EX[R]$; если $X[R] < 0$ то $X[R] := 0$;
 если $M2[R] \& GR[R] \neq 0$ то начало K5:=A[GR[R]];
 если $X[R] > K5$ то $X[R] := K5$ конец конец;
 $K := ПОР[RO]$; если M3 то A[GR[K]]:=ИСТИНА; если RO=0 то на Я;
 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ; УПОРЯДОЧЕНИЕ; Я: Ю:=Ю+СМХЕ конец;

процедура РАЗЯ; начало

для R:=0 шаг I до 32 цикл начало $KR[R] := KPO[R] := 0$ конец;
 для R:=32 шаг -I до 31+I цикл начало ΦI ; если $\Phi O[R-31]$ то
 начало $KPO[K] := M[K2]$; $M[K1] := M[K1] + M[K2]$ конец иначе
 начало $KPO[K] := -M[K1]$; $M[K2] := M[K1] + M[K2]$ конец;
 если ~~по~~ M2[K] то $KPO[K3] := KPO[K3] - KPO[K]$ конец; для RI:=I шаг I
 до 32 цикл начало K:=ПОР[RI]; для R:=I шаг I до Ю цикл
 $AO[M[K]+R] := AO[M[K]+R] - KPO[K] \cdot XB[K, R]$ конец;
 для RI:=I шаг I до M цикл начало K:=ПОР[RI+32];
 для R:=I шаг I до M цикл $KR[K] := KR[K] + A[RI, R] \cdot AO[R]$ конец;
 для R:=0 шаг I до MO цикл $M[R] := 0$; для R:=32+I шаг I до 38 цикл
 начало ΦI ; $M[K1] := M[K1] + KR[K]$; $M[K2] := M[K2] - KR[K]$ конец;
 для R:=32 шаг -I до 31+I цикл начало ΦI ; если $\Phi O[R-31]$ то
 начало $KR[K] := KPO[K] + M[K2]$; $M[K1] := M[K2] + M[K1]$ конец иначе
 начало $KR[K] := KPO[K] - M[K1]$; $M[K2] := M[K2] + M[K1]$ конец конец;
 для R:=31+I шаг I до 33 цикл начало ΦI ; если ~~по~~ M2[K] то
 $KR[K3] := KR[K3] - KR[K]$ конец конец;

процедура ПРЕОБРАЗОВАНИЕ; начало

KO:=0; P3:=ПОР[PO]; если PO<31 то начало
 для R:=31+I шаг I до 33 цикл начало K:=ПОР[R]; если M2[K] то
 на Я; если GR[K]=P3 то на Я1; Я: конец; G[CO]:=П[ПОР[O]];
 $GR[P3] := 0$; на Я8; Я1: ПОР[R]:=P3; ПОР[PO]:=K; PO:=P;
 если $P \leq 32$ то $\Phi O[R-31] := \text{по}$ $\Phi O[R-31]$;
 $GR[K] := GR[P3]$; $GR[P3] := K$; если M2[ПОР[O]] то на Я2;
 если $GR[ПОР[O]] = P3$ то $GR[ПОР[O]] := K$;
 Я2: для R:=PO+I шаг I до 33 цикл начало K1:=ПОР[R];
 если M2[K1] то на Я3; если GR[K1]=P3 то GR[K1]:=K; Я3: конец;
 если $PO > 32$ то начало для R:=I шаг I до M цикл $AO[R] := 0$;
 для R:=32+I шаг I до 33 цикл начало K:=ПОР[R]; если M2[K] то
 на Я4; если GR[K]=GR[P3] то для RI:=I шаг I до M цикл
 $AO[R1] := AO[R1] + A[P-32, RI]$; Я4: конец;

для $P:=1$ шаг 1 до M цикл $A[P-32, P] := A[P]$ конец конец;
 если $P0 < 32$ то начало $K0 := P0$; для $P := 0$ шаг 1 до $M0$ цикл $M[P] := 0$;
 $M[P0-31] := 1$; для $P := 31+1$ шаг 1 до 32 цикл начало $\Phi 1$;
 если $M0[P-31]$ то $Y0[K2] := Y0[K1] + M[P-31]$ иначе
 $Y0[K1] := Y0[K2] - M[P-31]$ конец; для $P := 32+1$ шаг 1 до 33 цикл
 начало $\Phi 1$; $KPO[K] := Y0[K2] - Y0[K1]$ конец;
 для $P := 1$ шаг 1 до M цикл $A0[P] := 0$; для $P := 1$ шаг 1 до M цикл
 начало $K := \text{ПОР}[P+32]$; для $P1 := 1$ шаг 1 до M цикл $A0[P1] :=$
 $A0[P1] - KPO[K] \times A[P, P1]$ конец; если $KPO[P3] \neq 0$ то на Я6;
 для $P := 32+1$ шаг 1 до 33 цикл начало $K := \text{ПОР}[P]$; если $KPO[K] \neq 0$ то
 на Я5 конец; Я5: для $P1 := 1$ шаг 1 до M цикл $A[P-32, P1] := A0[P1]$;
 $\text{ПОР}[P] := P3$; $\text{ПОР}[P0] := K$; $P0 := P$ конец; $KP[P3] := K2-1$;
 для $P := 1$ шаг 1 до M цикл $A0[P] := A[P0-32, P]$;
 Я6: $K3 := SM/K2$; для $P := 1$ шаг 1 до M цикл начало $K := \text{ПОР}[P+32]$;
 $K4 := KP[K] \sim K2$; $Y[P] := Y[P] - K3 \times A0[P]$; для $P1 := 1$ шаг 1 до M цикл
 $A[P, P1] := A[P, P1] - K4 \times A0[P1]$ конец; $\text{ПОР}[P0] := \text{ПОР}[0]$; $\text{ПОР}[0] := P3$;
 если $M2[P3]$ то на Я8; $P3 := \text{ГР}[P3]$; для $P := 31+1$ шаг 1 до 33 цикл
 начало $K := \text{ПОР}[P]$; если $M2[K]$ то на Я7; если $\text{ГР}[K] = P3$ то на Я8;
 Я7: конец; $\text{Г}[\text{ГР}[P3]] := \text{П}[P3]$; $\text{ГР}[P3] := 0$; Я8: конец;

процедура УПОРЯДОЧЕНИЕ; начало

$P3 := 1$; для $P := 1$ шаг 1 до 32 цикл начало $K := \text{ПОР}[P]$; $KP[K] := L[K]$;
 для $P1 := 1$ шаг 1 до M цикл $KP[K] := KP[K] - B[K, P1] \times Y[M[K]+P1]$ конец;
 $M[0] := 1$; для $P := 31+1$ шаг 1 до 32 цикл начало $K := \text{ПОР}[P]$;
 если $M2[K]$ то на Я; $KP[K] := KP[K] - KP[\text{ГР}[K]]$; Я: $M[P-31] := 0$ конец;
 для $P := 31+1$ шаг 1 до 32 цикл $\Phi 2$; если $K0 \neq 0$ то начало $P := K0$; $\Phi 2$;
 для $P := 32$ шаг -1 до 31+1 цикл $\Phi 2$; для $P := 31+1$ шаг 1 до 32 цикл
 начало $\Phi 2$; $\text{ПОР}[P] := \text{ПОР}[P-31]$ конец конец конец;

процедура $\Phi 1$; начало

$K := \text{ПОР}[P]$; $K3 := \text{ГР}[K]$; если $M2[K]$ то $K2 := \text{П}[K]$ иначе
 $K2 := L[K3]$; $K1 := L[K]$ конец;

процедура $\Phi 2$; начало

$\Phi 1$; если $M[K2] \neq M[K1]$ то начало если $M[K2] = 1$ то
 начало $Y0[K1] := Y0[K2] - KP[K]$; $M0[P3] := \text{ложь}$; $M[K1] := 1$ конец иначе
 начало $Y0[K2] := Y0[K1] + KP[K]$; $M0[P3] := \text{истина}$; $M[K2] := 1$ конец;
 $\text{ПОР}[P3] := K$; $P3 := P3+1$ конец конец;

процедура Ф0; начало

ВВОД(ТН, ПЗ, ЦТР, СОТ, ПР, СТ, НОГ, СОР, НОС, НД, ПД);
Я: ВВОД(ЦГ, НГ, НК, ЦОР, Д, ПОГ, ПТН, ДОП, МД, НМ);
для Р:=1 шаг 1 до М цикл начало для Р1:=1 шаг 1 до М цикл
А{Р,Р1}:=0; А0{Р}:=У{Р}:=0 конец; для Р:=0 шаг 1 до МО цикл
И{Р}:=У0{Р}:=0; для Р1:=0 шаг 1 до ЭЭ цикл начало И2{Р1}:=ИСТИНА;
для Р:=1 шаг 1 до Ю цикл В{Р1,Р}:=0; ПОР{Р1}:=Р1; Ц{Р1}:=БЕСК;
Л{Р1}:=П{Р1}:=Н{Р1}:=ГР{Р1}:=0; Х{Р1}:=0 конец; СО:=0; Ж:=0;
Я1: СО:=СО+1; С2:=ПЗ[СО,2]; СЗ:=ПЗ[СО,В]-1; МАКС; П1:=Р2;
СНОСОВ; Г{СО}:=П1; И{Л1}:=И{Л1}+Л1;
для Р:=1 шаг 1 до Ю цикл А0{Н1+Р}:=А0{Н1+Р}+Л1ХВ1{Р};
СО:=СО+СЗ; если СО<М1 то на Я1; для Р:=1 шаг 1 до Ю4 цикл
И{Р}:=ЛОЖЬ; для Р:=1 шаг 1 до М цикл начало Л1:=ПОГ{Р}+А0{Р};
если Л1>0 то Л2:=1 иначе Л2:=1; А{Р,Р}:=Л2; К:=Р+Э2;
У{Р}:=Л2ХБЕСК; В{К,1}:=Л2; Х{К}:=Л1ХЛ2; Н{К}:=Р-1 конец;
для Р:=1 шаг 1 до МО цикл начало Л1:=ПТН{Р}-И{Р}; К:=Р+Э1;
если Л1>0 то начало Л{К}:=Р; ШО{Р}:=ЛОЖЬ; У0{Р}:=БЕСК;
Х{К}:=Л1 конец иначе начало П{К}:=Р; ШО{Р}:=ИСТИНА; Х{К}:=Л1;
У0{Р}:=БЕСК конец конец; СИТ:=0; Б:=БЕСК/4 конец;

процедура ПЕЧАТЬ; начало

для Р:=1 шаг 1 до ЭЭ цикл начало К:=ПОР{Р}; если И2{К} то на Я;
если Р<Э1 то ПЕЧ{1}:=ГР{К} иначе ПЕЧ{1}:=ГР{ГР{К}};
если ПЕЧ{1}=0 то на Я; ПЕЧ{2}:=П{К}; ПЕЧ{3}:=Х{К}; ВЫВОД(ПЕЧ);
Я: конец; ВЫВОД(Б, Г, У, У0, Ш); для Р:=Э1+1 шаг 1 до ЭЭ цикл
начало К:=ПОР{Р}; если И2{К} то начало ПЕЧ{1}:=Л{К};
ПЕЧ{2}:=П{К}; ПЕЧ{3}:=Х{К}; если В{К,1}>0 то ПЕЧ{2}:=Н{К}+МО+1;
если В{К,1}<0 то ПЕЧ{1}:=Н{К}+МО+1; ВЫВОД(ПЕЧ) конец конец
конец;

ПРОГРАММА: Ф0; Я: Ж0:=0; СИТ1:=0; ПРОСМОТР; ВЫВОД(Ж0,СИТ1);
если СИТ1>ПАР2 то на Я; если Б>ПАР3 то начало Б:=Б/4; на Я
конец иначе начало если СИТ1 ≠ 0 то на Я конец; Я1: ПЕЧАТЬ; стоп;
АВ: ВЫВОД(Б, СО, Т, П1); на Я1 конец **

Работа программы начинается с метки ПРОГРАММА. После полного просмотра всех переменных печатается уменьшение за этот просмотр минимизируемой формы и число итераций на просмотр. В

случае, если будет обнаружена неограниченность снизу минимизируемой функции, произойдет переход на метку АВ.

В заключение сделаем несколько замечаний.

1. Как уже говорилось, процедура СПОСОБ в случае надобности может быть заменена другой. Необходимо при этом сохранить исходные данные, которые использует процедура (номер потребителя С0, номер предприятия П1 и число заявок у потребителя, уменьшенное на единицу, С3) и результат работы процедуры выдавать в тех же массивах и ячейках: Л1, Ц1, Н1, К1 и В1. Разумеется, для работы нового варианта процедуры могут быть введены дополнительные массивы исходных данных.

2. При реализации программы на ЭВМ может оказаться целесообразным ввести словарь начал заявок данного потребителя (чтобы окончить массив Г). Это будет связано с тем, что ячейка С0, там где она используется для выборки заявок, должна формироваться по словарю, а в остальных местах (в частности, при записке в массивы ГР и Г) вместо нее должен фигурировать истинный номер потребителя.

3. В первом параграфе было сформулировано условие на совместимость принятого набора основных ограничений и объединения заявок по потребителям: в пределах одного потребителя на каждом предприятии вся заказанная продукция должна относиться к одному основному ограничению. Этого можно достичь, раздробив достаточно заявки или перевести часть основных ограничений в число дополнительных. Однако и при нарушении наложенного условия программа будет работать: в качестве основного ограничения всех видов продукции данного потребителя берется номер основного ограничения последней заявки потребителя. При этом, конечно, возможно нарушение ограничений.

4. В приведенной программе не сделан блок контроля. Представляется целесообразным осуществлять контроль повторным введением в баланс всех базисных переменных с прослеживанием за тем, что вызывает именно та же переменная. Этим можно добиться подкрепления матрицы А, если в ней за счет округления начнет копиться ошибка. При этом баланс по всем ограничениям подлежит проверке и уточнению. Для вычисления базисных переменных можно использовать процедуру РАЗД.

Л и т е р а т у р а

1. Сб. "АЛФА-система автоматического программирования", ред. А.П.Ершов. "Наука", Н. 1967.
2. А.П.Ершов, Г.И.Козухин, И.В.Поттосин, Руководство к пользованию системой АЛФА. "Наука", Н., 1968.
3. В.А.Булавский. О решении одной специальной транспортной задачи с дополнительными ограничениями. Наст. сб., стр.7-21.

Поступила в редакцию

15.1. 1971 г.