1973 г. ОПТИМИЗАЦИЯ Выпуск 10(27)

УДК 519.8

РЕШЕНИЕ МНОГОРЕСУРСНОЙ ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Р.Х.Ахмадеев

В настоящей работе приводится эвристический алгорифм решения многоресурсных задач сетевого планирования и управления, использующий усредненные расписания [2].

В задаче минимизируется среднеквадратичное отклонение потребности в ресурсах от заданного (или среднего) уровня его наличия при заданном сроке выполнения проекта (комплекса работ). На каждой работе может использоваться несколько видов нескладируемых ресурсов типа мощности. Любые два ресурса между собой не заменяемы. Время выполнения каждой работы фиксировано.

1. Постановка задачи

Пусть имеется сетевой график некоторого проекта (комплекса работ), заданный конечным ориентированным графом $G = G(\mathfrak{X}, \mathcal{U})$ без контуров, где $\mathfrak{X} = \{a, \dots, z\}$ - множество вершин-событий, а $\mathcal{U} = \{(x,y) \mid x, y \in \mathfrak{X}\}$ - множество дуг-работ, соединяющих эти вершины. Для упрощения записи задачи предположим пока, что a - единственная начальная, а z - единственная конечная вершины графа. Будем говорить, что событие x предшествует событию y (соответственно y следует за x) и обозначать $x < y$ $(y > x)$, если в сетевом графике существует путь $\mu = \{(x,t), (t,s), \dots, (v,y)\}$ из вершины x в вершину y.

Каждой дуге-раооте поставлено в соответствие три набора чисел.

Первый набор в нашем случае состоит из одного числа $\tau(x,y)$ - длительности работы.

Второй набор $\tilde{c}(x,y)=\{c_1,\ldots,c_\omega\}$ - вектор потребляемых ресурсов (компонентами вектора являются номера ресурсов, потребляемых данной работой; на каждой работе может быть использовано не более ω различных ресурсов).

Третий набор $\tilde{s}(x,y)=\{s_1,\ldots,s_\omega\}$ - вектор интенсивности потребления ресурсов (i - й компоненте вектора соответствует интенсивность потребления c_i - ресурса). Перерывы в работе не допускаются. Известен директивный срок T завершения всего проекта.

Если момент начала работы (x,y) обозначить через $\alpha(x,y)$, то вектор $\alpha=\{\alpha(x,y)\mid(x,y)\in U\}$ - называемый расписанием, вполне определит календарный план выполнения работ сетевого графика, а также графики интенсивности $\sigma_c(t,\alpha), c=1,\ldots,R$, суммарного потребления ресу.. эв по каждому виду ресурсов (R - максимальный номер ресурсов). Величины $T, \alpha(x,y), \tau(x,y)$ будем считать целыми. Отрезок $[t_1^j, t_2^j]$ назовем j -м интервалом связности c - ресурса, если

$$\sigma_c(t,\alpha)\begin{cases}\neq 0, & t_1^j\leq t<t_2^j,\\ =0, & t=t_1^j-1,\ t=t_2^j.\end{cases}$$

$$\sigma_c(t,\alpha)=const\equiv\sigma_c(k,\alpha),\quad t\in[k,k+1],$$
$$t_2^{j-1}<t_1^j.$$

Длиной j -го интервала связности c -ресурса назовем величину $T_c^j=t_2^j-t_1^j$.

Требуется найти расписание $\alpha=\{\alpha(x,y)\mid(x,y)\in U)$ удовлетворяющее условиям:

$$\alpha(x,y)+\tau(x,y)\leq\alpha(y,v),$$

$$\alpha(a,x)\geq 0,$$

$$\alpha(x,z)+\tau(x,z)\leq T.\ (T\geq T^*),$$

и доставляющее минимум функционалу

$$F(\alpha)=\sum_{c=1}^{r}\sum_{j=1}^{J_c}\sum_{k=t_1^j}^{t_2^j-1}\frac{(\sigma_c(k,\alpha)-\sigma_c^{0j})^2}{T_c^j}$$

где T^* - длина критического пути [3], $\sigma_c^{\alpha j} = \frac{1}{T_c^j} \sum_{k=t_1^j}^{t_2^j - 1} \sigma_c(k,\alpha)$ - среднее потребление c -ресурсов на j - м интервале связности.

Таким образом, требуется построить расписание, в котором сглажена неравномерность использования ресурсов. Заметим, что такому сглаживанию могут подлежать не все, а только дефицитные ресурсы. Условимся, что номера таких ресурсов не превосходят величины r .
Случай, когда задан уровень наличия ресурсов рассматривается аналогично.

Эта постановка естественным образом переносится на многоцелевую и многосетевую задачу, когда сетевой график может состоять из нескольких, не связанных между собой сетей, каждая из которых может иметь несколько начальных и конечных вершин. Алгорифм предназначен для решения именно этой задачи.

2. Описание алгорифма

Предварительно упорядочивается список дуг по классам эквивалентности (обычным образом). Затем вычисляются общие объемы V_c сглаживаемых ресурсов

$$V_c = \sum_{(x,y)\in U} s_c(x,y)\ t(x,y), c = 1, \ldots, r.$$

Интенсивности потребления ресурсов, не подлежащих сглаживанию, условно считаем нулевыми. Тогда

$$V_c = 0,\ c = r+1, \ldots, R \quad (R < 2r).$$

Затем устанавливаем приоритеты ресурсов: будем считать, что упорядочение ресурсов производится по убыванию величины V_c . В других случаях могут быть использованы другие правила приоритетов. По убыванию величины V_c упорядочиваем компоненты векторов $\bar{\sigma}(x,y)$ и $\bar{s}(x,y)$ так, что

$$V_{c_1} \geq V_{c_2} \geq \ldots V_{c_\omega},\quad (x,y)\in U.$$

Ресурс $c_1(x,y)$ является ведущим для данной работы (x,y). После этого определяются $A(x)$ и $B(x)$ - ранний и поздний сроки наступления событий. Затем составляется "усредненное"

расписание следующим образом. Пусть $p_k(x, y)$ – вероятность выполнения работы (x, y) на промежутке $[k, k+1]$, при условии, что начало работы (x, y) равновероятно распределено на интервале $[A(x), B(y)-\tau(x,y)]$. Тогда $\bar{\alpha}(x, y)$ определяется набором величин $p_k(x, y)$, $k = A(x), A(x)+1, \dots, B(y)-1$. После этого однозначно определится величина

$$\sigma_c(k, \bar{\alpha}) = \sum_{(x,y)\in U} p_k(x,y)\, s_c(x,y), \quad c = 1, \dots, r,$$

представляющая собой график "усредненной" оценки потребности в ресурсах каждого вида. Для "усредненного" расписания может быть вычислено значение функционала $F(\bar{\alpha})$.

Общий шаг. В соответствии с приоритетом выбирается очередной вид ресурсов (c -ресурс). Для этого вида ресурсов строится $\sigma_c(k, \bar{\alpha})$ – график "усредненного" суммарного потребления c -ресурса. Если начало работы (x, y) еще не зафиксировано, то в $\sigma_c(k, \bar{\alpha})$ фигурирует "усредненное" расписание $\bar{\alpha}(x, y)$. Если же работа (x, y) закреплена, то при вычислении величины $\sigma_c(k, \bar{\alpha})$ учитывается фактическое начало $\alpha(x, y)$. Аналогичным образом поступаем и при вычислении $F(\bar{\alpha})$.

Для каждого интервала связности графика $\sigma_c(k, \bar{\alpha})$ подсчитываем среднюю интенсивность σ_c^{0j} и определяем интервал с максимальной средней интенсивностью. На одном шаге рассматриваются все работы, для которых ведущим является c -ресурс. Если рассматриваемая работа принадлежит интервалу связности с небольшой средней интенсивностью, то момент начала работы на этом шаге не фиксируем. Интервалами с малой средней интенсивностью в данном случае будем считать интервалы, для которых $\sigma_c^{0} < \frac{1}{2} \max\limits_{j=1,\dots,J_c} \sigma_c^{0j}$. Для очередной работы рассматриваются все допустимые значения $\alpha(x,y) \in [A(x), B(y)-\tau(x,y)]$ и фиксируется то из них, для которого достигается $\min F(\alpha)$. Выбранное значение обозначается $\alpha^*(x, y)$. Работы в списке перебираются в порядке классов эквивалентности. Работы одного класса эквивалентности между собой не зависимы, и поэтому

пересчет $A(x)$ производится только при переходе из одного класса эквивалентности в другой. В конце шага изменяется ведущий ресурс для работ, попавших в интервалы с малой средней интенсивностью. А именно, в наборах $\tilde{c}(x,y)$ и $\tilde{r}(x,y)$ делается циклическая перестановка: первая компонента переставляется в конец набора, а все последующие компоненты занимают место предшествующих. Таким образом, работы, не зафиксированные на этом шаге, могут быть зафиксированы на следующих шагах.

После рассмотрения всех работ, использующих c -ресурс, производится пересчет поздних сроков наступления событий $B(x)$. Затем производится уплотнение расписания с помощью оценочной функции $F(\tilde{\alpha})$: для работ, рассматривавшихся на последнем шаге, выбирается $\alpha^*(x,y)$ из промежутка $[A(x), B(y)-\tau(x,y)]$ и фиксируется то его значение, при котором достигается $\min F(\tilde{\alpha})$. Найденные значения называются "уплотненными" и обозначаются $\alpha^{**}(x,y)([\ \ ])$. Процесс решения задачи заканчивается после рассмотрения всех ресурсов, подлежащих сглаживанию. Работы, для которых в ходе решения задачи не были определены $\alpha(x,y)$, могут начинаться в любые сроки в пределах своего резерва времени (например, по ранним срокам).

Для упорядоченного по классам эквивалентности списка дуг предлагаемый алгорифм позволяет за τ просмотров списка получить расписание, сглаживающее потребление τ видов ресурсов.

3. Запись алгорифма на АЛГОЛе

Смысл идентификаторов, использованных при записи алгорифма

Целые переменные:

m - максимальный номер события,
n - количество работ,
τ - максимальный номер сглаживаемого ресурса,
ω - максимальное количество различных ресурсов, потребляемых одной работой,
a - начало очередного интервала связности,
b - конец очередного интервала связности,
k - интервал времени,

$kkэ$ – количество классов эквивалентности сетевого графика,
kln – класс эквивалентности предшествующей дуги,
l – номер дуги, подлежащей обработке,
tl – длительность работы l,
pec – очередность c-ресурса,
c – возможный срок начала работы l,
co – оптимальный срок начала работы l,
E – параметр,
T – директивный срок завершения проекта (задача решается для целых $T \in [T^*, T^* + E]$)
φ, ψ – фактические параметры процедур,
i, j, q – вспомогательные переменные.

Переменные i и j чаще всего используются как параметры цикла.

Вещественные переменные :

F – значение функционала $F(\bar{x})$,
p – максимальное превышение $\sigma_c(t,\alpha)$ над средним уровнем,
sl – интенсивность потребления ресурсов работой l,
σmax – величина, равная $\frac{1}{l} \max\limits_{j=1,\dots,J_c} \sigma_c^{\alpha j}$,
$f, F0, \sigma 0$ – вспомогательные переменные.

Переменные F и p могут использоваться как вспомогательные переменные.

Целые массивы:

x, y – массивы предшествующих и последующих событий работ (x, y),
t – массив длительностей работ $\tau(x,y)$,
sl – матрица потребляемых ресурсов $\bar{c}(x,y)$,
α – расписание начала работ (x,y).

Компоненты с одинаковыми номерами в массивах x, y, t, α относятся к одной и той же работе.

A – ранние сроки наступления событий,
B – поздние сроки наступления событий.

Компоненты с одинаковыми номерами в массивах A и B относятся к одному и тому же событию.

cl — словарь. c-компоненте массива соответствует величина, характеризующая приоритет c - ресурса.

$kэ$ — границы классов эквивалентности. j - компонента массива соответствует номеру последней дуги в списке работ, входящей в j - класс эквивалентности.

Вещественные массивы :

s — матрица интенсивности потребляемых ресурсов $\bar{s}(x,y)$,

V — объемы потребляемых ресурсов. c — компонента массива соответствует c -ресурсу.

Порядок ввода информации:

$$m, n, r, \omega, E, x, y, t, s, si.$$

Для фиктивных работ $t(x,y)=0$, а $\bar{s}(x,y)$ и $\bar{c}(x,y)$ - наборы любых чисел.

Порядок вывода информации:

$$x, y, t, s, si, V, cl, kэ, T, \alpha^{**}, c, \sigma_c, p, F.$$

Массивы x , y , t , s , si выводятся в упорядоченном по классам эквивалентности виде (упорядочение по концам дуг). Числа c,

$$p = \max_{j=1,\dots,J_c} \max_{t_1^j \le k \le t_2^j} (\sigma_c^j(k,\alpha^{**}) - \sigma_c^{0j})$$

и график $\sigma_c(t,\alpha^{**})$ выводятся для $c=1,\dots,r$ при фиксированном $T \in [T^*, T^*+E]$.

Текст программы :

```
Начало
   целый m, n, r, ω;        ввод (m, n, r, ω);
Начало
   целый массив x, y, t, α[1:n], A, B[1:m], cl[1:r],
                aц[1:ω], si, si1[1:n, 1:ω];
   вещ массив V[1:r], aц[1:ω], s, s1[1:n, 1:ω];
```

```
    барабан s1, si1, Б1, Б2;
целый a, a1, b, b1, i, j, k, kkэ, kln, l, q, pec,
      pcb, pcn, tl, c, c0, E, T, φ, ψ, u;
вещ f, F, F0, p, sl, σ0, σmax;
ввод (E, x, y, t, s, i);
Б I : Предварительные вычисления:
Начало вещ z; z:=5;
   для i:=1,...,m   цикл {A[i]:=B[i]:=0;};
   для j:=1,...,n   цикл {α[j]:=0; если t[j]=0 то
   {для u:=1,...,ω  цикл {s[j,u]:=0; si[j,u]:=0}}};
    kkэ:=0;
У I : i:=0;  для j:=1,...,n  цикл {k:=B[x[j]];
   если B[y[j]]≤0  то {B[y[j]]:=k+1;  если  k+1>
  kkэ  то  kkэ:=k+1; i:=1}}};  если  i=1  то на  УI;
Н2: вычисление размеров классов эквивалентности:
Начало
   целый массив kэ[0:kkэ];
   для j:=1,...,n   цикл {i:=B[y[j]]; A[i]:=A[i]+1};
        для i:=2,...,m   цикл  A[i]:=A[i-1]+A[i];
   для j:=1,...,kkэ   цикл kэ[j]:=A[j]; kэ[0]:=0;
Перестановка работ:
   для j:=n  шаг -1  до 1  цикл
Начало У2:
   если α[j]=1  то на  У3;  i:=B[y[j]];
   k:=A[i]; a:=x[k]; x[k]:=x[j]; x[j]:=a;
   a:=y[k]; y[k]:=y[j]; y[j]:=a; a:=t[k];
    t[k]:=t[j]; t[j]:=a;
   для u:=1,...,ω   цикл {a:=si[k,u]; si[k,u]:=
   si[j,u]; si[j,u]:=a; f:=s[k,u]; s[k,u]:=
   s[j,u]; s[j,u]:=f}; α[k]:=1; A[i]:=
   A[i]-1;  на  У2;  У3:  конец цикла;
вычисление объемов потребления ресурсов и установление при-
оритетов:
   для  i:=1,...,r   цикл {V[i]:=0; α[i]:=i};
```

```
для j:=1,...,n  цикл { для ц:=1,...,ω  цикл
{i:=si[j,ц];  если 0<i≤r  то V[i]:=
V[i]+t[j]×s[j,ц]}}; a:=1;
для k:=r шаг -1 до 1 цикл {f:=-1;
для i:=1,...,k  цикл { если V[α[i]] > f   то
{f:=V[α[i]]; j:=i}};  cl[a]:=α[j];
α[j]:=α[k]; a:=a+1};
для j:=1,...,n  цикл { для ц:=1,...,ω  цикл
{i:=si[j,ц];  если 0<i≤r  то si[j,ц]:=
cl[i]}};
для j:=1,...,n  цикл { для ц:=1,...,ω  цикл
{aц[ц]:=2×r; aц[ц]:=0};

для i:=1,...,ω  цикл {q:=1000; a:=0;
для ц:=1,...,ω  цикл {l:=si[j,ц];  если q>l>0
то {q:=l; a:=ц}};  если a≠0 то
{aц[i]:=si[j,a];  aц[i]:=s[j,a];
si[j,a]:=1000}};
для i:=1,...,ω цикл {s[j,i]:=aц[i]; si[j,i]:=
aц[i]};};
вывод (x,y,t,s,si,V,cl,kэ);
s1[,]:=s[,]; si1[,]:=si[,];
для j:=1,...,kkэ  цикл A[j]:=k[j];  конец;
конец Б1;

Б2: начало целый массив kэ[0:kkэ];
  для j:=1,...,kkэ  цикл kэ[j]:=A[j]; kэ[0]:=0;
У4: нахождение критического пути:
  T:=0; для i:=1,...,m  цикл {A[i]:=B[i]:=0;},
  для j:=n шаг -1 до 1 цикл { α[j]:=0; k:=B[y[i]]+
  t[j]; i:=x[j]; если B[i]<k то {B[i]:=k;
  если T<k то T:=k};
  если t[j]=0 то { для ц:=1,...,ω цикл {s[j,ц]:=0;
  si[j,ц]:=2×r }}};
```

Определение срока завершения процесса:

$$T := T + E;$$

Определение поздних сроков:

для $i := 1, \ldots, m$ **цикл** $B[i] := T - B[i];$

$\text{рес} := 0;\ \text{рсв} := 2 \times \tau;\ \text{рсп} := -\text{рсв};$

начало

вещ . **массив** $\sigma[1 : T+1];$

процедура выч $\mathcal{A}$(рес); **значение** рес ; **целый** рес;

примечание В процедуре перевычисляются $\mathcal{A}(x)$ с учетом фиксированных значений $\alpha^*(x,y)$;

начало

для $j := k\text{э}[k\ell n]+1, \ldots, n$ **цикл** { **если** $\varkappa[j,1] \geq$ рес
то $k := \mathcal{A}[x[j]] + t[j]$ **иначе** $k := \alpha[j] + t[j];$
$q := y[j];$ **если** $k > \mathcal{A}[q]$ **то** $\mathcal{A}[q] := k$}

конец выч А;

процедура эℓ(рес); **значение** рес; **целый** рес;

примечание Процедура восстанавливает соотношение $\alpha(x,y) = \mathcal{A}(x)$ для работ с невычисленным значением α^*

начало

для $j := 1, \ldots, n$ **цикл** { **если** $\varkappa[j,1] \geq$ рес $\wedge$
$\alpha[j] \neq \mathcal{A}[x[j]]$ **то** { $\alpha[j] := \mathcal{A}[x[j]]$; **если** $t[j] = 0$
то $\alpha[j] := B[y[j]]$}}

конец эℓ

процедура выч $\sigma(\psi)$;

примечание В массив σ добавляются ($\psi = 1$) или вычитается ($\psi = -1$) усредненные компоненты $p_k(x,y) \cdot s_{c_u}(x,y)$, отвечающие j работе (x,y) при потреблении c -ресурса;

начало

$b := B[y[j]] + 1;\ a := \alpha[j];\ t\ell := t[j];\ s\ell :=$
$s[j,u] \times \psi;\ q := b - a - t\ell;$ **если** $q = 1$ **то на** Н3I;
$f := s\ell / q;$ **если** $t\ell < q$ **то** $\{q := t\ell;\ s\ell := f \times q\};$
$p := 0;$ **для** $k := a+1, \ldots, a+q-1$ **цикл**
$\{p := p + f;\ \sigma[k] := \sigma[k] + p\};$

для $k := b - q + 1, \ldots, b - 1$ **цикл** $\{\sigma[k] := \sigma[k] + p;$
$p := p - f\};$

```
Н31 : для k := a+q,...,b-q цикл σ[k] := σ[k] + sl;
   конец выч σ;
   процедура поиск (φ);
   примечание В процедуре при φ = -1 в ячейку σ0 засы-
   лается max σ_c^j , при φ = 0 производится подго-
   товка графика для процедуры cr (φ) , при φ = 1 про-
   изводится подготовка графика для процедуры выч F ;
начало b := i := 0; σ0 := f := 0;
   для k := 1,...,T+1 цикл
начало
   если σ[k] ≥ ₁₀-15        то {f := f + σ[k]; если i = 0
   то a := k-1; i := i+1}          иначе если i > 0
   то {b := k-1; f := f/i;
   если φ = -1 ∧ σ0 < f           то σ0 := 0;
   если φ = 0 ∧ f ≥ σmax  то { для j := a+1,...,b
   цикл σ[j] := σ[j] - f};    если φ = 0 ∧ f < σmax
   то { для j := a+1,...,b   цикл σ[j] := -₁₀16};
   если φ = 1  то {p := sqrt (b-a);      для j := a+1,...,b
   цикл σ[j] := (σ[j] - f) / p};
    i := 0; f := 0};          конец цикла;
конец поиск;
   процедура cr (φ);
   примечание Процедура вычисляет "оптимальное в среднем"
   расписание α*        или "уплотненное" ( φ = 1 ) рас-
   писание α**      - для работ с ведущим ресурсом c .
   Для работ, принадлежащих интервалу связности с малой средней
   интенсивностью, вычисления не производятся;


начало
   процедура nkln;
начало
   для j := kln,...,kkэ цикл { если kэ[j] ≥ l
   то {kln := j;    на М1}};
М1 :
конец nkln;
     kln := 1; для l := 1,...,n  цикл
начало
   если si[l,1] = pec     то
```

```
начало
   если ℓ > kэ[kℓn]   то {если ψ=1  то {nkℓn}
   иначе {выч A(рес); nkℓn;  для j:=1,...,n
   цикл {если si[j,1]=рес ∧ α[j] ≠ A[x[j]]     то
   {u:=1;  выч σ(-1); α[j]:=A[x[j]]; выч σ(1)}}}};
   если ψ=0  то {si[ℓ,1]:=pcn; j:=ℓ; u:=1;
   выч σ(-1)}; i:=y[ℓ]; tℓ:=t[ℓ]; sℓ:=s[ℓ,1];
   a:=α[ℓ]; b:=B[i]-tℓ;
   если ψ=1  то {для  k:=1,...,tℓ цикл σ[a+k]:=
   σ[a+k]-sℓ;  a:=A[x[ℓ]]};
Определение начала выполнения ведущей работы:
   C0:=a; p:=0;   для C:=a+1,...,b   цикл
   {f:=σ[C]+sℓ; F:=σ[C+tℓ]; p:=p+f·f+F×F;
   f:=f-sℓ; F:=F+sℓ; p:=p-f×f-F×F;
   если  p>0  то {C0:=C; p:=0}};
Окончательное размещение ведущей работы:
   для  k:=1,...,tℓ  цикл σ[C0+k]:=σ[C0+k]+sℓ;
   если C0+tℓ > A[i]      то {A[i]:=C0+tℓ;  если
   ψ=1   то { выч A(рес+1)}};
   если C0 < α[ℓ]   то  {A[i]:=0;   для
   j:=kэ[kℓn-1]+1,...,kэ[kℓn]
   цикл {если y[j]=i    то {если si[j,1] ≤ рес
   то  k:=α[j]+t[j]   иначе  k:=A[x[j]]+t[j];
   если   k > A[i]  то A[i]:=k}};
   для  j:=kэ[kℓn]+1,...,n    цикл  A[y[j]]:=0;
   выч  A(рес+1)};  α[ℓ]:=C0
конец
конец цикла;
конец cr ;
   процедура  выч  B(рес); значение рес;
   целый  рес;
   примечание  В процедуре перевычисляются  B(x)  с учетом
   фиксированных значений  α*;
начало
   для j:=kэ[kℓn]    шаг -1  до  1  цикл { если
    si[j,1] > рес  то  k:=B[y[j]]-t[j]
```

```
иначе k := α[j]; q := x[j];
   если k < B[q] то B[q] := k; }
конец выч B;
   процедура выч F;
   примечание Процедура вычисляет F(α) и выводит на печать T, α**, A, B, c, σ_c, p, F_c(α), F. Величины c, σ_c, p, F_c(α) выводятся для c = 1, ..., r;
начало
   вывод (T, α, A, B,); F0 := 0;
   для q := 1, ..., r цикл начало рес := cl[q];
   для k := 1, ..., T+1 цикл σ[k] := 0;
   для l := 1, ..., n цикл { для u := 1, ..., ω цикл
   {если si[l, u] = рес то { для k := 1+α[l], ...,
     α[l] + t[l]                 цикл σ[k] := σ[k] + s[l, u]}}};

   вывод (q, σ);
   поиск (1);
   F := p := 0;
   для k := 1, ..., T цикл { если σ[k] ≠ 0 то
   {F := F + σ[k] × σ[k];      если p < σ[k] то
    p := σ[k]}}; F0 := F0 + F;
   вывод (p, F);
конец цикла;
   вывод (F0);
конец выч F
```

У5 : Построение расписаний:

Предварительные вычисления:

```
   рес := рес + 1; kln := 0;          выч A(рес); Эl(рес);
   если рес > r то на ИМП;
    рсв := рсв + 1; рсn := рсn + 1;
```

Построение исходного усредненного расписания:

```
   для k := 1, ..., T+1 цикл σ[k] := 0;
   для j := 1, ..., n цикл { для u := 1, ..., ω цикл
   {если si[j, u] = рес      то { если u = 1 то
   {si[j, u] = рсв; выч σ(1)}  иначе {a := α[j] + 1;
   для k := a, ..., a + t[j] - 1 цикл σ[k] := σ[k] +
    s[j, u] }}}};
```

```
Построение оптимального в среднем расписания:
   поиск (-1) ; если b = 0 то на У5 иначе
   σmax := σ0/2 ;
   поиск (0);
   для j := 1, ..., n цикл { i := A[x[j]] + 1; если
    si [j, 1] = рсв ∧ σ[i] ≥ -₁₀15 то
    si [j, 1] := рес } ;
    cr (0);
   если kln ≠ kkn то { выч A(рес + i);} ,
 уплотнение расписания:
   выч B(рес); для k := 1, ..., T+1 цикл σ[k] := 0;
   для j := 1, ..., n цикл { для u := 1, ..., ω цикл
   { если si [j, u] = рес ∨ si [j, u] = рсп то
   { a := α[j] ; для k := 1, ..., t[j] цикл σ[a + k] :=
   σ[a + k] + s [j, u] : если si [j, u] = рсп то
   si [j, u] := рес}}} ;
   для j := 1, ..., n цикл { если si [j, u] = рсп то
   { u := 1 ; f := s [j, 1];
K2I : u := u + 1 ; если u > ω то на K22 ;
   si [j, u - 1] := si [j, u] ;
   на K2I ;
K22 : s [j, ω] := f; si [j, ω] := рес}} ;
   поиск (0);
    cr (1);
   для i := 1, ..., m цикл B[i] := T; kln := kkэ;
   выч B(рес); на У5 ;
ИМП : вывод результата:
   выч F;
Изменение параметра:
   если E > 0 то { E := E - 1; s[ , ] := s1[ , ];
   si[ , ] := si1[ , ] ; на У4
конец конец конец *
```

Литература

1. ПЕТРОВА Л.Т. Об одном подходе к решению задач распределения ресурсов в сетевом планировании. I Всесоюзная конференция по математическим вопросам сетевого планирования и управления. Тезисы и доклады. Киев, 1967.
2. АНЦЫЗ С.М., ПЕТРОВА Л.Т. Задача распределения ресурсов в сетевом графике. Сб. "Оптимальное планирование". Новосибирск, 1967, № 7, с. 41-76.
3. ЗУХОВИЦКИЙ С.И., РАДЧИК И.А. Математические методы сетевого планирования. М., "Наука", 1965.
4. АНЦЫЗ С.М., ЗИЯУДИНОВА Д.А., ПЕТРОВА Л.Т. Метод 13. В кн.: Рекомендации по применению в строительстве разработанных в странах - членах СЭВ методов, алгоритмов и программ решения многосетевых и многоцелевых задач с учетом рационального использования ресурсов. Киев, 1970.
5. ЕРШОВ А.П., КОЖУХИН Г.И., ПОТТОСИН И.В. Руководство к пользованию системой альфа. Новосибирск, 1968.

Поступила в ред.-изд. отд.
22. XII. 1971 г.