

УДК 51.550 : 115

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

В.Л.Макаров

(Доклад, прочитанный на годовичном собрании
Сибирского отделения Академии наук 22 февраля 1973 г.)

Доклад носит сугубо концептуальный характер, без изложения конкретных результатов, поэтому, в частности, отсутствуют какие-либо ссылки.

I. Распределение благ и уровень сложности

Как известно, предметом изучения экономической науки является производство, распределение и потребление благ (блага понимаются в самом широком смысле).

В этих трех взаимозависимых сторонах экономического процесса основную роль играет распределение — механизм распределения произведенных благ между членами общества. Механизм распределения решающим образом влияет как на производство, так и на потребление благ.

Это обстоятельство всегда понимали великие экономисты прошлого, начиная от Кенэ, Адама Смита и кончая Марксом, которые во главу угла ставили распределение. Не случайно в марксистской политической экономии основным предметом изучения являются производственные отношения. Решающие качественные выводы о сущности капиталистического и социалистического строя были сделаны в теории Маркса главным образом на основе анализа

распределения.

В настоящее время дело обстоит таким образом, что сколь угодно адекватная (количественная) математическая теория экономики в совокупности всех её трех сторон в традиционном понимании теории вряд ли возможна. Экономическая система, по-видимому, имеет сложность, превышающую порог, до которого строится точная теория как математическое понятие. Слишком велик набор существенных факторов, приводящий модель в громоздкую, необозримую конструкцию, с которой невозможно работать ни в теоретическом, ни в практическом плане.

При этом наибольшую сложность в экономическом процессе дает основная его компонента - распределение благ. Этот факт объясняется тем, что именно в механизме распределения наиболее существенную роль играет "человеческий фактор", то есть то, что изучают науки о человеке (психология, социология и др.).

2. Концепция идеальной экономики

Некоторое время (15-20 лет) назад возникла идея рассмотреть экономику без учёта основной её стороны - механизма распределения. Эта на первый взгляд парадоксальная идея привела к богатой математической теории оптимальной экономики. Дело в том, что если вопрос о механизме распределения благ оставить в стороне, то естественно и логично возникает понятие идеальной или оптимальной экономики. Это понятие оказалось возможным сформулировать точно математически на базе теории экстремальных задач, в частности, линейного программирования. Об основных предпосылках теории оптимальной экономики и её значении говорится ниже в пункте 4.

Модели развития экономической системы во времени в рамках этой теории получили название моделей оптимального экономического роста. Название возникло из первоначальной цели построения таких моделей - определить максимально возможный темп роста системы в условиях существования ограничений только природного характера (технология, природные запасы, физические законы и т.п.) и совершенно без учёта ограничений, связанных с "человеческим фактором", организацией и т.п.

3. Модель экономической динамики

Для конкретности и для примера формулируем простейшую (однопродуктовую) модель экономической динамики.

ОДНОПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ. Пусть K_t - общая стоимость всех фондов в некоторых фиксированных ценах, имеющихся в экономической системе в начале периода t ; σ_t - уровень научно-технического развития на начало периода t , измеряемый в некоторых условных единицах; c_t - конечное потребление в период t ; $f(\kappa, \sigma)$ - величина прироста фондов K за единичный интервал при уровне техники σ , f называется производственной функцией; $\varphi(\sigma, s)$ - величина прироста технического уровня σ за единичный интервал, если на увеличение этого уровня выделены средства s .

Допустимая траектория развития экономики представляет собой последовательность $(\kappa_t, \sigma_t, c_t, s_t)_{t=0}^{\infty}$, удовлетворяющую следующим условиям:

$$\kappa_{t+1} = \kappa_t + f(\kappa_t, \sigma_t) - s_t - c_t, \quad (1)$$

$$\sigma_{t+1} = \sigma_t + \varphi(\sigma_t, s_t), \quad (2)$$

$$\kappa_t, c_t, \sigma_t, s_t \geq 0. \quad (3)$$

На множестве допустимых траекторий, выходящих из одного и того же начального состояния, определяется тот или иной критерий оптимальности, так появляются оптимальные в различных смыслах траектории.

Приведенная простейшая модель содержит в себе все основные компоненты моделей экономической динамики общего вида. Обычное расширение состоит в том, что состояние модели, а также возможности перехода из состояния в состояние задаются существенно более общим образом.

А именно, начальное состояние модели задается с помощью вектора $x_0 \in R_+^n$ и выпуклого замкнутого множества $Z_0 \subset R_+^n \times R_+^n$. Здесь R_+^n - неотрицательный ортант n -мерного евклидова пространства, представляющий собой фазовое пространство системы, x_0 - начальное положение в этом фазовом пространстве; Z_0 есть существующее в начальный момент времени множество "производственных" возможностей эконо-

номической системы, вектор $(x, y) \in Z_0$ показывает, что из фазового состояния x возможно "с производственной точки зрения" перейти в состояние y за единичный интервал времени.

Возможности развития экономической системы во времени описываются с помощью семейства S отображений $s \in S$, где s определено на выпуклых множествах $Z \subset R_+^n \times R_+^q$, и переводящих каждое такое Z в совокупность $s(Z)$ множеств $Z' \in s(Z)$, где Z' имеет такую же природу, что и Z . Отображение s показывает, что "производственные" возможности Z за единичный временной интервал можно изменить (расширить) на $Z' \in s(Z)$. На семейство отображений S накладывается ряд требований, которые здесь не формулируются.

Допустимой (или возможной) траекторией развития экономической системы называется последовательность $(x_t, Z_t, c_t, s_t)_{t=0}^{\infty}$, удовлетворяющая следующим условиям для всех $t = 0, 1, \dots$

$$(x_t, x_{t+1}, c_{t+1}, s_{t+1}) \in Z_t, \quad (1')$$

$$Z_{t+1} \in s_{t+1}(Z_t), \quad (2')$$

$$x_t, c_t, s_t \in R_+^n. \quad (3')$$

Соотношения (1') - (3') аналогичны по своему содержанию соотношениям (1) - (3). Включение (1') говорит о том, что из x_t "производится" вектор $x_{t+1} + c_{t+1} + s_{t+1}$, который распадается на три компоненты: x_{t+1} - накопление (то, что остается в производстве), c_t - потребление в течение года t , s_t - вектор затрат на научно-технический прогресс, который изменяет множество "производственных" возможностей Z_t .

Затраты на научно-технический прогресс s_t и отображение $s_t: Z \rightarrow s_t(Z)$ обозначены одной буквой, поскольку одно по другому однозначно определяется, а путаницы это не вызывает. Соотношение (2') показывает, в частности, что "производственные" возможности Z_{t+1} определяются с помощью Z_t и выделенных затрат s_t неоднозначно, Z_{t+1} есть реализация одной из возможностей.

4. Основные предпосылки в моделях оптимальной экономики

Суть подхода к построению оптимальной (или идеальной) модели экономики близка к подходу великих утопистов прошлого.

А именно, конструируется идеальная с точки зрения создателя экономики, а вопросы ее реальной осуществимости оставляются в стороне, не рассматриваются.

Таким образом, основная предпосылка состоит, грубо говоря, в допущении всемогущества реализации решений. "Что мы бы по-отстроили, если бы были всемогущи". Эта основная предпосылка может быть развернута в более частные:

1) Абсолютная доступность любого характера информации, причем, конечно, информации совершенно достоверной. Имеется в виду, в частности, информация о производственных возможностях, технических достижениях любой ячейки, информация о желаниях, целях людей, особенно в области потребления благ и т.п.

2) Абсолютное могущество в вычислениях, возможность найти решение экстремальной задачи любой сложности и размерности.

3) Абсолютное могущество в осуществлении решений, в частности, по конструированию экономической организации.

4) Постулат о существовании и знании глобального критерия оптимальности, то есть критерия, которым руководствуется всё общество в целом как единое целое.

Руководствуясь этими предпосылками формулируется (или мыслится) экстремальная задача гигантских размеров. Множество допустимых состояний (или в динамике траекторий) в этой задаче задаётся ограничениями, связанными только с природой и техникой, экстремальное состояние или траектория определяется соответствующим критерием оптимальности, как правило, некоторой целевой функцией. Примером такой задачи может служить сформулированная в пункте 3 модель, задающая множество допустимых траекторий, и некоторая целевая функция, например,
$$\sum_{t=0}^{\infty} u(c_t) \mu^{-t}.$$
 Здесь u — функция, определенная на наборах продуктов, идущих на конечное потребление населения. Её значения показывают величину полезности от такого потребления, μ — число, большее единицы, показывающее, во сколько раз набор благ ценится дороже в настоящий момент, чем тот же набор благ по прошествии единичного интервала времени (как правило, года).

Оптимальная траектория, согласно данной постановке задачи и сформулированным предпосылкам, является самой лучшей для всего общества в целом в рамках имеющейся физической, в частности, технической реальности.

Итак, основные предпосылки, приведшие к построению теории оптимальной экономики выглядят крайне нереалистичными. Однако это ни в коей мере не означает бесплодности теории. Построение теории оптимальной экономики является необходимым шагом, необходимой ступенью в познании экономических явлений, в разработке экономической теории. Скажем, модель идеального газа также зиждется на предпосылках весьма нереальных, однако каждому ясна роль понятия идеального газа для развития соответствующего раздела физики.

Становимся более подробно на необходимости и значении теории оптимальной экономики.

5. Основные выводы теории оптимальной экономики

Действительно, на первый взгляд, предпосылки теории кажутся настолько далекими от реальности, что она приобретает оттенки чисто умозрительной конструкции. На самом же деле это далеко не так. И дело не только в том, что, как уже указывалось, мы имеем дело с обычной ситуацией в науке (пример с идеальным газом), и не только в том, что первоначально утопические идеи и конструкции могут преобразовывать мир (как известно, утопический социализм — один из источников марксизма). Оказывается во-первых, что существуют частные экономические ситуации, совершенно реальные, где перечисленные выше предпосылки частично или полностью имеют место. (Например, процесс планирования, особенно внутриотраслевое планирование). Во-вторых, сам постулат о существовании оптимальной (мифической, с точки зрения реальности) траектории развития экономики оказывается полезным при принятии практических решений. С идеальной организацией, точнее, с её характеристическими признаками и свойствами, можно сравнивать любые другие.

Итак, планирование. В условиях социалистической системы хозяйствования, где централизованное планирование является органической составной частью, постулат о глобальной оптимизации и понятие оптимального плана вытекают с логической необходимостью. Не случайно, один из создателей теории оптимальной экономики Л.В.Канторович в своих работах говорил о моделях оптимального планирования производственной деятельности,

а не о моделях самой этой деятельности. Таким образом, можно сказать, что один из основных принципов советского социального планирования — принцип оптимальности — был в последние годы развернут в теорию — теорию оптимального планирования.

Математическая теория оптимальных планов, оптимальных состояний и траекторий продвинута в настоящее время достаточно далеко. Перечислим основные результаты, относящиеся в основном к динамическим моделям.

1) Для широкого класса условий и критериев оптимальности доказаны теоремы существования оптимальных траекторий.

2) Найдены необходимые и достаточные признаки оптимальности, имеющие ясную экономическую интерпретацию и потому могущие использоваться при принятии решений на практике. (Исторически первый пример — теорема двойственности линейного программирования, двойственные переменные интерпретируются как цены). Благодаря найденным характеристическим свойствам оптимальных состояний формулируются критерии, с помощью которых можно оценивать, насколько далеки те или иные состояния или решения от оптимальных. Особенно большое влияние упомянутые признаки оптимальности оказали на методы определения эффективности капитальных вложений.

3) Найдено новое понятие — магистраль, понятие, которое впервые было сформулировано математиками, а не экономистами. Для широкого класса условий доказаны теоремы существования магистрали.

Магистраль — это особ. оптимальная траектория, оптимальная вдвойне. А именно, пусть начальное состояние экономической системы не задано. Рассмотрим множество всех оптимальных траекторий, независимо от того, из какого начального состояния они исходят. Оказывается, в этом множестве существуют такие траектории (магистрали), на которых достигается максимума некоторый специальный функционал — "средний темп роста экономики". Соответствующее начальное состояние, из которого исходит магистраль, называют магистральным, или, иногда, оптимальным состоянием экономики.

4) Магистраль замечательна по крайней мере тремя свойствами:

а) С течением времени любая оптимальная траектория стано-

вится близкой к магистрали. (Теорема о магистрали). То есть, как далеко бы ни было начальное состояние некоторой оптимальной траектории от магистрального, с течением времени состояния этой траектории будут все ближе к состояниям, лежащим на магистрали.

б) Магистраль вычисляется значительно легче с точки зрения трудоемкости и размера задачи, чем оптимальная траектория, выходящая из произвольного состояния.

в) Магистраль зависит от критерия оптимальности меньше, чем произвольная оптимальная траектория. Критерии оптимальности разбиваются на классы, так что каждому классу соответствует только одна магистраль, хотя оптимальные с точки зрения критериев оптимальности из одного класса траектории, выходящие из одного и того же начального состояния, могут отличаться друг от друга.

Интересен, в частности, вопрос, для какого критерия оптимальности существующее состояние экономики СССР является магистральным.

5) Благодаря теории оптимальных моделей экономики существенно обогатился набор изучаемых в математике экстремальных задач и, соответственно, большой сдвиг произошёл в вычислительной математике. Кроме того, например, теория моделей экономической динамики способствовала разработке ветвей абстрактной математики, таких как суперлинейные точечно-множественные отображения, неподвижные точки отображений, теоремы отделимости и т.п.

6. Экономическое равновесие

В теории оптимальной экономики всегда наибольшую критику вызывал постулат о глобальном критерии оптимальности и, как следствие, полной централизации. Даже если допустить только принципиальное существование такого глобального критерия, в системе отсутствует носитель этого критерия, потому что им, по определению, может быть лишь всё общество в целом. Рассматривать же общество как единое целое — это и есть то предположение, которое подвергается критике. Каждая часть экономической системы является носителем некоторого своего критерия,

своей локальной цели. Глобальный критерий тогда - это какой-то синтез локальных критериев, но локальные, если так можно выразиться, существуют более реально, более осязательно, являются в известном смысле первичными.

Первый и основной вопрос после отказа от глобального критерия состоит в следующем. Что оказывается заменой понятиям оптимальных состояний и траекторий и как эти заменители с ними соотносятся? Здесь естественным образом появляется понятие равновесия. Коль скоро в системе имеется несколько частей, быть может, с противоречивыми интересами, то устойчивыми состояниями будут такие, в которых усилия частей как-то уравниваются.

Итак, модели экономического равновесия как в статике так и в динамике отличаются от моделей оптимальной экономики только в одном пункте. Вместо единого критерия и, стало быть, экстремальной задачи имеется совокупность частей, каждая со своим критерием. Математически эта ситуация описывается подобно игре многих лиц, а понятие экономического равновесия в статике совпадает с понятием равновесия или решения игры нескольких лиц в смысле Неймана-Нэша. При этом существенно отметить, что в отличие от классической игровой постановки здесь сами множества стратегий некоторых частей зависят от выбора стратегий другими частями. То есть некоторые множества стратегий не постоянны, а как бы пульсируют. Зависимость между множествами стратегий задаётся с помощью некоторой матрицы, называемой матрицей распределения доходов. Элементы этой матрицы показывают, какую долю дохода одна часть направляет другой части. Понятие равновесной траектории в модели экономической динамики представляет собой несколько более сложную конструкцию, но в конечном счёте в идейном плане близко к решению в смысле Неймана-Нэша.

Основной результат в теории экономического равновесия, имеющий фундаментальное значение для экономической теории вообще, содержится в так называемой теореме эквивалентности.

Применительно к моделям экономической динамики теорема эквивалентности может быть на качественном уровне сформулирована следующим образом.

Пусть задана модель экономической динамики описанного выше типа, в которой зафиксировано некоторое разбиение системы на

части (например, производственные подразделения, потребители, научно-техническая сфера). Для всякого глобального критерия оптимальности из некоторого достаточно широкого класса и всякой оптимальной в соответствии с этим критерием траектории найдется такая система локальных критериев для частей и такая система (матрица) распределения доходов, что данная оптимальная траектория окажется равновесной относительно этой системы локальных критериев и распределения доходов. И, наоборот, для любой системы локальных критериев и распределения доходов из некоторого достаточно широкого класса и соответствующей им равновесной траектории существует глобальный критерий оптимальности, по которому данная равновесная траектория является оптимальной.

Существенным условием, необходимым для доказательства второй части теоремы, является условие отсутствия ситуации монопольности. Ситуация монопольности возникает тогда, когда существует такая часть, для которой выгодно не использовать часть своих производственных возможностей. При этом равновесие в смысле Неймана-Нэша теряет смысл.

Значение для экономической теории теоремы эквивалентности состоит в частичном математическом обосновании знаменитого постулата Адама Смита о "невидимой руке" для простого товарного производства. Частично потому, что в теореме речь идет лишь о состоянии равновесия, а не о механизме достижения этого состояния равновесия.

Еще одна важная интерпретация теоремы эквивалентности состоит в следующем. Если в экономической системе имеется орган, который контролирует систему распределения доходов, то согласно теореме данный орган может, управляя данными ему параметрами, обеспечить в условиях децентрализации реализацию оптимальной траектории для достаточно широкого класса глобальных критериев. Подчеркнем в заключение еще раз, что в теории экономического равновесия речь идет в основном о состояниях или траекториях равновесия, а не механизме (моделирующем реальную ситуацию) достижения этих состояний или траекторий.

7. Модели функционирования экономики

Как модели оптимальной экономики, так и модели экономичес-

кого равновесия в чистом виде не могут использоваться на практике, например для целей планирования, прогноза или другого типа принятия решений. Они должны встраиваться в сложную систему практической экономической деятельности. Главный их недостаток в этом плане в свете сформулированных предпосылок состоит в отсутствии механизма достижения или реализации оптимальных состояний и траекторий.

Модель функционирования экономики, наоборот, состоит в основном из механизмов реализации.

В модели функционирования моделируется сама динамика протекания того или иного экономического процесса, а не его результат. Другими словами, основным предметом изучения в описанных выше теориях были особые, замечательные состояния экономической системы. Процессы достижения этих состояний рассматривались в основном в вычислительном плане. В моделях функционирования — основной предмет изучения — процесс, алгоритм. Неподвижная же точка этого процесса вызывает лишь побочный интерес. При этом рассматриваются, конечно, и даже как правило, такие процессы, неподвижные точки которых не являются ни оптимальными, ни равновесными состояниями в смысле выше рассматривавшихся теорий.

Качественный скачок или качественное отличие состоит в том, что само моделирование спускается на уровень ниже: в качестве элементарных актов выступают существенно более мелкие образования, а именно, действия по исполнению тех или иных инструкций, правил, типичные способы принятия решений с учётом имеющихся средств и т.п.

Сказанное можно пояснить на таком примере. В модели экономического равновесия множества производственных возможностей описываются выпуклым компактом в соответствующем пространстве, критерий оптимальности — в виде аналитически заданной функции, определенной на этом компакте, а элементарный акт — это нахождение точки в данном компакте, доставляющей экстремум целевой функции. В модели функционирования процесс выбора точки в множестве производственных возможностей — это результат совместного осуществления нескольких видов деятельности, каждая из которых представляется в виде последовательности соответствующих элементарных актов. В данном случае виды экономической деятельности: среднесрочное планирование, годовое плани-

рование, оперативно-календарное планирование производственной деятельности, материально-техническое снабжение, трудовая деятельность, наконец, собственно процесс производства. Поскольку каждый вид деятельности в модели реализуется в виде алгоритма или машинной программы самой по себе, без какой-либо дополнительной информации о том, что этот алгоритм решает такую-то и такую-то задачу, то вопрос, например, о том, какую же точку в множестве производственных возможностей определяет в конечном счёте данный набор алгоритмов, представляет собой проблему, разрешимую экспериментально по определению. Что касается её решения в теоретическом плане, то, как правило, это вопрос трудный, если не безнадежный (см. первый параграф).

Таким образом, в моделях идеальной организации экономики и в моделях функционирования задаваемое и искомое во многом меняются местами. В идеальных моделях конструируются и изучаются оптимальные состояния, а впоследствии может возникать вопрос об организации поиска таких состояний. В моделях же функционирования, наоборот, первичными, заданными являются алгоритмы. Результат же осуществления этих алгоритмов неизвестен, и проблема, в частности, состоит в изучении свойств состояний, к которым приводят те или иные алгоритмы.

Один из важнейших вопросов здесь таков. Какому критерию оптимальности соответствуют те или иные реально встроенные в нашу экономику алгоритмы? В какой мере эти алгоритмы выполняют те цели, которые наше общество перед собой ставит? А установление соответствия между алгоритмами и критериями оптимальности требует как раз наличия развитой теории оптимальной экономики, о которой шла речь выше. Это, кстати, дополнительный аргумент, обосновывающий необходимость теории оптимальной экономики.

В заключение вернемся к вопросу, о которого доклад начинался, о распределении благ и пороге сложности. Оптимальное или равновесное состояние предполагает, что существует такой механизм распределения благ, который обеспечивает производство соответствующих оптимальному состоянию количеств благ производителями и поступление соответствующих этому состоянию их количеств потребителям. Таким образом, существование механизма распределения здесь постулируется. В действительности же может быть так, что при некотором критерии оптимальности соответствующего механизма распределения просто не существует,

так как он противоречит каким-нибудь свойствам "человеческой природы".

В модели функционирования, где первичным является процесс осуществления того или иного вида экономической деятельности, механизм распределения благ органически встроен в саму модель. Но это в числе других обстоятельств приводит к тому, что модель функционирования экономической системы не является математическим понятием достаточно простой структуры, которое можно изучать аналитически. По-видимому, модель сама представляет собой некоторый объект реального мира, относительно которого можно строить модель, модель, так сказать, второго уровня и последнюю уже изучать теоретическими средствами.

Поступила в ред.-изд. отд.
27. IV. 1973 г.