УДК 330.115

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ РЕСУРСОВ

С.Б.Перминов

В этой работе взаимосвязанно рассматриваются два аспекта процесса функционирования экономики: производство и перераспределение материальных ресурсов (материально-техническое снабжение). В процессе воспроизводства предприятия связаны друг с другом как поставщики и потребители. Причем эти связи, как правило, опосредованы тем или иным органом управления (Госснабом, министерством и т.д.). Перебои в производстве на одном предприятии нередко вызывают целую цепочку срывов планов производства на предприятиях-смежниках. Госснаб, министерства, территориальные органы управления ликвидируют или сглаживают эти диспропорции, перераспределяя ресурсы между предприятиями. Амортизатором диспропорций и неритмичности являются также создаваемые на предприятиях запасы ресурсов.

В экономической литературе имеются разные точки зрения по ключевым проблемам материально-технического снабжения (нормирование запасов ресурсов на предприятии, соотношение между различными видами поставок, степень децентрализации снабжения и т.д.) Комплексную оценку того или иного варианта организации снабжения может, видимо, дать эксперимент, позволяющий проследить в динамике взаимное влияние производства и снабжения, а также процесс устранения диспропорций между ними. Эксперимент в хозяйственной практике связан с большими затратами и подчас вообще невозможен. Изучаемая в этой работе машинная имитационная модель предназначена для экспериментальной оценки эффективности различных вариантов системы снабжения и исследования некоторых аспектов указанных проблем. Поскольку распределение ресурсов является, наряду с заданиями по выпуску продукции, одним из основных параметров управления экономикой, при помощи данной модели можно оценить различные варианты системы управления, различающиеся объемами централизованных фондов ресурсов, образуемых на различных уровнях управления, а также правилами их распределения.

§ I. Описание модели

Функционирование экономики рассматривается на некотором временном интервале $[0,T]$ (например, в течение года). Причем затраты ресурсов и связанный с ними выпуск продукции, как это принято в моделях экономической динамики, относятся к смежным единичным периодам. Поэтому периоды выбираются достаточно малыми (например, декада). В каждый единичный период осуществляются оба вида деятельности: производство и перераспределение ресурсов.

Имеется m видов продуктов (ресурсов) и n экономических объектов, которые интерпретируются как предприятия, министерства, территориальные органы управления, Госснаб и т.д. Объект с номером $(n+1)$, участвующий только в перераспределении ресурсов, имитирует влияние "внешней среды". Таким образом, система является открытой: в производстве затрачиваются ресурсы, не воспроизводимые внутри системы, и часть продукции потребляется вне системы (вывоз, непроизводственное потребление, накопление и т.д.). Например, не воспроизводятся внутри системы природные ресурсы, которые, однако, затрачиваются в производстве. С другой стороны, производятся, но входят лишь в конечную продукцию системы, создаваемые основные производственные фонды и отходы производства.

Считается, что ввод основных производственных фондов на предприятиях является внешним параметром модели и осуществляется за счет капитальных вложений и прочих ресурсов, затраченных до начала рассматриваемого интервала времени. Это означает, что заданы производственные мощности предприятий для всех единичных периодов.

Оценка различных вариантов организации перераспределения ресурсов осуществляется по некоторому критерию, определенному на множестве порождаемых в процессе имитации траекторий системы (например, по выпуску конечной продукции за весь период в некоторой структуре).

Модель является вероятностной. Случайны отклонения фактических производственных мощностей и технологических коэффициентов от плановых. Эти отклонения могут быть вызваны неточностью сведений о производственных возможностях предприятий на стадии составления плана, влиянием технического прогресса, несвоевременным вводом основных фондов, нехваткой ресурсов, перераспределение которых не учитывается в модели (например, трудовых), и рядом других причин.

Обозначим:

J^M, J^T – множества номеров экономических объектов, являющихся соответственно министерствами и территориальными органами управления, $J^M, J^T_n \subset J$, $J=\{1,\dots,n\}$;

J^n – множество номеров предприятий, $J^n \subset J$;

$x(t)=\|x_{ij}(t)\|$ $(i\in I,\ j\in J)$ – объемы ресурсов у экономических объектов, которые могут быть затрачены в производстве в период $(t+1)$, $x(t)\geq 0$, $I=\{1,\dots,m\}$;

$z(t)=\|z_{ij}(t)\|$ $(i\in I,\ j\in J)$ – объемы выпуска продукции или затрат ресурсов (в зависимости от знака) экономическими объектами в период t;

$d(t)=(d_1(t),\dots,d_m(t))$ – фактические объемы конечной продукции системы в период t, $d(t)\geq 0$;

$c(t)=(c_1(t),\dots,c_m(t))$ – объемы поступления ресурсов извне в период t, $c(t)\geq 0$.

За центральным органом управления, выполняющим в процессе перераспределения ресурсов функции Госплана, Госснаба и т.д., закреплен в модели номер n.

Функционирование системы описывается двумя процессами:

$$F_t(x(t-1))=z(t) \qquad \text{(производство)},$$

$$\Phi_t(x(t-1)+z(t),c(t))=(x(t),d(t)) \qquad \text{(перераспределение ресурсов)}.$$

Таким образом, в производстве в каждый период t могут быть затрачены ресурсы ($x(t-1)$), которые предприятия получили в результате перераспределения в предыдущий период $(t-1)$. Другие параметры этих процессов определяются ниже, в процессе формулировки соответствующих математических алгоритмов, а также в § 2.

П р о ц е с с   п р о и з в о д с т в а. Задана технологическая матрица $\tilde{b}=\|\tilde{b}_{ij}\|\ (i\in I,\ j\in J)$, каждый столбец которой есть производственный способ некоторого экономического объекта. Положительные элементы матрицы, как обычно, означают выпуск, а отрицательные – затраты ресурсов. Фактический технологический коэффициент определяется следующим образом: $b_{ij}(t)=\tilde{b}_{ij}(1+\varepsilon_{ij}(t))$, где $\varepsilon_{ij}(t)$ – реализация некоторой случайной величины с известной функцией распределения. Эта функция может быть фиксирована для всех t, либо меняться во времени для учета сезонных колебаний технологии, возникающих, например, в сельском хозяйстве. Обозначим $I_j^o=\{i\in I \mid \tilde{b}_{ij}<0\}$. Способы пронормированы так, что $\sum_{i\in I_j^o}\tilde{b}_{ij}=1$. Фактическая интенсивность $h_j(t)$ производственного способа (выпуск продукции) зависит от объемов $x_j(t-1)$ ресурсов, которыми располагает объект j, от фактических значений технологических коэффициентов, а также от объема производственной мощности $M_j(t)$ объекта в период t, также являющегося случайной величиной. Тогда $M_j(t)=\tilde{M}_j(t)(1+\delta_j(t))$, где $\tilde{M}_j(t)$ – заданная плановая мощность, а $\delta_j(t)$ – реализация некоторой случайной величины с известной функцией распределения.

Для каждого экономического объекта

$$h_j(t)=\min\left(M_j(t);\ \min_{i\in I_j^o}\frac{x_{ij}(t-1)}{|b_{ij}(t)|}\right),$$

$$z_{ij}(t)=b_{ij}(t)h_j(t),\quad i=1,\dots,m.$$

Объектам, не участвующим в производстве, соответствуют нулевые столбцы матрицы $\tilde{b}$.

П р о ц е с с   п е р е р а с п р е д е л е н и я   р е с у р с о в. Этот процесс для каждого периода t осуществляется в L шагов. На каждом шаге один из объектов распределяет некоторый ресурс среди тех объектов, спрос которых ему известен. При этом учитываются план снабжения и приоритет потребителей, формы задания которого рассматриваются ниже. Спрос потребителей предполагается обоснованным с производственной точки зрения и платежеспособным, так как происходит не обмен ресурса на ресурс, а его продажа. Формальная схема модели позволяет учесть различные виды поставок: прямые связи предприятий, поставки при участии Госснаба, министерств и т.д.

В этом отношении расcматриваемый процесс перераспределения существенно отличается от известных моделей обмена ресурсами (см.,например, [I , 2]). Действительно, на практике редко осуществляется непосредственный обмен ресурса на ресурс, материальные связи являются более сложными (поставщик, как правило, получает ресурсы не от потребителей своей продукции). Причем решающую роль играют не соображения прибыльности, поскольку цены фиксированы, а директивные плановые задания по поставкам и приоритеты потребителей, которые зависят от предпочтений самих поставщиков и указаний центральных органов управления, призванных поддерживать пропорциональность в экономике.

Механизм изменения приоритетов в некотором смысле аналогичен механизму корректировки рыночных цен и сглаживает диспропорции между спросом и предложением. Дефицит какого-либо ресурса уменьшается не в результате возрастания цен на него, а повышения приоритета его производителей и, следовательно, первоочередного обеспечения их ресурсами.

Обозначим через $y^l(t)=\|y^l_{ij}(t)\|$ $(i\in I;\ j=1,\dots,n+1)$ объемы ресурсов у объектов на шаге l, а через $a^l(t)=\|a^l_{ij}(t)\|$ $(i\in I;\ j=1,\dots,n+1)$-матрицу изменений объемов ресурсов у объектов в результате перераспределения на шаге l. По определению:

$$y^1_i(t)=(x_i(t-1)+z_i(t),\ c_i(t)),\quad i=1,\dots,m,$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} a^l_{ij}(t)=0,\quad i=1,\dots,m,$$

$$y^{l+1}(t)=y^l(t)+a^l(t).$$

Количество ресурсов в системе в результате перераспределения не меняется:

$$\sum_{j=1}^{n+1} y^1_{ij}(t)=\sum_{j=1}^{n+1} y^L_{ij}(t),\quad i=1,\dots,m.$$

Пусть:

g^s_k - плановое задание по поставкам, т.е. объем продукции некоторого вида, который должен получить

объект k по плану снабжения s в период t,
$s=0,1,\ldots,S$, $g^s(t)=(g_1^s(t),\ldots,g_{n+1}^s(t))\geq 0$;

$v^l(t)=\|v_{ij}^l(t)\|$ $(i\in I;\ j=1,\ldots,n+1)$ – остатки неудовлетворенного спроса на ресурсы или предложения ресурсов (в зависимости от знака) к шагу l;

$q(t)=(q_1(t),\ldots,q_m(t))$ – задание по выпуску конечной продукции для системы в период t, $q(t)\geq 0$;

$e(t)=\|e_{ij}(t)\|$ $(i\in I,\ j\in J)$ – нормативы запасов ресурсов (продукции) у экономических объектов в период t, $e(t)\geq 0$;

Ω_j – множество номеров объектов, которым может поставлять ресурсы объект j, $j\notin\Omega_j\subset\{1,\ldots,n+1\}$;

$p(t)=\|p_{jk}(t)\|$ $(j,k=1,\ldots,n+1)$ – приоритеты объектов – потребителей в перераспределении ресурсов в период t, $p(t)\geq 0$;

$p(t)=\|p_{jk}(t)\|$ $(j=1,\ldots,n+1;\ k=n,n+1)$ – приоритеты центрального органа управления и "внешней среды" как потребителя конечной продукции системы.

Таким образом, параметром модели является матрица $\|g_k^s(t)\|$ плановых заданий по поставкам. Для каждого экономического объекта и каждого вида распределяемых им ресурсов определен хотя бы один вектор $(g_1^s(t),\ldots,g_{n+1}^s(t))$ плановых объемов поставок всем потребителям. Таких векторов может быть больше одного потому, что существуют различные виды поставок (поставки на экспорт, кооперированные поставки и т.д.).

Считается, что объект k более предпочтителен как потребитель, чем объект μ, с точки зрения объекта j, если $p_{jk}(t)>p_{j\mu}(t)$.

Множества Ω_j задают информационные и организационные ограничения на материальные потоки в системе, так как на практике материальные связи носят локальный характер. Для предприятия эти множества включают, в частности, номера экономических объектов, с которыми оно имеет устойчивые хозяйственные связи, для министерств и территориальных органов управления – номера подчиненных предприятий. Таким образом, варьируя эти множества, можно получить различные организационные структуры системы управления, по-разному группировать предприятия в объединения, отрасли, территориально-производственные комплексы и т.д.

Спрос на ресурсы на первом шаге задается следующим образом:

$$v_{ij}^1(t)=\begin{cases} e_{ij}(t)-x_{ij}(t-1)-z_{ij}(t) & \text{для } j=1,\dots,n, \\ q_i(t)-c_i(t) & \text{для } j=n+1, \end{cases}$$
$$(i=1,\dots,m).$$

Предприятие j предъявляет спрос на ресурс i, если $x_{ij}(t-1)+z_{ij}(t)<e_{ij}(t)$, т.е. фактический объем ресурса до перераспределения меньше нормативного. Считается, что предприятия располагают финансовыми средствами для поддержания запасов ресурсов на уровне норматива $e(t)$. Действительно, так как годовой план, в котором задаются эти нормативы, сбалансирован, предприятия могут приобрести ресурсы за счет собственных средств или краткосрочных кредитов банка. Отрицательный спрос в модели означает предложение ресурса, т.е. максимально возможный объем его реализации.

Пусть на каждом шаге l перераспределяется один ресурс вида i, один объект j выступает в роли поставщика, ориентируясь на плановое задание с номером s, т.е. задана последовательность $\Pi_t=\{i(l),j(l),s(l)\}_{l=1}^{L}$, которая определяет приоритеты экономических объектов (как поставщиков) и планов поставок. В хозяйственной практике существуют планы поставок на экспорт, гарантированных и кооперированных поставок, поставок по квартальным нарядам и другие виды планов, которые имеют различный приоритет для поставщика, так как их выполнение регламентируется вышестоящими организациями в разной степени.

Операции снабжения, задаваемые тройками $(i(l), j(l), s(l))$, $(i(l+1), j(l+1), s(l+1))$, можно считать независимыми, если объемы ресурса $i(l+1)$ у объектов, участвующих в перераспределении на шаге $(l+1)$, не меняются в результате перераспределения на шаге l. Это можно гарантировать, когда в перераспределении на смежных шагах участвуют непересекающиеся группы объектов ($\Omega_{j(l)}\cap\Omega_{j(l+1)}=\varnothing$; $j(l)\notin\Omega_{j(l+1)}$; $j(l+1)\notin\Omega_{j(l)}$) или распределяются ресурсы разных видов ($i(l)\neq i(l+1)$). Ввиду независимости некоторых операций снабжения в ряде случаев обеспечивается имитация параллельности их осуществления. Если же ресурс перераспределяется через тот или иной орган управления, соответствующие операции снабжения являются последовательными по существу. Реально продукция может быть прямо передана со склада одного предприятия на склад другого. Здесь важно, что орган управления может в некоторых пределах контролировать и корректировать материальные потоки в системе.

Плановые задания $g^s(t)$ являются в модели ограничениями сверху на объем поставки:

$$a^{l}_{i(l)k}(t) \leq g^{s(l)}_{k}(t), \quad k=1,\dots,n+1.$$

Однако предусмотрена возможность перевыполнения заданий по поставкам. Для этого определяются задания по перевыполнению плана, которые имеют меньший приоритет, чем основные плановые задания. Такая "многоступенчатость" планов имеет место в существующей практике планирования и обеспечивает, в известных пределах, равномерность выполнения и перевыполнения различных плановых заданий. Сначала выполняются основные плановые задания различных видов, а затем дополнительные.

Для учета в модели внеплановых поставок выделен вектор фиктивных плановых заданий $g^0(t)$, компоненты которого есть достаточно большие числа.

Приоритет $p(t)$ отражает тот факт, что потребители, вообще говоря, неравноправны с точки зрения поставщика и зависит от ситуации, сложившейся в производстве к периоду t. Этот приоритет может формироваться по-разному. Здесь предполагается, что приоритет потребителя для каждого поставщика прямо пропорционален "дефицитности" выпускаемых потребителем продуктов. Такой принцип распределения ресурсов получил в практике управления название "принципа ведущего звена". Более или менее значительные диспропорции в воспроизводстве сглаживаются или устраняются путем повышения приоритета отстающих звеньев экономики и предоставления им права первоочередного получения ресурсов.

Считается, что $p_{jk}(t)=0$ для всех $j=1,\dots,n+1$ и $k\in\Omega_j$. Приоритеты центрального органа управления и объекта "внешняя среда" для всех поставщиков также фиксированы. Остальные приоритеты, являющиеся управляющими параметрами, определяются для каждого объекта в зависимости от фактических результатов функционирования за прошедший период $[1;t-1]$. В начальный период $p(1)$ задано.

Для министерств и территориальных органов управления (ТОУ) определена в плане структура выпуска продукции за прошедший период $[1;t-1]$ подчиненными предприятиями $\tilde{\beta}(t)=\|\tilde{\beta}_{ij}(t)\|$

$(i=1,\dots,m;\ j\in J^M\cup J^T)$, $\sum_{i=1}^{m}\tilde{\beta}_{ij}(t)=1$, $\tilde{\beta}_{ij}(t)\geq 0$, $t=2,\dots,T$. Структура выпуска может меняться во времени с изменением специализации отрасли или региона. Продукция предприятия учитывается как в отраслевом, так и территориальном плане. Министерство (ТОУ) оценивает результаты функционирования отрасли (региона) за период $[1;t-1]$ в зависимости от фактической структуры выпуска

$$\beta_{ij}(t)=\sum_{\tau=1}^{t-1}\sum_{k} z_{ik}(\tau)\Big/\sum_{\mu=1}^{m}\sum_{\tau=1}^{t-1}\sum_{k} z_{\mu k}(\tau).$$

Суммирование производится по $k\in\Omega_j$, для которых $i\in I_k^\circ$ или $i\notin I_\mu^\circ$. Оценка "дефицитности" продукции, выпускаемой отраслью (регионом), определяется следующим образом:

$$\alpha_{ij}(t)=\begin{cases}\tilde{\beta}_{ij}(t)/\beta_{ij}(t), & \text{если } \beta_{ij}(t)>0,\\ 1 - \text{в противном случае}\end{cases} \qquad (I)$$

$$(i\in I,\ j\in J^M\cup J^T).$$

Оценку, бо́льшую чем единица, получают те виды продукции, фактические удельные веса выпуска которых меньше плановых.

Приоритеты подчиненных предприятий для министерств (ТОУ) вычисляются как средневзвешенные величины по всем видам выпускаемой предприятиями продукции:

$$p_{jk}(t)=\sum_{i\in I_k^\circ}\tilde{b}_{ik}\,\alpha_{ij}(t),\quad k\in\Omega_j,\quad j\in J^M\cup J^T.$$

Как отмечалось выше, $\sum_{i\notin I_k^\circ}\tilde{b}_{ik}=1$ для всех $k\in J^n$.

Центральный орган управления оценивает "дефицитность" различных видов продукции по степени выполнения плана по конечной продукции системы за прошедший период $[1;t-1]$:

$$\alpha_{in}(t)=\begin{cases}\sum_{\tau=1}^{t-1} q_i(\tau)\Big/\sum_{\tau=1}^{t-1} d_i(\tau), & \text{если } \sum_{\tau=1}^{t-1} d_i(\tau)>0,\\ 1 - \text{в противном случае.}\end{cases} \qquad (2)$$

Поскольку центральный орган управления может поставлять ресурсы не только непосредственно предприятиям, но и в фонды министерств и ТОУ, для него приоритеты экономических объектов - потребителей определяются более сложным образом:

$$p_{nk}(t)=\begin{cases}\sum\limits_{i\in I_k^0} \tilde{b}_{ik}\,\alpha_{in}(t), & k\in J^{П},\\ \sum\limits_{i=1}^{m} \tilde{\beta}_{ik}(t)\,\alpha_{in}(t), & k\in J^{М}\cup J^{Т},\\ p_{nk}(t), & k=n+1.\end{cases}$$

Относительно объекта "внешняя среда" предполагается, что все его поставки в систему осуществляются через центральный орган управления. Поэтому $\Omega_{n+1}=\{n\}$.

Приоритеты для предприятия формируются под воздействием органов управления. Приоритет $p_{jk}(t)$ потребителя k продукции предприятия j (относящегося к отрасли μ и находящегося в регионе ν) зависит от того, какой приоритет придают объекту k министерство μ, территориальный орган управления ν , а также центральный орган управления. Поэтому

$$p_{jk}(t)=\gamma_1 p_{\mu k}(t)+\gamma_2 p_{\nu k}(t)+\gamma_3 p_{nk}(t). \tag{3}$$

Коэффициенты γ_1 , γ_2 , γ_3 представляют собой веса, с которыми каждое предприятие учитывает указания вышестоящих органов управления, $\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3=1$, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3>0$. Так в модели осуществляется согласование целей предприятия в распределении ресурсов и целей отрасли, региона, народного хозяйства в целом. Чем больший приоритет придают потребителю органы управления, тем выше его приоритет для предприятия - поставщика. При прочих равных условиях наибольший приоритет имеют предприятия - потребители, относящиеся к той же отрасли и тому же региону, что и предприятие - поставщик. Подробно экономический смысл соотношения (3) рассматривается в § 2.

Приоритеты объектов-потребителей определяются поставщиком с заданной степенью точности w_j , зависящей от того, какие различия между приоритетами он считает существенными. Поэтому приоритеты некоторых потребителей могут быть нередко одинаковы.

Вектору приоритетов ($p_{j1}(t),\dots,p_{j(n+1)}(t)$) для объекта j , распределяющего ресурс на шаге t , поставим в соответствие набор непересекающихся множеств Λ_1^{it} , Λ_2^{it} ,..., Λ_ξ^{it} ...

номеров потребителей. В каждое множество включаются номера потребителей, имеющих одинаковый приоритет, а уровни приоритета для Λ_ξ^{lt} убывают с возрастанием ξ, $\bigcup\limits_\xi \Lambda_\xi^{lt} = \Omega_j$.

Обозначим через $r_{ik}^l(t)$ возможный объем поставки ресурса i объекту k на шаге l, учитывающий потребность $v_{ik}^l(t)$ и плановое задание $g_k^s(t)$:

$$r_{ik}^l(t) = \min(g_k^s(t);\ \max(0; v_{ik}^l(t))).$$

Поставщик распределяет ресурс между потребителями, входящими в Λ_ξ^{lt}, пропорционально $r_{ik}^l(t)$ и последовательно (в порядке убывания приоритета) для самих множеств Λ_ξ^{lt}.

Итак, на каждом шаге l осуществляются следующие операции:

I) Вычисляется матрица $a^l(t)$ изменений объемов ресурсов у экономических объектов, т.е. для всех $\xi = 1,2,\dots$:

а) $a_{ik}^l(t) = r_{ik}^l(t) \cdot \min\left(1; u_\xi^l(t) \Big/ \sum\limits_\alpha r_{i\alpha}^l(t)\right), \quad k \in \Lambda_\xi^{lt}$,

б) $u_{\xi+1}^l(t) = u_\xi^l(t) - \sum\limits_k a_{ik}^l(t)$.

Здесь:

$$u_1^l(t) = \begin{cases} y_{ij}^l(t), & \text{если } j \notin J^n, \\ -\min(v_{ij}^l(t); 0), & \text{если } j \in J^n. \end{cases}$$

Суммирование производится по α и k, принадлежащим Λ_ξ^{lt}. Если $k \in \Omega_j$ и $k \neq j$, то $a_{ik}^l(t) = 0$. Изменение объема ресурса i у поставщика $a_{ij}^l(t) = -\sum\limits_{k \in \Omega_j} a_{ik}^l(t)$. Ресурсам, не распределяемым на данном шаге, соответствуют нулевые строки матрицы $a^l(t)$.

2) Определяются объемы ресурсов у экономических объектов и остатки неудовлетворенного спроса после шага l:

$$y^{l+1}(t) = y^l(t) + a^l(t) \quad \text{и} \quad v^{l+1}(t) = v^l(t) - a^l(t).$$

В результате перераспределения ресурсов получим $y^L(t)$, где $y_i^L(t) = (x_{i1}(t), \dots, x_{in}(t), d_i(t))$.

Итак, с помощью описанных алгоритмов порождаются траектории $\{x(t), z(t), d(t)\}_{t=1}^T$ системы, соответствующие различным вариантам механизма перераспределения материальных ресурсов.

§ 2. Анализ модели

Цель этого параграфа - выяснение основных направлений использования модели и характера получаемых результатов.

Задачу управления рассматриваемой экономической системой можно разделить на две подзадачи:

а) составление плана для всего периода $[1;T]$,

б) выбор управления (направления и объемов перераспределения ресурсов) в каждый единичный период с целью уменьшения отклонений от плана.

Поскольку план составляется в условиях неполной информации и задает лишь общее направление развития, организация оперативного управления в значительной мере определяет эффективность функционирования экономики. Поиск и сравнение эффективности различных алгоритмов оперативного управления (перераспределения ресурсов) является основным направлением использования рассматриваемой модели.

В модели имеются три основных контура управления: отраслевой, территориальный и народнохозяйственный. Предполагается, что каждый из управляющих органов, распределяя ресурсы и воздействуя на приоритеты предприятий, стремится уменьшить отклонение фактических показателей работы (отрасли, региона, экономики в целом) от плановых. Управляющее воздействие на производство вырабатывается в результате взаимодействия всех управляющих органов, преследующих, вообще говоря, несовпадающие цели.

Проблема определения управляющих воздействий как функции текущего состояния системы известна в теории оптимальных систем как задача синтеза оптимального управления [3]. В общем виде эта задача не решена. Поэтому нет возможности воспользоваться уже готовым математическим аппаратом для анализа данной модели. Универсальным, хотя и очень трудоемким методом исследования некоторых конкретных задач синтеза оптимального управления, является метод Монте-Карло, который и используется в данной работе.

Ввиду того, что в реальной действительности экономические объекты хотя и принимают целесообразные решения, но не решают экстремальных задач, в модели реализуются имитационные алгоритмы распределения ресурсов. Однако соответствующие блоки модели могут быть заменены различными оптимизационными задачами распределения ресурсов (см. [4]). Но это является самостоятельной задачей, выходящей за рамки данной статьи.

Часть параметров модели характеризует алгоритм перераспределения ресурсов $\mathcal{M}=\langle\{q^s(t)\},\{\Omega_j\},\{\omega_j\},\{e(t),\rho(t),\pi_t,\beta(t),q(t)\},\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3\rangle$. Другие параметры определяют саму экономическую систему $\mathcal{E}=\langle x(0),\{c(t)\}, \mathcal{B}, \{\tilde{M}_j(t)\}, \{\Psi^t_{ij}\}, \{\varphi^t_j\}, p(1)\}$. Здесь Ψ^t_{ij} и φ^t_j – функции распределения случайных величин $\varepsilon_{ij}(t)$, $\delta_j(t)$. Таким образом, задав $\mathcal{M}$ и $\mathcal{E}$, мы полностью определим случайный процесс, порождающий траектории системы. Характеристики этого случайного процесса (например, математическое ожидание некоторой целевой функции U, определенной на множестве траекторий) могут использоваться как оценки $\mathcal{M}$ и $\mathcal{E}$.

Сформулируем экстремальную задачу выбора алгоритма перераспределения ресурсов. При фиксированном $\mathcal{E}$ найти такой алгоритм $\mathcal{M}$, что E $(U(\{x(t), z(t), d(t)\}))$ достигает максимума. Здесь $\{x(t), z(t), d(t)\}$ – траектории, порождаемые случайным процессом, определенным $\mathcal{M}$ и $\mathcal{E}$, а E – оператор математического ожидания.

Множество допустимых алгоритмов перераспределения ресурсов, из которого производится выбор $\mathcal{M}$, в этой задаче заранее не фиксируется. Алгоритмы должны не только удовлетворять некоторым формальным, легко выписываемым условиям, но и быть осмысленными с экономической точки зрения. Разумеется, некоторые варианты алгоритма могут быть отброшены в результате предварительного экономического анализа, но точно определить, является ли допустимым тот или иной алгоритм, можно лишь проделав соответствующие машинные эксперименты и оценив значение целевой функции.

Искомое решение является статистическим, так как в момент его принятия неизвестно, каковы будут конкретные реализации случайных параметров (технологии, производственные мощности), от которых существенно зависит выбор алгоритма.

Рассмотрим подробнее экономический смысл основных параметров алгоритма перераспределения ресурсов, изменяющихся при экспериментировании.

Множества Ω_j для министерств и ТОУ зависят от организационной структуры системы управления. Каждое предприятие управляется как министерством, так и территориальным органом управления. Управление заключается в прямом перераспределении ресурсов между предприятиями, а также в корректировке приоритетов потребителей их продукции (см. соотношение (3)). Таким образом, министерство (ТОУ) может оказать управляющее воздействие на предприятие своей отрасли (региона) с тем, чтобы они в первую очередь поставляли ресурсы отстающим предприятиям той же отрасли (региона). В этом отношении у министерства меньше возможностей, чем у ТОУ, так как поставщиками ресурсов являются, как правило, предприятия другой отрасли. Разумеется, территориальное управление описанного типа осуществимо в том случае, когда в регионе размещены технологически взаимосвязанные производства и ТОУ располагает соответствующими правами и резервами ресурсов. Последние условия выполняются на практике, как известно, далеко не всегда, что безусловно снижает эффективность территориального управления и не позволяет территориальному органу управления корректировать материальные потоки между предприятиями региона, т.е. устранять возникающие диспропорции на территориальном уровне, без вмешательства центральных органов управления народным хозяйством.

Заметим также, что схема модели дает возможность рассматривать процесс контроля за использованием природных ресурсов региона. С этой целью предусматриваются поставки территориальным органом управления природных ресурсов предприятиям региона.

Варьируя планы снабжения $g^s(t)$ и последовательности $\mathcal{T}_t$, можно задать обширный класс содержательно различных вариантов организации снабжения. Например, если имеется только один (фиктивный) план $g^o(t)$, состоящий из достаточно больших чисел, получаем систему без заданного явным образом плана снабжения.

Если в перераспределении ресурсов участвуют органы управления, предприятия в соответствии с заданным планом поставляют управляющим органам ресурсы, которые последние затем распределяют, исходя из своих целей (улучшение показателей работы отрасли или региона, поддержание межотраслевых пропорций и т.д.).

Нормативы $e(t)$ запасов ресурсов у экономических объектов также являются параметрами процесса перераспределения и характеризуют систему снабжения. Если запасы малы, то даже незначительные перебои в производстве вызывают "лавинообразное" увеличение дефицита ресурсов и падение темпов роста. С другой стороны, если запасы чрезмерно велики, то это приводит к замедлению оборачиваемости оборотных средств и, следовательно, к неэффективному использованию ресурсов.

Поясним экономический смысл заданных приоритетов $\rho(t)$. Так как приоритеты центрального органа управления и объекта "внешняя среда" фиксированы, из соотношений (I), (2) видно, что существуют такие значения $\alpha_{ij}(t)$, что указанным объектам ресурсы будут поставляться не в первую очередь. Это приведет, в частности, к тому, что задания по конечной продукции в некоторый единичный период не будут выполнены. Однако это бывает оправданно с точки зрения критерия, определенного для всего интервала $[1;T]$, т.е. выгодно сразу ликвидировать диспропорции, чтобы в последующие периоды обеспечить пропорциональное развитие. Таким образом, варьируя $\rho(t)$, можно оценить различные стратегии взаимодействия данной экономической системы с более общей системой, частью которой она является.

Проиллюстрируем характер получаемых с помощью данной модели результатов на примере двухуровневой системы, состоящей из предприятий и центрального органа управления. Модель реализована на ЭВМ БЭСМ-6 на языке ФОРТРАН. Имеется I6 продуктов (ресурсов) и I6 "предприятий", каждое из которых выпускает один продукт. Часть продукции перераспределяется непосредственно между предприятиями пропорционально их потребностям, причем для предприятий приоритеты всех потребностей одинаковы. Другая часть продукции в соответствии с плановыми заданиями по поставкам поступает центральному органу управления, который распределяет ее между предприятиями по описанному выше алгоритму. В первую очередь ресурсы направляются предприятиям, выпускающим продукцию, план производства которой системой в целом за прошедший период $[1;t-1]$ выполнен в наименьшей степени. Степень выполнения плана по выпуску конечной продукции системы оценивается с точностью, принятой в практике планирования (0,I%).

В качестве информационной базы для экспериментальных расчетов использовались различные материалы, характеризующие процесс реализации плана развития народного хозяйства РСФСР в 1972 году.

Результаты функционирования системы (траектория $\{x(t), z(t), d(t)\}_{t=1}^{T}$) оцениваются с помощью следующих критериев:

а) объем выпуска валовой продукции за весь период: *)

$$U^1=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}[z_{ij}(t)]_+;$$

б) объем выпуска конечной продукции за весь период:

$$U^2=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m} d_i(t);$$

в) объем U^3 выпуска конечной продукции в структуре $(q_1,\dots,q_m)$, определяемой заданиями по выпуску продукции $\{q(t)\}$:

$$q_i=\sum_t q_i(t)/\sum_t\sum_{k=1}^{m} q_k(t);\quad D_i=\sum_t d_i(t),\quad i=1,\dots,m;$$

$$U^3=\min_{i/q_i\neq 0} D_i/q_i;$$

г) объем U^4 выпуска конечной продукции в наборе и с учетом прироста запасов на конец интервала $[1;T]$. Вычисляется аналогично предыдущему показателю, лишь

$$D_i=\sum_{t=1}^{T} d_i(t)+\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}(T)-x_{ij}(0)).$$

В определении последних двух критериев участвуют плановые задания $q(t)$, так как предполагается, что цель системы управления заключается в уменьшении отклонений от плана. Следовательно, по значениям этих критериев можно судить о выполнении плана выпуска конечной продукции для системы (в заданной структуре).

Поскольку модель является вероятностной, в качестве оценки траектории используется математическое ожидание перечисленных показателей. Математическое ожидание оценивается по выборочной средней. Объем выборки (число машинных экспериментов) зависит от требуемой абсолютной точности $\hat{\varepsilon}$, дисперсии σ^2 выходного параметра, требуемого уровня достоверности (принимаемого равным 95 %). Необходимое число машинных экспери-

---

*) $$[a]_+=\begin{cases} a, \text{ если } a\geq 0;\\ 0, \text{ если } a<0.\end{cases}$$

тов, если выходной параметр имеет нормальное распределение, определяется следующим образом [5]:

$$N \approx \frac{4\sigma^2}{\varepsilon^2}.$$

Это означает, что если произведено N экспериментов (реализаций случайного процесса) при фиксированных значениях детерминированных параметров, то с вероятностью 0,95 среднее значение случайного выходного параметра отличается от математического ожидания не более чем на $\tilde{\varepsilon}$.

Близость распределения выходного параметра к нормальному объясняется тем, что в модели имеется значительное число независимых случайных параметров, причем влияние каждого относительно мало. Выходные показатели (объемы выпуска валовой или конечной продукции) при данной исходной информации варьируются от 150 до 460 млрд. руб. Абсолютная точность их оценки принимается равной 1 млрд. руб. (около 0,5%). Выборочная дисперсия выходных показателей изменяется от 0,01 до 20 млрд. руб. Величина дисперсии существенно зависит от разброса случайных входных параметров $\varepsilon_{ij}(t)$, $\delta_j(t)$.

Варьируя определенный параметр, характеризующий алгоритм перераспределения ресурсов, и фиксируя другие на некотором уровне, можно выявить статистическую зависимость выходных показателей от данного параметра.

Для анализа используются полиномы, аппроксимирующие эти статистические зависимости. Коэффициенты полиномов определяются по методу наименьших квадратов.

Исследуем влияние на эффективность функционирования системы изменений некоторых параметров алгоритма перераспределения ресурсов.

Уровень централизованного резерва. Этот резерв используется для устранения так называемых "узких мест" и последовательно распределяется между предприятиями в порядке убывания "дефицитности" выпускаемой ими продукции.

Обозначим через η долю централизованного резерва от планового объема производства каждого ресурса. Заданный план $\{q_j(t)\}$ является выполнимым (сбалансированным для всех t), если $\varepsilon_{ij}(t)$ и $\delta_j(t)$ равны нулю для всех i, j, t. Пусть в процессе его реализации могут возникнуть непредвиденные диспропорции, вызванные тем, что параметры $\varepsilon_{ij}(t)$, $\delta_j(t)$ являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону. Стандартные отклонения этих параметров соответственно равны 0,002 и 0,001 для всех i, j, t. Иначе говоря, возможный разброс технологических коэффициентов составляет 0,2%, а объемов производственных мощностей - 0,1 %.

Математическое ожидание отклонений технологических коэффициентов от плановых для предприятия, выпускающего пятый продукт (продукцию машиностроения), положим равным 0,03, т.е. в силу различных причин удельные затраты ресурсов этим предприятием оказываются выше плановых в среднем на 3%. Математическое ожидание других случайных параметров считается равным нулю. Таковы причины, обусловливающие в данном примере диспропорции в воспроизводстве. По плану предприятия должны иметь нормативные запасы ресурсов на 3 декады.

Эксперименты показали следующую статистическую зависимость выходных параметров от уровня η централизованного резерва (см. табл. 1).

Из таблицы видно, что $U^2(\eta) > U^3(\eta) > U^4(\eta)$ для всех рассматриваемых значений η. Это означает, что фактическая структура конечной продукции отличается от плановой и запасы ресурсов у предприятий на конец периода $[1:T]$ оказываются ниже нормативных, так как возникает дефицит пятого ресурса, а затем и других ресурсов, в производстве которых затрачивается данный ресурс. Наименее чувствительными к изменениям параметра η являются показатели U^1 и U^2 (валовый объем производства и объем конечной продукции), не учитывающие структуру выпуска продукции. Действительно, изменение η приводит к перераспределению ресурсов между предприятиями в пользу отстающих, т.е. увеличение ими объема производства сопровождается соответствующим уменьшением выпуска продукции предприятиями, у которых ресурс изымается.

Если централизованный резерв невелик, то влияние возникающего дефицита ресурсов не сглаживается. Чрезмерно большой резерв (более 1,5%) в условиях дефицитности ресурсов приводит к тому, что отставание отдельных предприятий ликвидируется в ущерб другим, т.е. не обеспечивает стабильного роста.

Таблица I.

Значение η (%) \ Критерий	U^1	U^2	U^3	U^4
0,6	387	I68	I48	I38
0,8	389	I69	I5I	I44
I,0	390	I69	I55	I45
I,I	390	I69	I56	I47
I,2	390	I69	I56	I48
I,3	390	I69	I57	I50
I,4	390	I69	I58	I53
I,5	390	I69	I60	I56
I,6	390	I69	I60	I55
I,7	390	I69	I6I	I55
I,8	390	I69	I6I	I55
I,9	390	I69	I6I	I54
2,0	390	I69	I6I	I54
2,I	390	I69	I6I	I54
2,2	389	I69	I6I	I48
2,3	386	I68	I6I	I47
2,5	385	I67	I60	I43
3,0	373	I64	I57	I43
3,5	37I	I63	I56	I43
4,0	356	I57	I50	I37

Полученная из статистических экспериментов зависимость объема конечной продукции (в заданной структуре и с учетом прироста запасов) от доли централизованного резерва аппроксимируется следующим полиномом четвертой степени:

$$U^4(\eta) = 12985 - 98\eta + 52{,}6\eta^2 - 3{,}1\eta^3 + 0{,}05\eta^4.$$

Выпуск продукции исчисляется в формуле в десятках млн. руб., а параметр η - в десятых долях процента. Отсюда легко определяется наилучшее значение η в смысле критерия U^4, которое в данном случае равно I,5%. Соответствующие аналитические функции являются выпуклыми вверх на рассматриваемом интервале и имеют четко выраженный максимум. Если оценивать функционирование системы по объему выпуска конечной продукции в заданной структуре без учета прироста запасов, наилучшее значение параметра η лежит в интервале от I,7 - 2,3 % (объем конечной продукции равен I6I млрд. руб.). Следовательно, наилучший уровень централизованного резерва практически устойчив относительно критерия, т.е. значение η, наилучшее по критерию U^4, преемлемо с точки зрения более грубых критериев U^1, U^2, U^3. Однако обратное, вообще говоря, неверно.

Наилучший уровень централизованного резерва зависит также от функций распределения случайных входных параметров и точности оценки "узких мест". Если центральный орган управления различает даже незначительные отклонения от плана, то действуя по описанному выше алгоритму, он может не только не устранить дефицит, а даже увеличить.

Нормативы запасов. Известны объемы $x(0)$ ресурсов у предприятий на начало периода. Пусть эти запасы рассчитаны в среднем на четыре декады. Нормативы запасов в последующие декады зависят от планируемых темпов роста. Один из самых употребительных на практике методов планирования нормативов запасов состоит применительно к данной модели в следующем:

$$e_{ij}(t+1) = \lambda e_{ij}(t)\, \tilde{M}_j(t+1) / \tilde{M}_j(t), \quad i \in I,\ j \in J,$$

т.е. запасы ресурсов у предприятий растут пропорционально объему производства, где λ - коэффициент относительного уменьшения (увеличения) запасов. Следовательно, при известных плановых объемах мощностей $\{\tilde{M}_j(t)\}$ коэффициент λ задает последовательность $\{e(t)\}_{t=0}^{T}$, исходящую из $e(0) = x(0)$.

Исследуем зависимость результатов функционирования системы от параметра λ.

Т а б л и ц а 2.

Критерий / Значение λ	U^1	U^2	U^3	U^4
0,996	456	203	I98	I89
0,997	456	203	I99	I92
0,998	457	202	I98	I94
0,999	458	20I	I98	I96
I,000	460	20I	I98	I97
I,00I	46I	20I	I96	I98
I,002	462	200	I96	I97
I,003	464	200	I96	I97

Стандартные отклонения случайных параметров $\varepsilon_{ij}(t)$ и $\delta_j(t)$ здесь считаются равными соответственно 0,05% и 0,I5%. Для учета возможности перевыполнения плана предприятия за счет мобилизации резервов (уменьшения запасов) считается, что имеются резервы производственных мощностей (7%), а фактические коэффициенты удельных затрат ниже плановых в среднем на 3 %.

Увеличение λ_1 приводит к постоянному росту валового объема производства U^1, так как с относительным приростом запасов лучше используются производственные мощности и система становится более стабильной. Объем конечной продукции U^2 уменьшается с ростом λ потому, что объемы ресурсов в каждый период ограничены и прирост запасов осуществляется за счет уменьшения выпуска конечной продукции. Если учитывать в критерии плановую структуру выпуска продукции и фактический прирост запасов, то влияние изменений λ оказывается иным. Наилучшие значения находятся внутри рассматриваемого интервала [0,996; I,003] и составляют для критерия U^3 (выпуск конечной продукции в заданной структуре) 99,8 - I00,0 %, а для критерия U^4, который является в данном случае наиболее обоснованным (учитывает прирост запасов),-соответственно I00,I %.

Следовательно, для сглаживания случайных перебоев в производстве необходимо в данном примере стремиться увеличивать запасы ресурсов с большим темпом, чем темп роста объема производства. Однако, если в рассматриваемом случае $\lambda > 1{,}001$, то создаваемые запасы ресурсов являются неоправданно большими, что приводит к неэффективному использованию ресурсов.

Таким образом, данная имитационная модель может использоваться для сравнения эффективности различных вариантов организации процесса перераспределения материальных ресурсов. Оценка каждого варианта является статистической и определяется по серии машинных экспериментов с помощью того или иного критерия, определенного на множестве траекторий системы, порождаемых в процессе машинной имитации.

Литература

1. ПОЛТЕРОВИЧ В.М. Математические модели перераспределения ресурсов. М., ЦЭМИ, 1971.
2. Ostroy J.M., Starr R.M. Money and the decentralization of exchange. Econometrica, v. 42, № 6, 1974, p. 1093-1113.
3. МОИСЕЕВ Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М., "Наука", 1975.
4. МАРШАК В.Д. Модели процессов построения отраслевых планов.- В кн.: Оптимальное перспективное планирование в отраслях промышленного производства. Часть II. Новосибирск, 1974.
5. НЕЙЛОР Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. М., "Мир", 1975.

Поступила в ред.-изд. отд.
2. IV. 1976 г.