УДК 658.512.6.012.122

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ОПЕРАТИВНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

В.В.Титов

Успешное функционирование промышленного предприятия в значительной степени зависит от системы оперативно-производственного планирования (ОПП), используемой на том или ином предприятии. В настоящее время основой оперативного планирования на предприятии являются календарно-плановые нормативы (размеры и ритмы запуска-выпуска партий деталей, длительность производственного цикла и др.) [1]. Существенную роль в повышении уровня и качества оперативного планирования должны сыграть АСУП. Однако в большинстве случаев в основе подсистем ОПП лежат методики оперативного планирования, в которых отсутствует оптимизационный подход к решению задач ОПП. Такое положение вещей вполне объяснимо.

Основные задачи ОПП - это экстремальные задачи, которые к настоящему времени поддаются точному решению только в простейших случаях, несмотря на развитие математического программирования и увеличение возможностей ЭВМ. Из-за отсутствия эффективных точных методов решения задач ОПП стали использовать приближенные эвристические алгоритмы, создание которых (более или менее эффективных с точки зрения решения поставленных задач и возможности их реализации на ЭВМ) является сложным и трудоёмким процессом [2].

Однако, по нашему мнению, оптимальному решению задач ОПП в значительной степени может способствовать рациональный подход к данной проблеме. Основными пунктами такого подхода по оптимизации принятия решений в системе ОПП могут служить следующие положения.

Во-первых, необходимо существенно уменьшить размерность решаемых задач. При этом качество принятия решений в ОПП не должно снижаться. Основой системы ОПП является календарный план запуска-выпуска продукции. Составление таких планов является наиболее сложной и важной частью системы ОПП, к тому же в большинстве случаев речь идёт о составлении подетально-пооперационного календарного плана. По нашему мнению, можно ограничиться постановкой таких задач ОПП в агрегированной форме. При этом должны учитываться не детале-операции, а, например, партии деталей и загрузка мощности лимитирующих групп оборудования, участков (цехов) производства. Такая модель может в целом охватить весь производственный процесс, а для участков производства при необходимости можно строить и подетально-пооперационный график, который учитывал бы результаты решения по основной модели, т.е. может предусматриваться двухуровневая система моделей. При этом постановка задачи ОПП для отдельных участков производства аналогична основной модели, а следовательно, и методы решения таких задач будут общими. О необходимости построения объемно-календарных планов и их эффективности для практики ОПП говорят и многие экономисты-организаторы производства (см., например, [3]). Однако в настоящее время в литературе нет оптимизационных моделей ОПП, реализуемых на ЭВМ, которые отвечали бы требованиям практики оперативного планирования.

Во-вторых, как правило, модели ОПП выходят за рамки линейного программирования [2], либо его использование связано с многошаговым итерационным процессом [5] (да и постановка задачи не отвечает основным требованиям ОПП). Таким образом, один из эффективных инструментов решения экстремальных задач - линейное программирование - почти не используется в ОПП. По нашему мнению, возможности линейного программирования в этой области используются совершенно недостаточно.

В-третьих, для решения оптимизационных задач ОПП необходимо создать целый комплекс моделей, в котором оптимизационные модели были бы основными, а остальные - сервисными для подготовки исходной информации и обслуживания основных моделей.

Обычно при создании оптимизационных моделей ОПП этот принцип нарушается - учитывается множество второстепенных ограничений и параметров непосредственно в самой модели, что еще более затрудняет ее решение.

В настоящей работе рассматривается оптимизационная модель ОПП, которая, по нашему мнению, вполне отвечает требованиям оперативного планирования производства: учитывается загрузка оборудования во времени, размеры партий деталей и длительности производственных циклов их обработки, ритмичность сроков запуска - выпуска партий деталей, технологические маршруты обработки деталей и т.п. Причём модель укладывается в рамках линейного программирования. Матрица исходной информации имеет блочно-диагональную структуру. Для решения таких задач имеются эффективные программы на ЭВМ, например [4].

I. Экономическая постановка задачи и представление исходной информации

Представим предприятие как совокупность $\bar{l}$ агрегированных участков основного производства, $L=\{1,2,\ldots,l,\ldots,\bar{l}\}$, на которых проходят обработку m деталей, $J=\{1,2,\ldots,i,\ldots,m\}$. Агрегированный участок определяется технологической общностью производства некоторой группы деталей J^l, $i\in J^l\subset J$. Так, под агрегированным участком можно понимать цеха (например, литейный, кузнечно-прессовый и т.д.) или отдельные производственные участки, соответствующие фактической производственной структуре предприятия. Желательно, чтобы весь технологический процесс производства данных m деталей можно было бы отразить как можно меньшим количеством агрегированных участков (в дальнейшем - просто участки производства), не нарушая при этом их технологической однородности. Существенным элементом сокращения размерности задач ОПП является выделение среди всего множества участков производства наиболее важных, лимитирующих основное производство участков. Остальные участки производства можно учитывать косвенным образом, о чём будет сказано ниже.

Для каждой детали $i\in J$ зафиксируем множество участков $L^i\subset L$, через которые деталь i проходит в процессе производства, причём множество L^i упорядочено согласно технологической последовательности обработки детали i, т.е. $L^i = \{l_1^i, l_2^i, \ldots, l_k^i, \ldots, l_{k_i}^i\}$, k_i - количество участков, на которых обрабатывается деталь i. Участок $l_{k_i}^i$ будет завершающим для детали i. Обозначим множество завершающих участков через L^*. Если для одной и той же детали существует несколько различных технологий производства, то фиксируются все технологические последовательности обработки, а необходимая информация подготавливается соответственно для каждого технологического процесса. В построении модели ОШП никаких особенностей при этом не возникает, однако объем производства той или иной детали необходимо учитывать по всем технологиям ее производства. Поэтому в дальнейшем для упрощения построения модели предполагается наличие одной технологии производства для каждой детали.

Под рабочим календарем оперативного плана производства будем понимать множество периодов планирования $T=\{1,2,\ldots,t,\ldots,\bar{t}\}$, $\bar{t}$ - рассматриваемое число периодов планирования. За единицу времени (один период) могут быть приняты различные величины - сутки, декады и т.п., но соразмерные длительности производственного цикла обработки партий деталей (чем больше длительности циклов, тем больше размерность единицы времени, и наоборот). Рабочий календарь каждого участка $l - T_l = \{t_l, t_l+1, \ldots, \bar{t}_l\}$, $T_l \subset T$, $t_l \geqslant 1$, $\bar{t}_l \leqslant \bar{t}$, может быть отличен от общего календаря T (о чем подробнее сказано ниже).

Производственные возможности участков производства обозначим через M_l^t, $l \in L$, $t \in T_l$. Значениям M_l^t может соответствовать мощность участков, выраженная, например, в тоннах литья, поковок, в штуках максимального производства детали - представителя от группы $i \in \mathcal{J}^l$ за период t, в нормо-часах эффективного фонда времени работы основной лимитирующей группы взаимозаменяемого оборудования данного участка (именно такие группы оборудования и определяют в конечном счёте мощность участка) и т.п.

Каждой детали $i \in \mathcal{J}$ ставится в соответствие технологический способ её производства на участке $l \in L^i$ - вектор $h_{il} = \{h_{il}^\tau, \tau = 1,2,\ldots,\tau_{il}\}$, τ - целые числа. Значениям τ_{il} соответствует длительность производственного цикла обработки нормативной (определенной согласно действующим методикам [I]) партии деталей $i \in J^l$ на участке $l \in L$. Значениям h^{τ}_{il} соответствуют затраты мощности участка $l \in L^i$ при использовании с единичной интенсивностью данного технологического способа по всем периодам производственного цикла $\tau = 1,2,\ldots,\tau_{il}$ обработки детали $i \in J^l$. Под единичной интенсивностью технологического способа понимается полная обработка (по соответствующим технологии операциям) на участке $l \in L^i$ нормативной партии деталей $i \in J^l$. Длительность производственного цикла обработки деталей на участках отражается в тех же единицах времени, что и календарь T.

Далее, при переходе обработки партии деталей i с участка l^i_k на l^i_{k+1} может быть зафиксирован перерыв $d^i_{k,k+1}$ в обработке по организационно-технологическим причинам (контроль, естественные процессы, транспортировка, запасы и т.п.) и по условным: учитывается, например, длительность производственного цикла на участках, нелимитирующих производство и номера которых не зафиксированы в множестве L. Значения $d^i_{k,k+1}$, $k = 1,2,\ldots,k_i-1$, естественно, не учитывают время ожидания (пролёживания) партии деталей i перед запуском ее в производство на участке $l^i_{k,k+1}$. Таким образом, каждой нормативной партии деталей можно поставить в соответствие общую технологическую длительность производственного цикла $H_i = \sum_{l \in L^i} \tau_{il} + \sum_{k=1}^{k_i-1} d^i_{k,k+1}$ как минимально возможную продолжительность обработки партии деталей по всему технологическому циклу. Причём необходимо зафиксировать технологическую длительность производства партии деталей до участка $l^i_k - \Delta_{l_k} H_i = \sum_{q=1}^{k-1} (\tau_{il^i_q} + d^i_{q,q+1})$ и, начиная с участка l^i_k, $\Delta^{l_k} H_i = \sum_{q=k} (\tau_{il^i_q} + d^i_{q,q+1})$. Наличие нормативов H_i, $\Delta_{l_k} H_i$, $\Delta^{l_k} H_i$ является одним из необходимых условий построения календарного план-графика запуска-выпуска деталей и позволяет зафиксировать предельные сроки обработки деталей на участках производства относительно общего календаря T.

Так, для любой детали $i \in J^l$, проходящей обработку на участке l, можно зафиксировать рабочий календарь возможных запусков её в производство – $T^i_l = \{t^i_l, t^i_l + 1, \ldots, \bar{t}^i_l\}$, $T^i_l \subset T_l$, $t^i_l = \Delta_l H_i + 1$, $\bar{t}^i_l = \bar{t} - \Delta^l H_i - \tau_{il} + 1$. Отсюда рабочий календарь T_l участка l определится как $\bigcup_{i \in J^l} T^i_l$, т.е. $T_l=\{t_l, t_l+1, \ldots, \bar{t}_l\}$, где $t_l=\min_{i\in J^l} t_l^i$, $\bar{t}_l=\max_{i\in J^l}\{T_l^i+\tau_{il}-1\}$. Таким образом, рабочие календари T_l^i , $i\in J$, $l\in L$, фиксируют все возможные сроки запуска партий деталей в производство на различных стадиях технологического процесса относительно заданного периода планирования T . Рабочие календари T_l фиксируют те периоды времени $t\in T$, в которых необходимо учитывать использование мощности производственных участков $l\in T$ по выполнению плана выпуска готовых деталей $i\in J$ относительно периода планирования T .

Далее, по завершающим участкам производства $l\in T^*$ на периоды $\{t^*, t^*+1, \ldots, \bar{t}\}=T^*\subset T$ должен быть задан план выпуска партий готовых деталей $i\in J$ нарастающим итогом $-b_{it}$, $t\in T^*$, b_{it} - целые числа. Продолжительность периода T^* обозначим через τ^* . Величина τ^* должна соответствовать принятой на предприятии единице краткосрочного планирования (декада, месяц). Отсюда продолжительность рабочего календаря оперативного планирования T равна $\bar{t}=\tau^*+\max_{i\in J}\{H_i\}$, $t^*=\bar{t}-\tau^*+1$. Значения b_{it} могут быть рассчитаны следующим образом. Для выпускающих готовую продукцию производственных участков (сборочные участки, цеха и т.п.), номера которых не зафиксированы в множестве L , задаётся план выпуска готовой продукции для периодов планирования $t\in T^*$. Отсюда легко рассчитать потребность в комплектующих готовых деталях на любой период планирования с учётом изменения необходимого запаса в них. Зная нормативный размер партий деталей, составляется план выпуска партий готовых деталей в периодах $t\in T^*$ нарастающим итогом $-b_{it}$. При этом значения b_{it} автоматически учитывают требуемую ритмичность запуска-выпуска партий деталей (партионное движение производства при заданной ритмичности выпуска готовой продукции).

Одним из основных условий, обеспечивающих возможность построения допустимого план-графика производства, является соответствие возможностей участков $l\in L$ плану выпуска готовой продукции. Необходимо также отметить, что и готовые детали могут быть конечной продукцией предприятия (и идти на комплектацию других изделий), однако в этом случае номера участков, завершающих производство таких деталей, включены в множество L .

Таким образом, необходимо так организовать производство деталей (партий деталей), т.е. построить такой календарный график производства, чтобы не допустить сбоя выпуска готовой продукции; при этом должны учитываться производственные возможности участков производства, длительности производственных циклов. За критерии оптимальности производственного календарного графика можно принять минимум незавершенного производства, равномерность загрузки мощностей и др. Минимуму незавершенного производства примерно соответствует и критерий минимизации совокупной длительности производственного цикла выполнения всего объема работ.

2. Построение математической модели ОПП

Обозначим через x_{il}^{t} интенсивность использования технологического способа h_{il} по обработке партий деталей $i \in \mathcal{J}^{l}$ на участке $l \in L$, начиная с периода $t \in T_{l}^{i}$ (в течение τ_{il} периодов). Другими словами, x_{il}^{t} - количество партий деталей $i \in \mathcal{J}^{l}$, запущенных в производство на участке l в периоде $t \in T_{l}^{i}$. Отсюда ограничения задачи, в которых учитываются возможности участков производства при выполнении искомого плана производства, могут быть записаны так:

$$\sum_{i \in \mathcal{J}^{l}} \sum_{\mu \in T_{l}^{i}} a_{il}^{t} x_{il}^{\mu} \leqslant M_{l}^{t}, \quad l \in L, \quad t \in T_{l}, \tag{I}$$

где $a_{il}^{t} = h_{il}^{\tau}$, если $t - \mu + 1 = \tau$, $\tau = 1, 2, \ldots, \tau_{il}$;

$a_{il}^{t} = 0$, если $t - \mu + 1 \neq \tau$, $\tau = 1, 2, \ldots, \tau_{il}$.

Как видим из формулы (I), использование фиксированных рабочих календарей участков производства и сроков возможных запусков деталей в производство позволяет резко уменьшить количество переменных x_{il}^{t} и ограничений (I).

При этом автоматически выполняется и условие сдвига возможного срока запуска партий деталей в производство на участке l_{k+1}^{i} относительно участка l_{k}^{i}. Так, если рабочий календарь $T_{l_k}^{i}$ начинается с периода времени $t_{l_k}^{i}$, то календарь $T_{l_{k+1}}^{i}$ будет уже начинаться с периода $t_{l_{k+1}}^{i} = t_{l_k}^{i} + \tau_{il_k} + d_{k,k+1}^{i}$.

Однако необходимо в план-графике выполнение следующего условия: запуск партии (или ее части) деталей i на участке l^i_{k+1} возможен только при условии завершения обработки партии деталей i на участке l^i_k. Ограничения (I) не обеспечивают выполнения этого условия, так как $T^i_{l_k} \cap T^i_{l_{k+1}} \neq \emptyset$ (хотя, видимо, и не всегда). Далее, необходимо предусмотреть возможность ожидания (пролеживания) партий деталей перед запуском в производство на том или ином участке в результате полной загрузки его в эти периоды обработкой каких-то других партий деталей. Оба эти условия могут быть отражены следующими соотношениями:

$$\sum_{t=t^i_{l_k}}^{t^i_{l_k}+q} x^t_{il_k} - \sum_{\mu=t^i_{l_{k+1}}}^{t^i_{l_{k+1}}+q} x^\mu_{il_{k+1}} \geq 0, \quad q=1,2,\ldots,\bar{t}^i_{l_k}-t^i_{l_k}, \quad i\in J; \tag{2}$$

$$\sum_{t=t^i_{l_k}}^{\bar{t}_{l_k}} x^t_{il_k} - \sum_{\mu=t^i_{l_{k+1}}}^{\bar{t}^i_{l_{k+1}}} x^\mu_{il_{k+1}} = 0, \quad i\in J. \tag{3}$$

Уравнение (3) обеспечивает, к тому же, условие обработки одинакового количества партий детали i на всех участках $l\in L^i$.

Теперь остаётся записать условие, обеспечивающее выпуск готовых деталей к установленным срокам:

$$\sum_{\substack{\mu\in T^i_l \\ \mu\leq t-\tau_{il}}} x^\mu_{il} \geq b_{it}, \quad i\in J, \quad l\in L^*, \quad t\in T^*. \tag{4}$$

Условие неотрицательности переменных:

$$x^t_{il}\geq 0, \quad t\in T^i_l, \quad i\in J, \quad l\in L^i. \tag{5}$$

Критерии оптимальности в данной задаче могут быть разные. Например, критерий минимизации уровня запасов готовых деталей может быть записан так. В ограничения (4) добавляем дополнительные переменные y_{it} - количество партий готовых деталей i, которые превышают потребность в них (b_{it}) на период времени $t\in T^*$. Отсюда ограничения (4) записываются как равенства. Обозначим через C_i себестоимость готовой партии деталей $i\in J$, тогда линейный функционал может быть записан так:

$$f(y) = min \sum_{i,t\in T^*} c_i y_{it}. \tag{6}$$

Критерий оптимальности (6) может быть уточнен, если учитывать ещё и другую часть незавершенного производства:

$$\sum_{i\in J} \bar{c}_i \Big(\sum_{\substack{t\in T_{l_*} \\ l\in L^*}} t_l^i x_{il}^t - \sum_{t\in T_{l_1^i}} t_{l_1}^i x_{il_1}^t \Big), \tag{7}$$

$\bar{C}_i$ - средняя себестоимость партии деталей i с начала запуска её в производство до выпуска готовых деталей.

Другим критерием оптимальности в данной модели может быть условие равномерного использования мощности участков производства во времени. Обозначим через ΔM_l величину мощности участка $l\in L$, которая в среднем отражает ее недоиспользование за один период (могут быть использованы результаты расчёта мощности предприятия за год, квартал и т.п.); $\Delta M_l = 0$, если коэффициент загрузки участка l равен единице. Через z обозначим максимальную долю недоиспользования мощностей M_l, общую для всех участков и в любом периоде времени. Если на всех участках и в любом периоде времени будет достигнута равномерная загрузка мощности, то $z=1$; если хотя бы на одном участке в один из периодов будет достигнута полная загрузка мощности, а $\Delta M_l \neq 0$, то $z=0$. Следовательно, переменная z может принимать значения от 0 до I. Таким образом, в ограничения (I) добавляется новая переменная z (новый столбец) с коэффициентами ΔM_l по строкам, $l\in L$, $t\in T_l$. Критерий оптимальности запишется так:

$$max\ z. \tag{8}$$

Необходимо отметить, что достижение равномерности использования мощности участков во времени будет достигаться за счёт увеличения длительности производственных циклов обработки партий деталей, их разбиения на более мелкие партии. Поэтому использование критерия (8) на практике должно иметь технико-экономическое обоснование его эффективности.

Для данной модели могут быть рассмотрены и другие критерии оптимальности, например, максимизация выпуска готовых деталей с дополнительными ограничениями на структуру выпуска, и др.

3. Практические расчеты по модели

Как уже отмечалось, задача (I)-(6) имеет блочно-диагональную структуру матрицы исходной информации: ограничения (I) являются основными, отражающими связь между блоками задачи. Каждый блок содержит условия (2), (3), (4), соответствующие технологической последовательности и требуемому объему обработки деталей одного вида. Поэтому для практических расчетов по модели была использована программа [4]. Если за единицу времени (период) взять сутки, то, используя программу [4], можно составить график движения производства на декаду (T^*) для 7, 8 участков (цехов) производства и 30 - 50 деталей. Практичесие расчёты небольших задач показывают эффективность предложенной модели. Основная масса переменных при решении задач принимает целочисленное значение и их доля возрастает с увеличением количества деталей. Это объясняется тем, что основной объем ограничений падает на условия (2), (3), (4), в которых коэффициенты, отличные от нуля, равны I, - I, а структура этих ограничений позволяет преобразованием строк получить во многих из них только два коэффициента, отличных от нуля, I и -I, что говорит о наличии в задаче ограничений типа транспортных. Таким образом, основная масса партий деталей сохраняет свои нормативные параметры. Разбиение (или укрупнение) партий деталей (которым соответствуют нецелочисленные переменные) можно считать оптимальным с точки зрения использования мощности участков, хотя при этом и не учитываются дополнительные затраты на переналадку оборудования. При необходимости можно подправить полученный план-график, объединив раздробленные партии до номативных, зафиксировав срок запуска такой партии по наиболее раннему сроку запуска части этой партии.

Заполняемость (коэффициентами,отличными от нуля) матрицы ограничений (I) - (4) невелика (около 0,I и менее), а с увеличением количества деталей уменьшается в еще большей степени.

Рассмотренная выше модель ОПП позволяет осуществить непрерывный процесс планирования производства. Так, после составления план-графика на первую декаду месяца может составляться план-график на вторую декаду. При этом во всех рабочих календарях T_l^i, T_l, T^* учитывается сдвиг во времени на соответствующую величину. Однако пересечения рабочих календарей для первой и второй декад не будет. Это является существенной особенностью данной модели, позволяющей осуществить непрерывный процесс планирования производства во времени, т.е. решается последовательность независимых подзадач, решение которых является приближенным решением задачи ОПП на сколь угодно большой отрезок времени. Учитывая стабильность технологического процесса (последовательности обработки деталей) и календарно-плановых нормативов, решение задач ОПП на разные сроки (периоды планирования) существенно облегчается: в исходной информации достаточно фиксировать план выпуска партий готовых деталей на соответствующий период планирования. При этом возможно осуществление обратной связи с фактическим выполнением плана в предыдущих периодах планирования.

Для более точного решения задачи в целом можно фиксировать $\bar{t} = \tau^* + \max\limits_{i \in J} H_i + h$, где h - некоторый переходный период времени, согласующий построение план-графиков для соседних периодов планирования. Экспериментальным путем можно определить оптимальное значение h. При построении план-графика на текущий период планирования необходимо учитывать использование мощности участков за периоды времени, общие с рабочим календарем предыдущего периода планирования.

Далее необходимо отметить, что можно использовать систему подготовки исходной информации для данной модели как основу составления план-графика движения производства без использования методов линейного программирования. Например, задавшись приоритетом деталей, можно строить план-график запуска-выпуска партий деталей, учитывая технологическую последовательность их обработки в обратном порядке (от завершающих участков к началу запуска). Для подобных алгоритмов размерность задачи не играет большой роли.

На этой же основе может быть построена и имитационная модель ОПП, отражающая как составление плана, так и его реализацию.

Литература

1. КЛИМОВ А.Н., ОЛЕНЕВ И.Д., СОКОЛИЦЫН С.А. Организация и планирование производства на машиностроительном заводе. Л., Машиностроение, 1973, 496 с.

2. МИРОНОСЕЦКИЙ Н.Б. Экономико-математические методы календарного планирования. Новосибирск,„Наука", 1973, 140 с.

3. ТАТЕВОСОВ К.Г. Опыт построения календарного плана на ЭВМ. В кн.: Совершенствование управления промышленным производством. М.,„Экономика", 1973, с. 211-215.

4. ЗВЯГИНА Р.А. Программа для решения на М-20 задач линейного программирования с матрицами блочно-диагональной структуры. В кн.: Оптимальное планирование. Вып. 13. Новосибирск, 1969, с. 62-194.

5. ЛУРЬЕ А.Л. О некоторых задачах календарного планирования. Проблемы кибернетики, 1962, № 7, с. 201-208.

Поступила в ред.-изд. отд.
22. X. 1975 г.