Выпуск 20(37) ОПТИМИЗАЦИЯ 1978 г.
Имитационные модели

УДК 51.330.115

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА

С.Б.Перминов

Процесс выполнения плана складывается из многих операций принятия решения (преимущественно при распределении каких-либо ресурсов), причем заданный план по отношению к таким операциям не содержит конкретного варианта решения и формулируется в агрегированных показателях. Подобные решения принимаются на всех уровнях управления в материально-техническом снабжении и при выборе технологии производства.

Анализ процесса выполнения плана предполагает, таким образом, рассмотрение процедур формирования и использования "дробных" экономических показателей и параметров, которые обычно не присутствуют в явном виде в моделях планирования. Кроме того, сами процедуры принятия текущих решений, как правило, не столь регламентированы различными инструкциями и методиками, как процедуры планирования, и в значительной мере представляют собой обобщение опыта субъектов, принимающих решения.

Типичным примером такого рода операций может служить текущее распределение ресурсов работником снабжения. Хотя его

деятельность существенно регламентируется заданным планом, который зачастую указывает объемы поставок за длительный период (например, квартал), имеется значительная свобода выбора текущих решений. Работник снабжения не решает непосредственно какую-либо экстремальную задачу и нередко вообще не располагает точной информацией об эффективности использования ресурсов у разных потребителей.

Текущие решения взаимосвязаны весьма сложным образом. Множество допустимых вариантов и критерий выбора для каждого решения зависят, вообще говоря, от решений, принятых ранее. Механизм взаимосвязи текущих решений составляет существо процесса выполнения плана. Формулировке подхода к моделированию этого механизма посвящена данная статья.

Наша цель заключается в формулировке модели процесса выполнения плана. Входными данными для нее являются, в частности, плановые задания, а выходными - результаты выполнения (траектория экономической системы).

Эта модель представляет интерес в двух отношениях.

Во-первых, с ее помощью можно оценить ожидаемое выполнение плана. Эта оценка производится с учетом фактического механизма принятия текущих решений и поэтому может оказаться наилучшим с точки зрения конечных результатов план, который не был оптимальным в модели планирования. Использование модели в данном режиме открывает дополнительные возможности повышения качества плановых решений.

Во-вторых, поскольку модель выполнения плана более или менее детально отражает механизм принятия текущих решений, представляется возможным ее использование для оценки эффективности различных способов организации управления, т.е. процедур принятия текущих решений. При этом эффективность оценивается по конечным результатам функционирования системы.

Разумеется, указанные аспекты использования модели по существу должны рассматриваться взаимосвязно, поскольку установление плана предполагает организационное обеспечение его выполнения.

Итак, предполагаем, что основу процесса выполнения плана составляют текущие решения, которые, как правило, обладают следующими свойствами:

а) принимаются в условиях неполной информации об их по -

следствиях, т.е. о влиянии на конечные результаты функционирования;

б) при их принятии не решается непосредственно какая-либо экстремальная задача;

в) процесс принятия текущих решений носит вероятностный характер.

Поведение субъекта, принимающего решения, является целесообразным лишь в среднем, т.е. в силу влияния каких-либо факторов (явным образом не представленных в модели) в одной и той же ситуации могут быть приняты разные решения.

Не все управленческие решения обладают перечисленными свойствами. Однако для формулировки подхода нам будет удобно ограничиться анализом решений указанного типа, которые в дальнейшем для простоты изложения будем называть текущими решениями.

Обратим внимание на последнее свойство, требующее особого обоснования. Если мы пытаемся исследовать и представить явным образом в модели процессы принятия текущих решений в отдельных звеньях народного хозяйства, то становится необходимым учет различных субъективных факторов.

В субъективных целях и соответствующих им решениях проявляются объективные экономические законы. Цели субъектов, принимающих решения, складываются под влиянием самых различных и порой весьма случайных обстоятельств. Поэтому отдельно взятые решения могут содержать элементы случайности. Закономерности являются статистическими, т.е. проявляются не в отдельном явлении, а в их массе. "Таким образом, получается, что в общем и целом случайность господствует также и в области исторических явлений. Но где на поверхности происходит игра случая, там сама случайность всегда оказывается подчиненной внутренним скрытым законам. Все дело в том, чтобы открыть эти законы" (Маркс К. и Энгельс Ф. Соч., т. 21, с.306).

Классическим примером является закон стоимости. Пропорции в отдельно взятых актах обмена товаров могут быть самыми различными. Однако, рассматривая этот процесс в его постоянном возобновлении, можно подметить устойчивые в статистическом смысле пропорции, определяемые количеством общественно необходимого труда.

§ I. Динамический процесс принятия текущих решений

Опишем некоторую формальную схему принятия текущего решения.

Пусть имеется m видов затрачиваемых ресурсов (выпускаемой) продукции. Задан набор из r производственных способов, т.е. матрица A размерности ($r \times m$). Положительные компоненты способа означают выпуск, а отрицательные - затраты соответствующих ресурсов.

Решение заключается в выборе объемов h применения этих способов из условий

$$\begin{aligned} &h \geq 0, \\ &hA \geq -R, \end{aligned} \qquad (I)$$

где $R=(R_1, \ldots, R_m)$ - имеющиеся объемы ресурсов.

Будем считать, что субъект имеет, как обобщение опыта, некоторое предпочтение на множестве производственных способов. Причем это предпочтение является вероятностным.

Вероятностное предпочтение будем задавать положительным вектором $\pi=(\pi_1, \ldots, \pi_r)$, $\sum_s \pi_s = 1$, где π_s - вероятность того, что выбранным в первую очередь, т.е. наиболее предпочтительным, окажется способ s. Поскольку $\pi > 0$, наиболее предпочтительным может оказаться любой из r способов. Вероятностное предпочтение отражает статистическую закономерность в выборе способов, которая может быть выявлена в результате наблюдения за частотами их выбора.

Вектор π можно интерпретировать также в терминах развивающейся в последние годы теории "нечетких (fuzzy) множеств" (см., например, [I]). Тогда π_s есть степень применимости нечеткого понятия "лучший производственный способ" к конкретному способу s. А весь вектор π выступает, таким образом, как воплощение "нечеткого" представления субъекта, принимающего решения, об эффективности способов.

Естественно считать, что субъект реализует выбранный способ s_1 в максимально возможном объеме в рамках имеющихся ре-

сурсов. Если после применения первого способа остались ресурсы, реализуется случайный выбор следующего способа с вероятностями:

$$1/\sum_{k\neq s_1} \pi_k \; (\pi_1, \ldots, \pi_{s_1-1}, \pi_{s_1+1}, \ldots, \pi_r)$$

и т.д.

Таким образом, последовательность $\{s_1, \ldots, s_r\}$ представляет собой приоритет способов или случайную реализацию вероятностного предпочтения, которая определяется как выборка без возвращений из совокупности $\{1, \ldots, r\}$ с вероятностями выбора π. Поскольку $\pi > 0$, в принципе может иметь место любой из возможных вариантов приоритета. С другой стороны, вероятностное предпочтение представляет собой некоторое усреднение конкретных реализаций приоритета.

Вероятность того, что способ s_1 будет более предпочтителен, чем способ s_2, равна $\pi_{s_1}/\pi_{s_1}+\pi_{s_2}$. Следовательно, если $\pi_{s_1} > \pi_{s_2}$, то более вероятно, что в каждом конкретном случае способ s_2 будет выбираться за способом s_1.

Алгоритм принятия решения (выбора h из условий (I)) заключается в следующем:

а) реализуется на основе вероятностного предпочтения π приоритет $\{s_1, \ldots, s_r\}$;

б) определяются объемы применения способов

$$h_{s_k} = \min_{i/a_i^{(s_k)}<0} \left(R_i^{(k)} / |a_i^{(s_k)}| \right), \; k=1, \ldots, r, \qquad (2)$$

где $R^{(1)} = R$, $R^{(k+1)} = R^{(k)} + a^{(s_k)} h_{s_k}$.

Таким образом, производственный процесс $x = hA$ является случайной величиной, зависящей от π.

Производственный способ характеризуется набором из l отчетных показателей, которые по своему составу и числу могут отличаться от принятой в модели номенклатуры ресурсов. Определена матрица B размерности $(r \times l)$, элемент $b_k^{(s)}$ которой представляет собой значение показателя k при единичном объеме применения способа s. По экономическому содержанию эти показатели могут быть самыми разнообразными: объем выпуска валовой

продукции, прибыль и т.д. Вектор $y=hB$ будем называть вектором отчетных показателей. Понятно, что, вообще говоря, один и тот же вектор отчетных показателей может быть получен за счет различных h и x, т.е. отличающиеся друг от друга производственные процессы могут быть неразличимы в рамках той или иной системы показателей.

Производственные процессы будем сравнивать по вектору y отчетных показателей. Обычно это сравнение производится путем сопоставления y с соответствующим вектором $C=(C_1,\dots,C_l)$ плановых заданий.

Предположим, что цель субъекта заключается в максимальном (равномерном) выполнении плановых заданий. Поскольку выбор осуществляется на основе вероятностного предпочтения $\mathcal{X}$, можно говорить о некотором наилучшем вероятностном предпочтении, т.е. обеспечивающем максимальное выполнение плановых заданий C.

Сформулируем задачу на максимум выполнения плановых заданий: найти h и z из условий

$$\begin{gathered} h \geq 0, \quad z \geq 0, \\ hA \geq -R, \; hB - zC = 0, \\ z \to max. \end{gathered} \tag{3}$$

Таким образом, решение субъекта характеризуется объемами затрат и выпуска ресурсов, а также соответствующим вектором отчетных показателей.

На практике чрезвычайно редко непосредственно решается задача типа (3). Субъект, принимающий решения, может не иметь необходимой информации. Кроме того, его поведение является индетерминированным. Поэтому мы не вправе требовать, чтобы с вероятностью, равной единице, субъект выбирал такой h, что соответствующее $y=\bar{z}C$, где $\bar{z}$ - оптимальное решение задачи (3).

Будем считать, что субъект принимает оптимальное решение, если [ж]:

ж) Здесь E - символ математического ожидания, а D - дисперсии.

а) $E(y) = \bar{z}\, C$, т.е. в среднем достигается наилучшее выполнение плановых заданий;

б) дисперсия $D(y)$ отчетных показателей не превосходит заданной величины $\delta > 0$.

Вероятностное предпочтение выступает как некоторое воплощение опыта субъекта, а сам процесс принятия решений по существу неотделим от процесса накопления этого опыта, т.е. обучения.

Исходя из принципа рационального экономического поведения, можно предположить, что если ситуации, в которых принимаются текущие решения и определяемые параметрами R , A , B , C , схожи, то субъект в конце концов обучится принятию оптимальных решений в указанном выше смысле.

Механизм обучения, по существу, основывается на так называемом принципе "узкого места". Субъект, принимающий решения, обнаруживает, что образовалось "узкое место" по какому-то показателю. Далее следует корректировка вероятностного предпочтения с тем, чтобы устранить это "узкое место". Со временем может образоваться "узкое место" по другому показателю и т.д.

Обратим теперь внимание на то, что в процессе обучения могут изменяться не только вероятностные предпочтения, но и сами матрицы A и B . Действительно, эти матрицы представляют собой наборы производственных способов, которыми оперирует субъект, принимающий решения. От набора способов существенно зависят результаты принятия решения, т.е. $E(y)$ и $D(y)$.

Поясним это простым примером. Пусть матрицы A и B имеют вид

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \qquad B = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$R = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & -2 \\ \hline \end{array} \qquad C = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Оптимальное решение $\bar{h}$ задачи (3) здесь равно (I; I). При $\pi = (1/2\,;\ 1/2)$ обеспечивается точное выполнение в среднем плановых заданий, т.е. $E(y) = (1; 1)$. Однако дисперсия $D(y)$ в этом случае велика. Естественно считать, что субъект заметит необ -

ходимость деления ресурса между способами I и 2 поровну. Иными словами, образуется "устойчивая комбинация" способов, и соответствующий "усредненный" способ $(1;\ 1;-2;\ 1;\ 1)$ добавляется в матрицы A и B. Запишем вероятностное предпочтение для этого набора способов в виде $(1/2\,\beta;\ 1/2\,\beta;\ 1-\beta)$. При любом $\beta \in (0,1)$ имеем точное выполнение в среднем плановых заданий. А дисперсия $D(y(\pi))$ при $\beta \to 0$ стремится к нулю.

Из примера

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\quad R = (3;3),\quad C = (1;1)$$

легко заметить, что включение в матрицы "усредненного" способа влияет также на математическое ожидание $E(y)$ результатов выполнения плана.

Таким образом, для двух конкретных наборов способов (матриц A и B), хотя и задающих одни и те же производственные возможности, результаты функционирования могут быть различными.

Теперь можем рассмотреть динамический процесс принятия решений (обучения), в котором будут корректироваться предпочтения π_t и наборы способов, т.е. матрицы A_t и B_t.

Обозначим через $\tilde{x}_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau$ суммарные объемы выпуска продукции (затрат ресурсов), а через $\tilde{y}_t = \sum_{\tau=1}^{t} y_\tau$ - суммарные объемы выполнения заданий за период $[1;t]$.

Алгоритм заключается в следующем.

I) В матрицы A_{t-1} и B_{t-1} включается дополнительный способ, равный соответственно $(\tilde{x}_{t-1},\ \tilde{y}_{t-1})$. Вероятность π^{z_t} выбора этого способа полагается равной некоторой величине $q \in (0,1)$.

2) Определяются величины ρ_t^k, характеризующие степень выполнения плановых заданий:

$$\rho_t^k = c_k / \tilde{y}_{t-1}^k,$$

если $\tilde{y}_{t-1}^k = 0$, то ρ_t^k - достаточно большое число.

3) Оценивается эффективность каждого способа из матриц A_t и B_t:

$$\alpha_t^s = \sum_{k=1}^{l} b_k^{(s)} \rho_t^k \Big/ \sum_{k=1}^{l} b_k^{(s)},\quad s = 1, \ldots, z_t,$$

где r_t – число способов в период t.

4) Вероятностное предпочтение корректируется следующим образом:

$$\pi_t^s = \pi_{t-1}^s \alpha_t^s \Big/ \sum_{k=1}^{r_t} \pi_{t-1}^k \alpha_t^k , \quad s=1,\dots,r_t. \qquad (4)$$

Если плановые задания устанавливаются только по выпуску продукции, эту формулу можно интерпретировать так: чем более дефицитная и в большем объеме продукция выпускается по данному способу, тем более эффективным он считается и тем в большей степени должна быть увеличена вероятность его выбора. Формула (4) представляет собой один из возможных способов реализации этого принципа.

Если α_t^s одинаковы для всех s, то вероятностное предпочтение не нуждается в корректировке.

Предположим, что ресурсы должны затрачиваться в производстве равномерно, т.е. за период $[1;t]$ может быть затрачено ресурсов в объеме не более чем tR/T. Неиспользованные остатки ресурсов можно затрачивать в последующие периоды:

$$R_t = R/T + R_{t-1} + h_{t-1} A_{t-1}, \quad R_1 = R/T ,$$

где h_{t-1} – вектор интенсивностей способов из матрицы A_{t-1} в период $(t-1)$.

Итак, в каждый период t по описанному выше алгоритму на основе $\langle \pi_t , A_t , R_t \rangle$ определяется вектор h_t объемов применения способов, а затем на его основе – параметры x_t, y_t, $\tilde{x}_t, \tilde{y}_t$.

Корректировка предпочтений и набора способов производится не в каждый период t. Действительно, промежуточные итоги выполнения плана подводятся не чаще, чем принимаются текущие решения. Пусть в нашей модели корректировка производится в периоды t, кратные γ. Смысл этой корректировки заключается в увеличении вероятности выбора тех способов, применение которых способствует равномерному выполнению плановых заданий, а также в образовании "устойчивых комбинаций" способов.

Возможны две интерпретации процесса корректировки предпочтений. В первом случае субъект сам производит сопоставление заданий C с промежуточными результатами $\tilde{y}_t$ их выполнения и

корректирует свое представление о предпочтительности способов. Во втором случае это сопоставление производит некоторый управляющий орган, указывая субъекту направление корректировки предпочтений. Тогда субъект может и не знать заданий C . Неформальные указания о корректировке предпочтений являются в экономике одними из основных рычагов управления.

Перечислим параметры описанного процесса:

- первоначальный набор производственных способов, определяющий производственные возможности и структуру плановых показателей (матрицы A_1 , B_1);
- объем ресурсов R ,
- начальное вероятностное предпочтение $\mathcal{X}_1$,
- плановые задания C ,
- число T единичных периодов времени (операций принятия текущих решений);
- параметры q и γ , характеризующие механизм корректировки предпочтений.

Из описания процесса видно, что принимаемые решения являются допустимыми для каждого t и, следовательно, $\tilde{x}_T \geq -R$. Кроме того, процессу присущи две тенденции, которые проявляются в полной мере при $T \to \infty$.

Во-первых, суммарные объемы $\tilde{x}_T$ выпуска продукции и затрат ресурсов тяготеют к оптимальным объемам $\bar{x}$, полученным из решения задачи (3), $\bar{x} = \bar{h}A$.

Во-вторых, поведение субъекта становится все более детерминированным, т.е. $D(\tilde{y}_T)$ стремится к нулю. Поэтому в конце концов субъект обучается принимать оптимальные решения с вероятностью, близкой к единице.

Нами было проведено значительное число экспериментальных расчетов по разной условной и реальной информации, которые продемонстрировали тяготение текущих решений к оптимальным. Получены простые достаточные условия, при которых $\lim\limits_{T\to\infty} E(\tilde{x}_T) = \bar{x}$, т.е. оптимальность решений обеспечивается "в среднем" [2] .

Следует подчеркнуть, что выше была рассмотрена некоторая идеальная схема, и оптимальность поведения субъекта, принимающего решения, в конкретной ситуации может не проявиться в полной мере.

Во-первых, в самом начале оптимальность была определена как некоторая закономерность статистического характера, поэтому отдельно взятое решение может не быть в точности оптимальным.

Во-вторых, в своем анализе мы предполагали неизменными на протяжении всего периода корректировки предпочтений плановые задания C , объемы ресурсов R и технологию производства. Понятно, что эти параметры могут варьироваться, поскольку данный процесс, по существу, погружен в более общий процесс функционирования экономики, включающий корректировку плановых заданий, технический прогресс и т.д.

В-третьих, сделанные выше предположения относительно текущих решений могут не выполняться в чистом виде. В частности, субъект может располагать некоторой информацией о последствиях своих решений, достаточной для проведения разного рода прикидочных расчетов.

Описанная схема процесса является весьма общей. Среди способов, образующих матрицы A и B , могут быть не только производственные способы, но и способы перераспределения ресурсов между предприятиями, отраслями и т.п.

§ 2. Модель процесса производства и материально-технического снабжения

Формулируемая ниже модель представляет собой некоторую конкретизацию общей модели.

Процесс принятия текущих решений в производстве и материально-техническом снабжении децентрализован в том смысле, что решения принимаются различными предприятиями, преследующими, вообще говоря, несовпадающие цели и располагающими разной информацией.

Можно выделить два уровня решений. Решения более высокого уровня представляют собой плановые решения, т.е. вырабатываются в результате осуществления более или менее формальных процедур и регламентируют деятельность предприятий в течение значительного периода времени (года, квартала, месяца и т.п.). Эти решения являются агрегированными и подлежат "расшифровке", т.е. переработке в конкретные текущие решения, свойства кото-

рых перечислены в § I.

Предприятия взаимосвязаны, т.е. основные параметры процесса принятия предприятием текущих решений, а именно, объемы ресурсов, которые он может затратить в производстве, и объемы выполнения плановых заданий зависят не только от его собственных решений, но и от решений других предприятий.

Всей совокупности предприятий присуща общая цель, заключающаяся в выполнении плановых заданий. Достижению этой цели служит процесс корректировки вероятностных предпочтений на множествах допустимых текущих решений предприятий.

Рассмотрим совокупность из N взаимосвязанных предприятий (прочие экономические объекты, участвукшие в перераспределении ресурсов, формально выступают как предприятия).

Поскольку исследуем в явном виде процесс перераспределения материальных ресурсов, для нас становится важным не только общий объем ресурса в экономике, но и в распоряжении каких предприятий он находится. Число видов ресурсов в модели равно $m = M \times N$, т.е. физически одинаковые ресурсы (их M видов), находящиеся в распоряжении разных предприятий, считаются формально различными.

Обозначим через $R^j = (R^j_1, \ldots, R^j_M)$ объемы ресурсов, которые находятся в распоряжении предприятия j на начало периода функционирования, $R = (R^1, \ldots, R^N)$. Предполагается, что предприятие может затрачивать в производстве и поставлять другим предприятиям только ресурсы, находящиеся у него в распоряжении.

В соответствии с существующей системой снабжения для предприятий установлен в плане нормативный запас Q_{ij} каждого ресурса, т.е. максимальный объем, который оно может иметь в своем распоряжении для обеспечения бесперебойного функционирования. Этот норматив обеспечен соответствующими денежными средствами (как собственными, так и заемными). Действующий порядок финансирования производственных затрат таков, что предприятие всегда может получить банковский кредит, если приобретение ресурса вызвано производственной необходимостью и предусмотрено планом (см., например, [3]). Если R^j_i - фактический объем запаса, то предприятие предъявляет платежеспособный спрос в объеме, равном $max(0; \tilde{R}^j_i)$, где $\tilde{R}^j_i = Q_{ij} - R^j_i$.

Таким образом, объем поставки ресурса i предприятию j не может превышать величину $\tilde{R}_i^j$.

Множество производственных возможностей (включая возможности перераспределения ресурсов) для данной модели можно записать с помощью матрицы производственных способов (включая способы перераспределения ресурсов) в следующем виде:

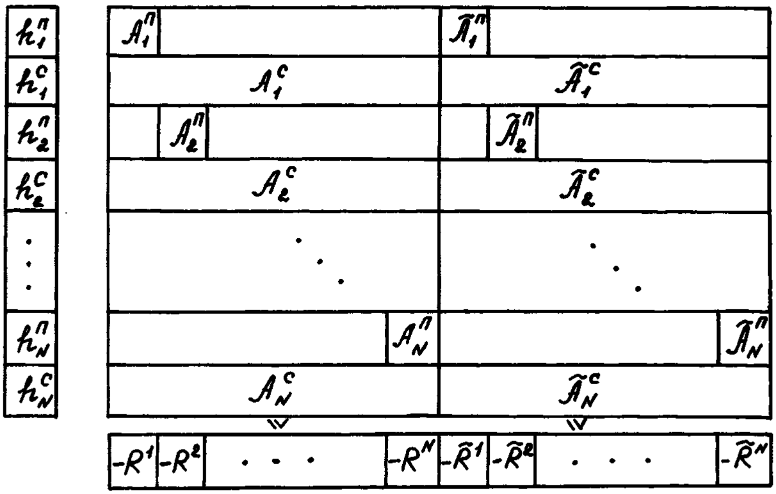

Рис. I

Строки матриц $A_1^п, \ldots, A_N^п$ представляют собой производственные способы, отрицательные компоненты в которых показывают затраты соответствующих ресурсов, а положительные - выпуск продукции. С помощью матриц $A_1^с, \ldots, A_N^с$ задаются различные варианты поставок продукции от одного предприятия к другому. В частности, строки этих матриц могут иметь вид транспортных способов: (...,-I,...,+I,...) или (...,-I,..., α_1,..., α_2,...). Последний способ озвачает одновременную поставку некоторого ресурса нескольким предприятиям в пропорции $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ Разумеется, могут быть предусмотрены способы одновременной поставки нескольких ресурсов.

Для способов поставки могут быть установлены ограничения сверху, которые интерпретируются как пропускные способности транспортных сетей, а также ограничения снизу, учитывающие транзитивную (т.е. минимальную) норму поставки.

Условимся, что предприятие поставляет другим только свою продукцию, поэтому для выпускаемой продукции норматив запаса $Q_{ij}=0$ и, следовательно, спрос также нулевой.

Из определения величин $\tilde{R}_i^j$, т.е. нехватки до нормативного запаса, ясно, что предприятие j

- затрачивая ресурс i в производстве, тем самым увеличивает соответствующее $\tilde{R}_i^j$;

- поставляя ресурс (продукцию) другому предприятию k, удовлетворяет его спрос, т.е. уменьшает $\tilde{R}_i^k$.

В соответствии с этим матрицы $\tilde{A}_j^n$ и $\tilde{A}_j^c$ имеют те же размерности, что и матрицы A_j^n, A_j^c, и $\tilde{A}_j^n=[-A_j^n]_+$, $\tilde{A}_j^c=-[A_j^c]_+$.[ж)] Иначе говоря, отрицательные элементы A_j^n меняют знак, а положительные принимают нулевые значения. Положительные элементы матриц A_j^c также меняют знак, а отрицательные становятся равными нулю. В результате этой операции матрицы $\tilde{A}_j^n$ неотрицательны, а матрицы $\tilde{A}_j^c$ неположительны.

Смысл ограничений (см. рис. I) таков. Предприятия не могут затратить в производстве больше ресурсов, чем они имели на начало функционирования и получили со стороны, а также иметь запасы ресурсов, больше нормативных, т.е. $hA \geq -(R,\tilde{R})$.

Предприятия выбирают интенсивности h_j^n, h_j^c способов, т.е. определяют объемы затрат ресурсов в производстве, выпуска продукции и поставок ее другим предприятиям.

Предприятия взаимосвязаны и возможности выбора h_j^n и h_j^c конкретным предприятием, вообще говоря, зависят от решений других предприятий: их спроса на продукцию и поставок ресурсов.

Рассмотрим сначала простой случай. Пусть предприятие не может пользоваться только своими собственными ресурсами и решило применять производственный способ s. Тогда его интенсивность в соответствии с (2) равна:

$$h_{s_j}^n = \min_{i/a_{ijs}^n<0} \left(R_i^j / |a_{ijs}^n| \right),$$

ж) Знак $[a]_+$ означает положительную часть a.

т.е. зависит только от имеющихся ресурсов R^j и определяется "узким местом" по ресурсу.

Если предприятие решило сначала применить способ поставки, то его интенсивность равна:

$$h^c_{s_j} = \min\left(\min_{i/a^c_{ijs}<0} R^j_i / |a^c_{ijs}| ; \min_{k\neq j, \tilde{a}^c_{iks}<0} \tilde{R}^k_i / |\tilde{a}^c_{iks}|\right),$$

т.е. зависит не только от объемов ресурсов у предприятия-поставщика, но и от опроса потребителей.

Интерпретируем процесс принятия текущих решений применительно к данной модели. Процесс предполагает, что для каждого единичного периода определен приоритет $S=\{s_1,\dots,s_r\}$ способов из матрицы A, который представляет собой случайную реализацию вероятностного предпочтения $\mathcal{X}$.

Если I_j – множество номеров способов, объемы применения которых назначает предприятие j, то вектор $\hat{\mathcal{X}}^j=\{\mathcal{X}_s\}_{s\in I_j}$ после соответствующей нормировки можно рассматривать как вероятностное предпочтение для предприятия j, т.е. представление о сравнительной эффективности способов субъекта, принимающего решения на уровне предприятия. Соответствующая последовательность приоритета S определяет конкретную реализацию предпочтения $\hat{\mathcal{X}}_j$, иначе говоря, приоритет способов предприятия j.

Кроме того, в векторе $\mathcal{X}$ содержится еще информация, характеризующая взаимодействие предприятий. Рассмотрим вектор

$$\left(\sum_{s\in I_1}\mathcal{X}_s,\dots,\sum_{s\in I_N}\mathcal{X}_s\right)=(p_1,\dots,p_N)=p.$$

Компонента p_j означает вероятность выбора любого способа предприятия j.

Таким образом, чтобы определить $\mathcal{X}$ для системы в целом, надо задать предпочтения $\hat{\mathcal{X}}_j$ предприятий и вектор p. Поясним экономический смысл вектора p. В рассматриваемой системе продукция одного предприятия является ресурсом для другого. Причем производство продукции и ее потребление могут осуществиться в течение одного и того же периода.

Предположим, что сначала интенсивности своих способов (в соответствии со своим вероятностным предпочтением) назначает предприятие I, потом предприятие 2 и т.д. Получится, что предприятие I в принципе не может использовать в производстве продукцию, выпущенную другими предприятиями в этот же период.

Какую бы последовательность номеров предприятий мы ни взяли, получим картину, вообще говоря, далекую от реальности. Дело в том, что сможет одно предприятие использовать в тот же период продукцию, выпущенную другим предприятием, или нет, есть, по существу, случайное событие. Вероятности таких событий и задает вектор ρ .

Объясним это на простом примере:

	a		b							
s_1	-1		-0,5		1					
s_2			1				-1			
s_3							-1		1	
	-100		-2		0		-3		0	

Здесь выделены два способа. Способ s_1 описывает процесс производства на некотором предприятии (затрачивается I ед.ресурса a и 0,5 ед. ресурса b , в результате выпускается I ед. продукции). Способ s_2 отражает перераспределение затрачиваемого ресурса b от некоторого другого предприятия к данному.

В соответствии с описанным процессом принятия текущих решений, т.е. выбора объемов применения способов, основанном на принципе приоритета, возможны две ситуации: способ s_1 предшествует по приоритету способу s_2 или наоборот. Если способ s_1 выбирается первым, то объем h_{s_1} его применения равен четырем ("узкое место" - ресурс b). Затем выбирается способ s_2, и первое предприятие получает 3 ед. ресурса b , которые, однако, не затрачиваются в производстве в тот же период. Содержательно это может означать, что поставка произведена в конце периода.

Если способ s_1 выбирается за способом s_2 , то постав -

ленные ресурсы используются в том же периоде и $h_{s_1}=10$. Отсюда видно, что объем выпуска продукции по способу s_1 зависит от соотношения π_{s_1} и π_{s_2} и равен $\left(4\left(\pi_{s_1}/(\pi_{s_1}+\pi_{s_2})\right)+10\left(\pi_{s_2}/(\pi_{s_1}+\pi_{s_2})\right)\right)$.

Механизм корректировки предпочтений в этом случае можно пояснить так. Пусть в распоряжении поставщика имеются, кроме способа s_2, еще и другие способы (например, s_3). Предположим, что продукция, выпускаемая по способу s_1, является в системе наиболее дефицитной и производство ее должно быть увеличено. Тогда при корректировке π предпочтительность π_{s_2} способа s_2 увеличится по отношению к другим способам. Следовательно, увеличится и выпуск дефицитного продукта.

Легко показать, что если предприятия ресурсами не обмениваются (матрицы A_j^c нулевые), вектор p может принимать любые значения, т.е. варьируя p, для фиксированных $\tilde{\pi}^j$ получаем эквивалентные π в том смысле, что $E(x(\pi))$ и $D(x(\pi))$ не меняются.

Рассмотрим теперь вторую часть модели - матрицу B плановых заданий:

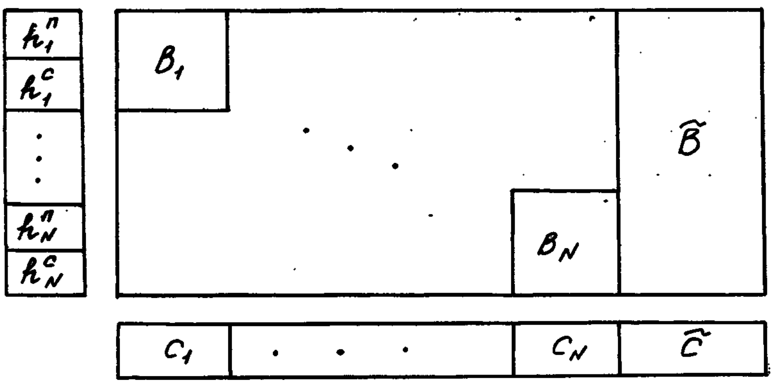

Рис. 2

Для предприятий установлены плановые задания как производственного характера, так и по поставкам продукции. Уровни этих заданий определяются векторами $c_1, \ldots, c_N$. Элементы матриц B_j задают объемы выполнения соответствующих заданий при едини-

чных интенсивностях способов.

Наряду с заданиями для предприятий в отдельности, установлены также задания для произвольной совокупности предприятий (вектор $\tilde{C}$). Это могут быть, например, задания для объединения, отрасли, района и т.д. Иными словами, выполнение задания $\tilde{C}$ зависит от более чем одного предприятия.

С формальной точки зрения сформулированная модель укладывается в общую схему, в частности, можно говорить об оптимальном вероятностном предпочтении $\mathcal{X}$ для данной модели в смысле максимального приближения к плановым заданиям $C=(C_1,\dots,C_N,\tilde{C})$. Сам вектор C выступает здесь как некоторый компромисс между ценами отдельных предприятий и вырабатывается в результате процесса планирования (корректировки плановых заданий), который рассматривается в [4].

Таким образом, процесс выполнения плановых заданий включает в себя определенный способ управления, состоящий в корректировке предпочтений предприятий. Причем предприятие, уточняя вероятностное предпочтение производственных способов перераспределения ресурсов, стремится к максимальному (равномерному) выполнению заданий для всей системы. Вероятностный характер процесса принятия текущих решений и отсутствие полной информации о конечных результатах решений могут приводить к диспропорциям, которые сглаживаются или устраняются в процессе функционирования.

Данная модель отражает важное свойство действующей системы материально-технического снабжения, состоящее в том, что осуществляются поставки ресурсов, а не их обмен. Причем решающую роль играют не соображения прибыльности, а директивные задания по поставкам и приоритет (предпочтение) потребителей. Действительно, на практике редко производится непосредственный обмен ресурса на ресурс, материальные связи являются более сложными (поставщик, как правило, получает ресурсы не от потребителя своей продукции). Модели перераспределения ресурсов на эквивалентных началах (см., например, [5, 6]) не могут в этом смысле служить базой для изучения реальных процессов снабжения.

Другая характерная черта рассматриваемой модели заключается в рассмотрении процесса распределения во взаимосвязи с процессом производства. Поэтому такие основные параметры, как

спрос потребителей, предложение поставщиков, эффективность использования ресурсов, не задаются извне, а определяются внутри модели. Следовательно, тот или иной вариант распределения ресурсов получает оценку по конечным результатам функционирования системы.

Траекторией в данной модели является последовательность $\{x_t\}_{t=1}^{T}$, в которой содержится исчерпывающая информация о процессе воспроизводства, $x_t = h_t A_t$. Здесь h_t - объемы применения способов матрицы A_t (см.рис. I). На основе $\{x_t\}_{t=1}^{T}$, легко рассчитать основные показатели: валовые объемы выпуска и затрат, конечный продукт, межотраслевые пропорции и т.д. Таким образом, на множестве траекторий системы можно определить любой критерий W эффективности функционирования.

Поскольку модель является вероятностной, одна случайная реализация еще не содержит достаточной информации для содержательных выводов. Те или иные показатели, определенные на множестве траекторий, являются случайными величинами, параметры функций распределения которых нужно найти (например, средний объем конечного продукта и т.п.).

Укажем две группы параметров, варьирование которых составляет существо численного эксперимента. Это плановые задания C и структура плановых показателей (матрица B).

Может оказаться, что наилучшим с точки зрения критерия, определенного на конечных результатах функционирования, окажется план, который не был оптимальным в соответствующей модели планирования. Этого естественно ожидать, так как в модели планирования процесс принятия решений в производстве и снабжении обычно представляется в неявном, агрегированном виде, а сами модели планирования обычно являются детерминированными.

Таким образом, с помощью данной модели можно оценить эффективность тех или иных уровней плановых заданий по ожидаемым конечным результатам производства.

Вариация структуры плановых показателей предполагает изменение коэффициентов матрицы B , а также включение новых столбцов (показателей) (см. рис. 2).

Если погрузить данную модель в более общую, включающую процесс составления и корректировки плана, то подобную оценку

можно получить для того или иного алгоритма составления плана, т.е. взаимодействия экономических объектов в процессе планирования. Эта проблема рассматривается в [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. БЕЛЛМАН Р., ЗАДЕ Л. Принятие решений в расплывчатых условиях.-В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М., "Мир", 1976, с.172-215.
2. МАКАРОВ В.Л., ПЕРМИНОВ С.Б. О некоторых аспектах моделирования процесса выполнения плана. - "Экономика и мат. методы", 1978, т. 14, вып. 2, с. 235-247.
3. ШЕНГЕР Ю.Е. Кредит и предприятие. М., "Финансы", 1973.
4. ПЕРМИНОВ С.Б. Модель взаимодействия предприятий и вышестоящих органов управления при корректировке плана. - Настоящий сб., с.92-112.
5. OSTROY J.M., STARR R.M. Money and decentralization of exchange. - "Econometrica", 1974, v.42, N 6, p.1093-1113.
6. ПОЛТЕРОВИЧ В.М. Математические модели перераспределения ресурсов. М., изд. ЦЭМИ, 1970.

Поступила в ред.-изд. отд.
13.XII.1977 г.