

УДК 51.330.115

**МАШИННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ
ПРОЦЕССА КОРРЕКТИРОВКИ И ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА****В.М.Кауров, С.М.Лавинский, С.Б.Перминов**

Основным методом исследования моделей процессов корректировки и выполнения плана, описанных в [1,2], является машинный эксперимент. В данной статье рассматривается машинная модель, предназначенная для численного экспериментирования. В изложении используются обозначения и терминология из работ [1,2], что предполагает предварительное знакомство с ними.

Рассматриваемые имитационные модели принципиально отличаются от имитационных моделей, основанных на решении дифференциальных и конечно-разностных уравнений; подобные модели предложены Дж. Форрестером [3] и другими авторами. В наших моделях представлен в явном виде механизм принятия решений и взаимодействия экономических объектов. Модели содержат большое количество параметров, взаимосвязи которых не описываются аналитическими функциями. Это препятствует использованию языков имитационного моделирования типа ДИНАМО [3] и требует разработки специального математического и программного обеспечения.

В экспериментах не только варьируются числовые параметры, но и заменяются отдельные алгоритмы принятия решений. Поэтому комплекс машинных программ должен иметь модульную структуру, иными словами, допускать легкую замену и наращивание отдельных блоков.

Другое требование заключается в обеспечении относитель-

ной независимости машинной модели от размерностей исходных массивов (числа предприятий, продуктов и т.п.). Это важно при адаптации модели к различным конкретным объектам, а также при агрегировании (деагрегировании) номенклатуры продукции.

Поскольку модель является вероятностной, для расчета различных усредненных характеристик необходимо значительное число экспериментов, что резко повышает требования к быстродействию. Эти требования являются конкурирующими. Например, универсальность комплекса программ, как правило, достигается за счет снижения быстродействия.

Рассмотрим реализацию этих принципов в разработанной машинной модели.

§ I. Схема комплекса программ

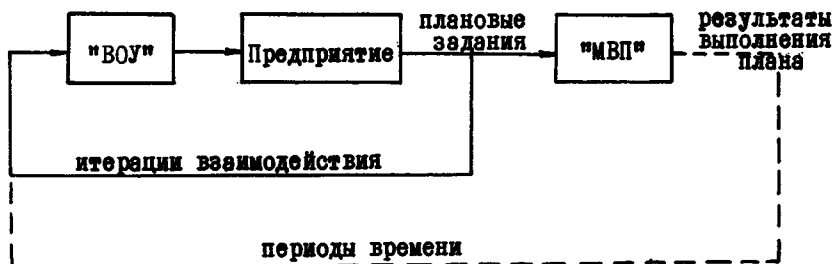
Машинная реализация описывает два основных процесса:

- составление (корректировку) плана во взаимодействии предприятий и вышестоящих органов управления (ВОУ);
- выполнение плана, т.е. производство и перераспределение ресурсов между предприятиями.

В машинной модели выделены три основных блока:

- "ВОУ" - составление плана вышестоящим органом управления,
- "Предприятие" - составление плана предприятием,
- "МВП" - выполнение плана предприятиями.

Формулировка моделей, положенных в основу этих блоков, приведена в [1,2]. Взаимосвязь блоков можно представить следующим образом:



Опишем кратко процесс взаимодействия блоков. В начале каждого единичного периода (месяца) производится увязка планов предприятий и вышестоящих органов управления. На каждой итерации предприятия рассчитывают варианты планов, ориентируясь на директивные задания. Затем ВОУ осуществляют корректировку заданий, исходя из вариантов планов, предложенных предприятиями, и коэффициентов взаимозаменяемости заданий по выпуску и затратам. При этом каждый ВОУ стремится в максимальной степени выполнить задания, установленные для него сверху.

Согласованный план служит исходной информацией для блока "МВП" и содержит основные показатели, на которые ориентируются предприятия в своей оперативной деятельности при выборе объемов применения производственных способов и способов перераспределения ресурсов. Поскольку процесс принятия оперативных (текущих) решений носит вероятностный характер и при составлении плана использовалась более или менее грубая (агрегированная) информация о производственных возможностях, план может быть выполнен не по всем показателям. Следовательно, в начале следующего единичного периода вновь возникнет необходимость в корректировке заданий и т.д.

Блоки "ВОУ" и "Предприятие" являются универсальными в том смысле, что с их помощью осуществляется расчет планов всех конкретных ВОУ (министерств и территориальных органов управления) и предприятий. Специфика экономического объекта (набор плановых показателей, сведения о производственных возможностях, целевые функции) учитывается в исходной информации, используемой данными блоками. Блоки функционируют обособленно в программном и информационном отношениях, т.е. обмен информацией между ними осуществляется через внешнюю память (магнитные диски).

Рассмотрим теперь машинную реализацию блоков в отдельности, обращая особое внимание на отличия машинных алгоритмов от описанных в исходной модели.

Основной составной частью блока "Предприятие" является программа решения задачи линейного программирования, т.е. задачи (4) из [2]. Формирование матрицы этой задачи осуществляется внутри блока. Специфика рассматриваемого процесса взаимодействия такова, что от одной итерации к другой варьируются лишь правые части задачи линейного программирования, а матрица и коэффициенты целевой функции остаются неизменными. Это

дает возможность существенно ускорить корректировку плана предприятиями.

Действительно, перейдем от прямой задачи к двойственной. В ней уже будут варьироваться только коэффициенты целевой функции. Поскольку эти вариации в рассматриваемом процессе взаимодействия относительно малы, в качестве начального допустимого решения на каждой итерации целесообразно брать оптимальное решение, полученное на предыдущей итерации. В результате время расчета плана предприятия уменьшается практически на один или два порядка.

В блоке "ВОУ" также решается задача линейного программирования (см. задачу (6) в [2]), но здесь от одной итерации к другой уже варьируются не только правые части, но и сами элементы матриц, которые определяются вариантами y_j планов, предложенных предприятиями, и соответствующими коэффициентами a_{ij} взаимозаменяемости плановых показателей. Число ограничений в этой матрице (см. рис.2 в [2]) равно $N(2L+1)+K$, где N — число контролируемых предприятий, L — число плановых заданий, устанавливаемых каждому предприятию, а K — число агрегированных заданий для ВОУ.

Множество допустимых плановых заданий $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N)$ для предприятий определяется условиями:

$$\begin{aligned} y_{ij} - \epsilon^r \hat{y}_{ij} &\leq y_{ij} + \epsilon^r, \quad i = 1, \dots, L, j = 1, \dots, N, \\ \sum_{i=1}^L a_{ij} \hat{y}_{ij} &= \sum_{i=1}^L a_{ij} y_{ij}, \quad j = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (1)$$

Иными словами, ВОУ может корректировать задания, ориентируясь на коэффициенты взаимозаменяемости и отклоняясь от вариантов планов, предложенных предприятиями, не более чем на ϵ^r .

Заметим, что среди коэффициентов a_{ij} для каждого предприятия может быть значительное количество нулевых. Это означает, что некоторый ресурс, выделенный предприятию, полностью не используется или плановое задание по выпуску продукции (прибыли) перевыполняется. Такие ситуации весьма типичны, так как производственные возможности предприятия задаются набором производственных способов, т.е. ресурсы являются взаимозаменяемыми лишь в некоторых пределах.

Тогда соответствующие \hat{y}_{ij} можно исключить из условия

задачи (I), положив их равными y_{ij} , что приведет к уменьшению ее размерности.

Обратим теперь внимание на одно важное свойство процесса взаимодействия предприятий и ВОУ. В исходной модели ВОУ находят такие новые плановые задания для предприятий из условий (I), которые доставляли бы максимум его целевой функции ψ . Однако можно рассмотреть алгоритмы, не основанные на непосредственном решении экстремальной задачи, но в которых корректировка плановых заданий осуществляется таким образом, что новые задания \hat{y} удовлетворяют условию (I) и $\psi(\hat{y}) \geq \psi(y)$. Использование таких алгоритмов представляет интерес в двух отношениях. Во-первых, это уменьшает время машинного счета, во-вторых, такие алгоритмы лучше описывают реальные процедуры принятия решений.

В модели реализован один из возможных вариантов подобного алгоритма, основанный на принципе устранения "узкого места". Этот принцип широко используется в практике корректировки плановых заданий, поэтому данный алгоритм представляет собой некоторую формализацию реальных процедур принятия решений.

Пусть целевая функция ψ ВОУ задана следующим образом. Нужно максимизировать выпуск конечной продукции в заданной структуре $(g_1^0, \dots, g_m^0) > 0$:

$$\sum_{j=1}^N y_j - x g^0 \geq 0, \quad x \rightarrow \max.$$

Для каждого набора $y = (y_1, \dots, y_N)$ вариантов планов, предложенных предприятиями, определим последовательность $\{i_1, \dots, i_m\}$ номеров продуктов в порядке убывания их дефицитности относительно структуры g^0 , т.е. величины g_i^0 / σ_i , где $\sigma_i = \sum_j y_{ij}$.

Поскольку значение целевой функции ψ определяется "узким местом", т.е. величиной $g_{i_1}^0 / \sigma_{i_1}$, целесообразно пытаться устранить это "узкое место", увеличивая выпуск или уменьшая затраты продукта i_1 на предприятиях. При этом должны быть выполнены условия (I), что приведет к изменению выпуска (затрат) прочих продуктов.

Разумеется, надо следить, чтобы не образовалось "узкое

место" по другому продукту. Выделим в качестве "ориентира" продукт i_2 , т.е. следующий по дефицитности за продуктом i_1 . Запретим увеличивать конечный выпуск продукта i_1 настолько, чтобы самым дефицитным стал продукт i_2 , а также запретим уменьшать конечный выпуск "перепроизводимых" продуктов i_3, \dots, i_m ниже уровня, соответствующего продукту i_2 .

Обозначим предельные объемы увеличения (уменьшения) выпуска через

$$\Delta i_1 = v_{i_2} g_{i_1}^0 / g_{i_2}^0 - v_{i_1},$$

$$\Delta i_\ell = v_{i_2} - v_{i_\ell} g_{i_\ell}^0 / g_{i_2}^0, \quad \ell = 3, \dots, m,$$

а через $y_{ij} = y_{ij} - \varepsilon^*$, $\bar{y}_{ij} = y_{ij} + \varepsilon^*$ соответственно нижние и верхние границы изменения плановых заданий.

Естественно начинать просматривать "перепроизводимые" продукты в последовательности $\{i_m, i_{m-1}, \dots, i_3\}$, т.е. сначала пытаться увеличить выпуск (уменьшить затраты) продукта i_1 за счет наименее дефицитного продукта i_m . Так как он может выпускаться несколькими предприятиями, в первую очередь следует увеличить выпуск продукта i_1 на том предприятии, на котором это сопровождается минимальным уменьшением выпуска продукта i_m .

Корректировка пары $(y_{i_1 j}, y_{i_m j})$ производится с учетом ограничений Δi_1 , Δi_m и условий (I). Затем рассматриваются возможности увеличения выпуска продукта i_1 на прочих предприятиях в последовательности убывания коэффициентов взаимозаменяемости $a_{i_m j} / a_{i_1 j}$. При этом опускаются те предприятия, у которых либо $a_{i_1 j}$, либо $a_{i_m j}$ равны нулю.

В соответствии с этими правилами строится последовательность пар номеров (i_s, j_s) , $s = 1, \dots, k$, $k \leq (m-2)N$, где i_s — номер "перепроизводимого" продукта, уменьшая выпуск которого на предприятии, пытаемся увеличить выпуск продукта i_1 .

Формализуем описанный алгоритм следующим образом. Обозначим через \hat{y}_{ij}^s задание по выпуску продукта i на предприятии j после корректировки на шаге s ($\hat{y}_{ij}^0 = y_{ij}$ для всех i, j).

Для всех пар (i_s, j_s) :

а) выбирается максимальное \hat{y}_{i_s, j_s}^s из условий

$$a_{i_1 j_1} \hat{y}_{i_1 j_1}^s + a_{i_3 j_3} \hat{y}_{i_3 j_3}^s = a_{i_1 j_1} \hat{y}_{i_1 j_1}^{s-1} + a_{i_3 j_3} y_{i_3 j_3},$$

$$\underline{y}_{i_1 j_1} \leq \hat{y}_{i_1 j_1}^s \leq \bar{y}_{i_1 j_1},$$

$$\underline{y}_{i_3 j_3} \leq \hat{y}_{i_3 j_3}^s \leq \bar{y}_{i_3 j_3},$$

$$\hat{y}_{i_1 j_1}^s - \hat{y}_{i_1 j_1}^{s-1} \leq \Delta_{i_1}^s,$$

$$y_{i_3 j_3} - \hat{y}_{i_3 j_3}^s \leq \Delta_{i_3}^s;$$

б) корректируются предельные объемы изменения конечных выпусков:

$$\Delta_{i_1}^{s+1} = \Delta_{i_1}^s - (\hat{y}_{i_1 j_1}^s - \hat{y}_{i_1 j_1}^{s-1}),$$

$$\Delta_{i_3}^{s+1} = \Delta_{i_3}^s - (y_{i_3 j_3} - \hat{y}_{i_3 j_3}^s).$$

Легко показать, что итоговый $(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ является допустимым, т.е. удовлетворяет условиям (I), а также $\Psi(\hat{y}) \geq \Psi(y)$. Если же хотя бы для одного (i_s, j_s) удастся произвести указанную замену, то $\Psi(\hat{y}) > \Psi(y)$.

Обратим внимание, что в некоторых ситуациях описанный алгоритм может не давать улучшения, хотя в принципе оно возможно (например, когда "узким местом" являются два продукта). Это требует применения более тонких алгоритмов. В машинной модели предусмотрено, что, если встретится такая ситуация, применяется более общий алгоритм, основанный на непосредственном решении задачи линейного программирования (4) из [2].

Рассмотрим теперь блок "МВП", описывающий процесс выполнения плана производства и перераспределения ресурсов (см. § 2 в [I]).

В исходном варианте модели предполагалось, что в процессе корректировки вероятностных предпочтений образуются "устой-

чивые комбинации" производственных способов, которые пополняют матрицы A и B (см. рис. 2 и 3 в [1]). С точки зрения машинной реализации это не представляется возможным, так как приводит к постоянному увеличению размерности. Поэтому в машинной модели реализован несколько иной алгоритм.

Наряду с добавлением способов периодически производится их исключение. При этом из матриц могут исключаться лишь способы, добавленные ранее. При достижении матрицами A и B предельного размера, отведенного в машинной памяти, определяется среди добавленных способов, имеющих минимальную вероятность выбора π_j . Эта вероятность полагается равной нулю, а сам способ исключается из рассмотрения. Вероятности выбора оставшихся способов соответствующим образом нормируются.

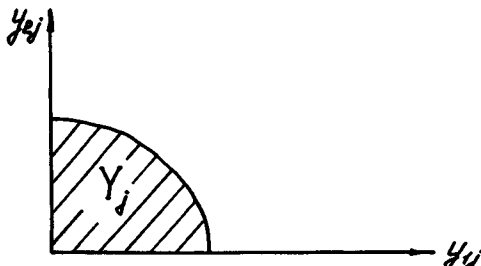
Содержательно это означает, что "устойчивые комбинации" способов "распадаются" (забываются субъектом, принимающим решения), если они становятся малоупотребительными. Поскольку при этом исключаются только вновь введенные способы, производственные возможности сохраняются, так как все введенные способы по построению являются линейными комбинациями способов, имевшихся в первоначальных матрицах.

Эксперимент с машинной моделью заключается в реализации траектории системы, которая содержит информацию об объемах выпуска, затрат и поставок ресурсов предприятиями, корректировках плана и т.д. Поскольку модель является вероятностной, однократный эксперимент не дает основания для содержательных выводов. Для этого необходимо проведение серии экспериментов на одной и той же исходной информации. На множестве случайных реализаций траектории определяются те или иные критерии оценки процесса функционирования системы (математическое ожидание выпуска конечной продукции и т.п.).

§ 2. Экспериментальные расчеты

Приведем некоторые результаты численных экспериментов с целью иллюстрации основных свойств алгоритма, положенного в основу процесса корректировки плановых заданий.

Пусть множества допустимых планов предприятий имеют вид:



Для всех трех рассматриваемых предприятий множества Y_j одинаковы и равны $\{y_j = (y_{1j}, y_{2j}) \mid y_{1j} \geq 0, y_{1j}^2 + y_{2j}^2 \leq 2\}$. Глобальная целевая функция U определена на множестве $Y_1 \times Y_2 \times Y_3$:

$$U(y_1, y_2, y_3) = \min \left(\sum_{i=1}^3 y_{ij} \right).$$

Таким образом, цель всей системы заключается в максимизации выпуска двух продуктов в структуре $(I; I)$.

Этот пример относится к общему варианту алгоритма (см. § I в [2]), когда множества Y_j не обязательно многогранные, а функция U нелинейна. В качестве начального варианта взяты $x_j = (0; 2)$ для всех $j = 1, 2, 3$. Значение целевой функции U в оптимуме равно шести.

В экспериментах варьировались:

а) точность ϵ расчета (если $|u^{ant} - u_r| \geq \epsilon$, то процесс продолжается);

б) скорость убывания величины ϵ^r , определяющей максимальное возможное отклонение скорректированных заданий \hat{y}_j^r от предложенных предприятиями

$$\epsilon^r = 1/r^\alpha, \quad r = 1, 2, \dots, \alpha > 0;$$

в) способ проектирования задания \hat{y}_j^r на множество Y_j , т.е. выбора предприятием плана y_j^r в ответ на задание \hat{y}_j^r .

Рассмотрим некоторые способы такого проектирования.

В варианте А предприятие стремится в первую очередь выполнить задание по выпуску продукта I, т.е. определяет максимальный выпуск продукта 2 при условии, что $y_{1j}^r = \hat{y}_{1j}^r$. Если уровень \hat{y}_{1j}^r выпуска продукта I недопустим, то выбирается максимально возможный.

Опишем некоторые другие варианты. Пусть y_j^r является решением задачи

$$y_j^r \in Y_j, \quad y_j^r \leq \hat{y}_j^r, \\ \sum_{i=1}^2 p_{ij}(\hat{y}_{ij}^r - y_{ij}^r) \rightarrow \min.$$

Обозначим различные варианты весов (p_1, p_2) следующим образом: $B-(1;1)$, $C-(1;4)$, $D-(4;1)$.

Результаты численных экспериментов (число итераций до получения оптимума с точностью до ϵ) приведены в таблице.

Способ проектиров. α	I %				0,1%			
	I	0,8	0,6	0,4	I	0,8	0,6	0,4
A	4	5	9	24	12	21	57	427
B	1	2	3	4	1	7	21	95
C	5	4	4	6	7	10	22	126
D	1	4	9	24	6	21	57	427

Из таблицы видно, что наилучшие результаты достигаются при варианте B , когда оба продукта для предприятия равноценны, т.е. $p_1 = p_2$. В принципе влияние способа проектирования весьма незначительно. При малых α ряд ϵ^r убывает слишком медленно и имеют место колебания около оптимума.

В машинной модели множества Y_j являются выпуклыми многогранниками. Рассмотрим соответствующий простой пример, предполагая, что имеется один орган управления, два продукта, три предприятия.

Каждое предприятие имеет пять производственных способов и три локальных ограничения. Итак, множества Y_j выполняемых планов для предприятий имеют вид:

$$1) \quad \begin{array}{ccccc} & h_{11} & & & h_{51} \\ \begin{array}{c} -0.6 \\ -0.4 \\ -1.2 \\ 0.6 \\ 0.4 \end{array} & \begin{array}{c} -1.2 \\ -0.3 \\ -0.6 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} -0.3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} -0.7 \\ -0.5 \\ -0.6 \\ 0.2 \\ 0.8 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -1.3 \\ -1.5 \\ 0.4 \\ 0.6 \end{array} & \begin{array}{c} \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \end{array} & \begin{array}{c} -10 \\ -10 \\ -10 \\ y_{11} \\ y_{21} \end{array} \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{ccccc} & h_{12} & & & h_{52} \\ \begin{array}{c} -0.4 \\ 0 \\ -2 \\ 0.2 \\ 0.8 \end{array} & \begin{array}{c} -0.8 \\ -1.2 \\ -0.4 \\ 0.1 \\ 0.9 \end{array} & \begin{array}{c} -0.7 \\ -0.5 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{array} & \begin{array}{c} -1.1 \\ -0.8 \\ -0.4 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} -0.3 \\ -1.2 \\ -0.6 \\ 0.7 \\ 0.3 \end{array} & \begin{array}{c} \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \end{array} & \begin{array}{c} -10 \\ -10 \\ -10 \\ y_{12} \\ y_{22} \end{array} \end{array}$$

$$3) \quad \begin{array}{ccccc} & h_{13} & & & h_{53} \\ \begin{array}{c} -1.1 \\ -0.2 \\ -1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ -0.7 \\ -1.5 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} -0.8 \\ -1.1 \\ -0.3 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} -0.6 \\ -0.8 \\ -0.9 \\ 0.7 \\ 0.8 \end{array} & \begin{array}{c} -0.9 \\ -0.5 \\ -0.8 \\ 0.2 \\ 0.8 \end{array} & \begin{array}{c} \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \end{array} & \begin{array}{c} -10 \\ -10 \\ -10 \\ y_{13} \\ y_{23} \end{array} \end{array}$$

Как и в [2], предполагается, что пара $(y_{1j}, y_{2j}) \in Y_j$, если существует $h_j \geq 0$ в приведенной выше системе неравенств.

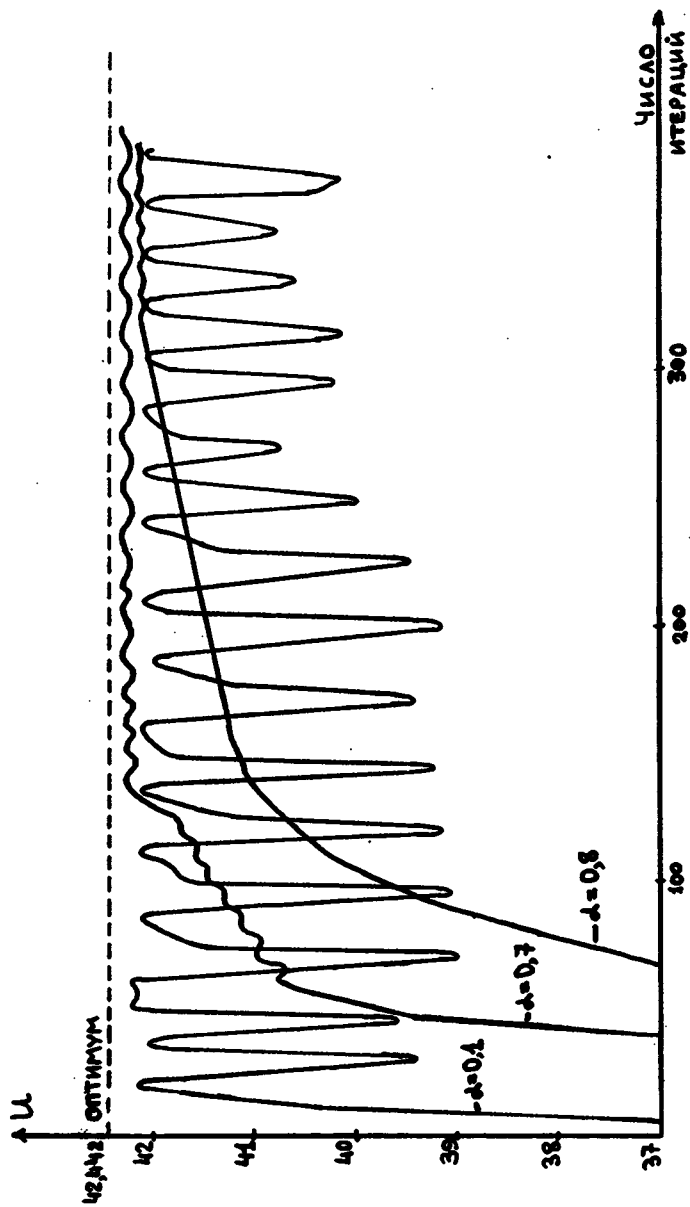
Глобальная целевая функция определена следующим образом:

$$U(y_1, y_2, y_3) = \min \left(\sum_{j=1}^3 y_{ij} / \alpha_i \right), \alpha = (0.3; 0.7).$$

Начальное $(y_{1j}, y_{2j}) = (2; 2)$ для всех j . В экспериментальных расчетах варьировались последовательности $\{\varepsilon^k\}$, т.е. параметры α в выражении $\varepsilon^k = 1/\rho \alpha$.

Результаты расчетов приведены на рисунке (см. с. II2) Параметр α принимает три значения: 0.1, 0.7, 0.8.

Как и в нелинейном случае, при малых α имеют место значительные колебания, а при $\alpha = 0.8$ значение функции U



возрастает более монотонно.

Заметим, что в приведенных расчетах в качестве начального приближения выбран произвольный и далекий от оптимального план. В исходной модели данный алгоритм применяется в основном для относительно малых корректировок плана в процессе его выполнения. Поэтому в практических расчетах необходимое число итераций существенно меньше.

ЛИТЕРАТУРА

1. ПЕРМИНОВ С.Б. Имитационная модель процесса выполнения плана. - Настоящий сб., с.72-91.
2. ПЕРМИНОВ С.Б. Модель взаимодействия предприятий и вышестоящих органов управления при корректировке плана. - Настоящий сб., с.92-112.
3. ФОРРЕСТЕР Дж. Основа кибернетики предприятия. М., "Мир", 1971.

Поступила в ред.-изд. отд.
26.XII.1977 г.