УДК 513.88

О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ В ВЕКТОРНОМ НОРМИРОВАННОМ ПРОСТРАНСТВЕ ЭЛЕМЕНТАМИ ЛОКАЛЬНО-ЗВЕЗДНОГО МНОЖЕСТВА

Г.Я. Ярахмедов

Работа посвящена обсуждению некоторых вопросов наилучшего приближения в векторном нормированном пространстве элементами одного класса множеств, могущих не быть выпуклыми. Соответствующие предложения служат распространением некоторых известных результатов теории наилучших приближений (см., например, [1-5]) на рассматриваемый случай.

1°.Пусть $\mathcal{Z}$ - подмножество (вещественного или комплексного) векторного пространства E . Будем говорить, что $\mathcal{Z}$ локально-звездно относительно точки $z \in \mathcal{Z}$, если для каждого $z' \in \mathcal{Z} \setminus \{z\}$ открытый луч $\Lambda(z, z')$ с вершиной в точке z , направленный в z', и множество $\mathcal{Z}$ содержат некоторый отрезок с началом в точке z. Множество $o(\mathcal{Z})$ всех тех точек $z \in \mathcal{Z}$, относительно которых $\mathcal{Z}$ локально-звездно, назовем ядром локальной звездности множества $\mathcal{Z}$.

Если $\mathcal{Z}$ - выпуклое множество в E , то оно локально-звездно относительно каждой своей точки, так что $\mathcal{Z} = o(\mathcal{Z})$. Однако существуют непустые множества, локально-звездные относительно каждой своей точки и в то же время не являющиеся выпуклыми. Поэтому ядро локальной звездности, вообще говоря, не является даже звездным множеством (в обычном смысле), хотя всякое звездное относительно некоторой своей точки множество является также локально-звездным относительно этой точки.

2°. Всюду в дальнейшем E - векторное нормированное пространство, $\mathcal{Z}$ - локально-звездное множество в E , $\bar{\mathcal{Z}}$ - его

замыкание в E, $o(\mathcal{Z})$ – ядро локальной звездности множества $\mathcal{Z}$, для каждого $x \in E$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x) = \{z^* \in \mathcal{Z} \mid \|x - z^*\| = \inf_{z \in \mathcal{Z}} \|x - z\|\};$$

Q – компактное топологическое пространство, $C(Q)$ – множество всех непрерывных на Q функций со значениями в $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$, для каждого $x \in C(Q)$

$$\Omega_x = \{q \in Q \mid |x(q)| = \max_{t \in Q} |x(t)|\},$$

$\bar{x}$ – комплексно-сопряженная функция для x.

Если $z_0 \in o(\mathcal{Z}) \cap \mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$ для некоторого $x \in E$, то легко видеть, что

$$\|x - z_0\| = \inf_{u \in \Lambda(z_0, z) \cap \mathcal{Z}} \|x - u\| = \inf_{u \in \Lambda(z_0, z)} \|x - u\|$$

при всех $z \in \mathcal{Z} \setminus \{z_0\}$.

Обратно, если $z_0 \in o(\mathcal{Z})$ и $\|x - z_0\| = \inf_{u \in \Lambda(z_0, z) \cap \mathcal{Z}} \|x - u\|$ при всех $z \in \mathcal{Z} \setminus \{z_0\}$, то, очевидно, $z_0 \in \mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$.

Таким образом, справедливо

ПРЕДЛОЖЕНИЕ I. Пусть $z_0 \in o(\mathcal{Z})$. Следующие условия равносильны:

α) $z_0 \in \mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$;

β) $\|x - z_0\| = \inf_{u \in \Lambda(z_0, z) \cap \mathcal{Z}} \|x - u\|$ при всех $z \in \mathcal{Z} \setminus \{z_0\}$,

γ) $\|x - z_0\| = \inf_{u \in \Lambda(z_0, z)} \|x - u\|$ при всех $z \in \mathcal{Z} \setminus \{z_0\}$.

Предложение I может служить основой для доказательства любого признака наилучшего приближения колмогоровского типа. Оно показывает, что задача наилучшего приближения элементами ядра локально-звездного (или выпуклого) множества может быть сведена к задаче наилучшего приближения элементами луча с вершиной в точке, относительно которой данное множество локально-звездно.

3°. Пусть $x, z_0, u_0 \in E$, $z_0 \neq u_0$. Ниже приводятся различные условия, характеризующие равенство

$$\|x - z_0\| = \inf_{z \in \Lambda(z_0, u_0)} \|x - z\|.$$

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Пусть $E = C(Q)$. Следующие условия равносильны:

I) $\|x - z_0\| = \inf_{z \in \Lambda(z_0, u_0)} \|x - z\|$,

2) $\max\limits_{q\in\Omega_{x-z_0}} \mathrm{Re}\{[x(q)-z_0(q)]\cdot\overline{[z_0(q)-u_0(q)]}\}\geq 0,$

3) $\max\limits_{q\in\Omega_{x-z}} \mathrm{Re}\{[x(q)-z(q)]\cdot\overline{[z(q)-z_0(q)]}\}\leq 0$

при всех $z\in\Lambda(z_0,u_0)$.

Доказательство проводится (с необходимыми изменениями) как для случая приближения элементами подпространства (см.[I],[5]).

В случае произвольного векторного нормированного пространства характеристику равенства I) дает следующее

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2′. Следующие условия равносильны:

I′) $\|x-z_0\|=\inf\limits_{z\in\Lambda(z_0,u_0)}\|x-z\|.$

2′) Существует $f\in E'$ такой, что

$$\|f\|=1,\ |f(x-z_0)|=\|x-z_0\|,$$

$$\mathrm{Re}\{f(x-z_0)\cdot\overline{f(z_0-u_0)}\}\geq 0.$$

3′) Для каждого $z\in\Lambda(z_0,u_0)$ существует $f^z\in E'$ такой, что

$$\|f^z\|=1,\ |f^z(x-z)|=\|x-z\|,$$

$$\mathrm{Re}\{f^z(x-z)\cdot\overline{f^z(z-z_0)}\}\leq 0.$$

4′) Существует $f\in E'$ такой, что

$$\|f\|=1,\ f(x-z_0)=\|x-z_0\|,$$

$$\mathrm{Re}\, f(z_0-u_0)\geq 0.$$

5′) Для каждого $z\in\Lambda(z_0,u_0)$ существует $f^z\in E'$ такой, что

$$\|f^z\|=1,\ f^z(x-z)=\|x-z\|,$$

$$\mathrm{Re}\, f^z(z-z_0)\leq 0.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть E'' – второе сопряженное к E. Рассмотрим отображение $\mathcal{H}: x\to\hat{x}$ пространства E в E'', определяемое равенством

$$\hat{x}(x')=x'(x)\qquad (x'\in E')$$

и называемое естественным вложением E в E''. Из теоремы Хана – Банаха вытекает, что отображение

$$E \ni x \xrightarrow{\hat{\varkappa}} \varkappa(x) \in \hat{E} = \varkappa\langle E\rangle$$

есть изометрический изоморфизм между E и $\hat{E}$. Для каждого $x \in E$ его образ $\hat{x} = \varkappa(x)$ является $\sigma(E',E)$-непрерывным на E', так что $\hat{x} \in C(S_{E'})$ (непрерывность в ослабленной топологии $\sigma(E',E)$), где $S_{E'} = \{x' \in E' \,|\, \|x'\| \le 1\}$ – единичный шар в E'.

Далее, множество $\varkappa\langle\Lambda(z_0,u_0)\rangle$ – образ луча $\Lambda(z_0,u_0)$ при отображении $\varkappa$ – есть луч $\Lambda(\hat{z}_0,\hat{u}_0)$, где $\hat{z}_0 = \varkappa(z_0)$, $\hat{u}_0 = \varkappa(u_0)$, $\hat{z}_0 \ne \hat{u}_0$. Так как $\hat{\varkappa}$ есть изометрический изоморфизм между E и $\hat{E}$, то

$$\|\hat{x} - \hat{z}_0\| = \|\varkappa(x) - \varkappa(z_0)\| = \|\varkappa(x - z_0)\| = \|x - z_0\| =$$

$$= \inf_{z \in \Lambda(z_0,u_0)} \|x - z\| = \inf_{z \in \Lambda(z_0,u_0)} \|\varkappa(x-z)\| = \inf_{z \in \Lambda(z_0,u_0)} \|\varkappa(x) - \varkappa(z)\| = \inf_{\hat{z} \in \Lambda(\hat{z}_0,\hat{u}_0)} \|\hat{x} - \hat{z}\|,$$

так что $\|x - z_0\| = \inf\limits_{z \in \Lambda(z_0,u_0)} \|x - z\|$ в том и только в том случае, если $\|\hat{x} - \hat{z}_0\| = \inf\limits_{z \in \Lambda(\hat{z}_0,\hat{u}_0)} \|\hat{x} - \hat{z}\|$. В силу предложения 2, последнее соотношение равносильно условию

$$\max_{f \in \Omega_{\hat{x}-\hat{z}_0}} \operatorname{Re}\{[\hat{x}(f) - \hat{z}_0(f)] \cdot \overline{[\hat{z}_0(f) - \hat{u}_0(f)]}\} \ge 0,$$

в котором $\Omega_{\hat{x}-\hat{z}_0} = \{f \in S_{E'} \,|\, |\hat{x}(f) - \hat{z}_0(f)| = \|\hat{x} - \hat{z}_0\|\}$.

Это условие означает следующее:

существует функционал $f \in S_{E'}$ такой, что

$$|\hat{x}(f) - \hat{z}_0(f)| = \|\hat{x} - \hat{z}_0\| = \|x - z_0\|,$$

$$\operatorname{Re}\{[\hat{x}(f) - \hat{z}_0(f)] \cdot \overline{[\hat{z}_0(f) - \hat{u}_0(f)]}\} \ge 0,$$

или, что то же, выполняется $2'$).

Для доказательства эквивалентности I$'$)$\Longleftrightarrow$3$'$) установим сперва равносильность соотношения 3) из предложения 2 и следующего условия:

для каждого $z \in \Lambda(z_0,u_0)$ существует $q = q^z \in Q$ такой, что

$$\operatorname{Re}\{[x(q) - z(q)] \cdot \overline{[z(q) - z_0(q)]}\} \le 0, \qquad (*)$$

$$|x(q) - z(q)| = \|x - z\|_{C(Q)}\,.$$

Действительно, пусть имеет место (*), и $(\varepsilon_n)_{n=1}^{\infty}$ произвольная последовательность положительных чисел, сходящаяся к нулю. Для каждого $n \in N$ существует $q_n = q^{z_{\varepsilon_n}} \in Q$, что

$$\operatorname{Re}\{[x(q_n) - z_{\varepsilon_n}(q_n)] \cdot \overline{[u_0(q_n) - z_0(q_n)]}\} \le 0,$$

$$|x(q_n) - z_{\varepsilon_n}(q_n)| = \|x - z_{\varepsilon_n}\|.$$

Считая, что последовательность $(q_n)_{n=1}^{\infty}$ сходится к некоторому

$q_\infty \in Q$, и переходя в последних двух соотношениях к пределу при $n\to\infty$, найдем

$$\mathcal{R}e\{[x(q_\infty)-z_0(q_\infty)]\cdot\overline{[u_0(q_\infty)-z_0(q_\infty)]}\}\leq 0,$$

$$|x(q_\infty)-z_0(q_\infty)|=\|x-z_0\|.$$

Следовательно,

$$\max_{q\in\mathcal{Q}_{x-z_0}} \mathcal{R}e\{[x(q)-z_0(q)]\cdot\overline{[z_0(q)-u_0(q)]}\}\geq 0,$$

так что в силу предложения 2 выполняется 3).

Импликация 3)$\Rightarrow$(ж) очевидна, и, значит, 3)$\Leftrightarrow$(ж).

Теперь, используя рассуждения, аналогичные приведенным при доказательстве I$'$)$\Leftrightarrow$2$'$), можно установить равносильность I$'$) и 3$'$).

Эквивалентности 2$'$)$\Leftrightarrow$4$'$) и 3$'$)$\Leftrightarrow$5$'$) нетрудно получить, рассматривая (вместо E) вещественное векторное пространство $E_{\mathbb{R}}$, ассоциированное с заданным пространством.

4^0. Из сравнения предложений I и 2$'$ непосредственно вытекает

ТЕОРЕМА I. Пусть Z – локально-звездное множество в E, $x\in E\setminus\bar{Z}$, $z_0\in o(Z)$. Следующие условия I) – 5) равносильны:

I) $z_0\in\mathcal{P}_Z(x)$.

2) Для любого $z\in Z$ существует функционал $f^z\in E'$ такой, что

$$\|f^z\|=1,$$
$$|f^z(x-z_0)|=\|x-z_0\|,$$
$$\mathcal{R}e\{f^z(x-z_0)\cdot\overline{f^z(z_0-z)}\}\geq 0.$$

3) Для любого $z\in Z$ существует функционал $f^z\in E'$ такой, что

$$\|f^z\|=1,$$
$$f^z(x-z_0)=\|x-z_0\|,$$
$$\mathcal{R}e\, f^z(z_0-z)\geq 0.$$

4) Для любого $z\in Z$ существует функционал $f^z\in E'$ такой, что

$$\|f^z\|=1,$$
$$|f^z(x-z)|=\|x-z\|,$$
$$\mathcal{R}e\{f^z(x-z)\cdot\overline{f^z(z-z_0)}\}\leq 0.$$

5) Для любого $z \in \mathcal{Z}$ существует функционал $f^z \in E'$ такой, что

$$\|f^z\| = 1,$$
$$f^z(x - z) = \|x - z\|,$$
$$\operatorname{Re} f^z(z - z_0) \leq 0.$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Пусть $\Gamma - \mathfrak{S}(E, E)$-замкнутое подмножество сферы $S_{E'}$, обладающее тем свойством, что для каждого $y \in E$ существует функционал $f \in E'$, для которого $|f(y)| = \|y\|$. Тогда теорема I остается верной, если всюду в ее формулировке равенство $\|f^z\| = 1$ заменить условием $f^z \in \Gamma$.

Геометрическим аналогом теоремы I является

ТЕОРЕМА I'. Пусть $\mathcal{Z}$ - локально-звездное множество в E, $x \in E \setminus \bar{\mathcal{Z}}$, $z_0 \in o(\mathcal{Z})$. Следующие условия эквивалентны:

I) $z_0 \in \mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$.

2) Для каждого $z \in \mathcal{Z}$ существует (действительная) гиперплоскость H^z, опорная к сфере $S(x, \|x - z\|)$ в точке z_0 и отделяющая точку z от $S(x, \|x - z_0\|)$.

3) Для каждого $z \in \mathcal{Z}$ существует (действительная) гиперплоскость H^z, опорная к сфере $S(x, \|x - z\|)$ в точке z и обладающая тем свойством, что элементы x и z_0 лежат в одном из замкнутых полупространств, определяемых H^z.

5°. Следуя М.Г.Крейну [6], элемент $x \in E$ назовем нормальным, если множество

$$N_x = \{f \in E' \mid \|f\| = 1, f(x) = \|x\|\}$$

состоит из единственного элемента f_x (отметим, что в силу теоремы Хана - Банаха $N_x \neq \emptyset$, каков бы ни был $x \in E$).

ТЕОРЕМА 2. Пусть $\mathcal{Z}$ - локально-звездное множество в E, $x \in E \setminus \bar{\mathcal{Z}}$, $z_0 \in o(\mathcal{Z})$, элемент $x - z_0$ нормален. Тогда $z_0 \in \mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$ в том и только в том случае, если $\operatorname{Re} f_{x - z_0}(z - z_0) \geq 0$ при всех $z \in \mathcal{Z}$.

ТЕОРЕМА 2$'$. Пусть $\mathcal{Z}$ — локально-звездное множество в E, $x\in E\setminus\bar{\mathcal{Z}}$, $z_0\in O(\mathcal{Z})$, элемент $x-z_0$ нормален. Тогда $z_0\in\mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$ в том и только в том случае, если существует (действительная) гиперплоскость H, опорная к сфере $S(x,\|x-z_0\|)$ в точке z_0, отделяющая множество $\mathcal{Z}$ от $S(x,\|x-z_0\|)$.

Теорема 2 является очевидным следствием эквивалентности I)$\Leftrightarrow$3) теоремы I, теорема 2$'$ — геометрический эквивалент теоремы 2.

Нетрудно показать, что каждый элемент пространства $L^p(T,\nu)$ $(1<p<\infty)$, где (T,ν) — пространство с положительной мерой ν, и абстрактного гильбертова пространства H является нормальным. В то же время, если $L^1(T,\nu)$ канонически эквивалентно пространству $L^\infty(T,\nu)$, то элемент $x\in L^1(T,\nu)$ нормален тогда и только тогда, когда $\nu(\{t\in T\mid x(t)=0\})=0$ [3].

Учитывая это замечание, общий вид линейного функционала в каждом из рассматриваемых пространств, эквивалентность I)$\Leftrightarrow$3) теоремы I или теорему 2, легко проверяется справедливость следующих предложений.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. Пусть H — пространство Гильберта, $\mathcal{Z}$ — локально-звездное множество в H, $x\in H\setminus\bar{\mathcal{Z}}$, $z_0\in O(\mathcal{Z})$. Для того чтобы $z_0\in\mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\mathrm{Re}\,(x-z_0,\,z_0-z)\geq 0,$$

каков бы ни был элемент $z\in\mathcal{Z}$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Пусть $E=L^p(T,\nu)\,(1<p<\infty)$, $\mathcal{Z}$ — локально-звездное множество в E, $x\in E\setminus\bar{\mathcal{Z}}$, $z_0\in O(\mathcal{Z})$. Для того чтобы $z_0\in\mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\mathrm{Re}\int_T[z_0(t)-z(t)]\cdot|x(t)-z_0(t)|^{p-1}\,\mathrm{sign}[x(t)-z_0(t)]\,d\nu(t)\geq 0,$$

какова бы ни была функция $z\in\mathcal{Z}$.

Предложение 5. Пусть $E=L^1(T,\nu)$, $\mathcal{Z}$ — локально-звездное множество в E, $x\in E\setminus\bar{\mathcal{Z}}$, $z_0\in O(\mathcal{Z})$. Для того чтобы $z_0\in\mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$, необходимо и достаточно, чтобы для каждого

$z\in\mathcal{Z}$ существовала ν-абсолютно-непрерывная функция множества m^z, определенная на множествах с конечной ν-мерой, такая, что

$$\sup_{0<\nu(A)<\infty}\frac{|m^z(A)|}{\nu(A)}=1,$$

$$\mathcal{R}e\int_T[z_0(t)-z(t)]\,dm^z(t)\geq 0,$$

$$\int_T[x(t)-z_0(t)]\,dm^z(t)=\int_T|x(t)-z_0(t)|\,d\nu(t).$$

В частности, если (T,ν) - пространство с положительной мерой, E' линейно-изометрично пространству $L^\infty(T,\nu)$, а элемент $x-z_0$ нормален, то условия $z_0\in\mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$ и

$$(\forall z\in\mathcal{Z})(\mathcal{R}e\int_T[z_0(t)-z(t)]\,\mathrm{sign}[x(t)-z_0(t)]\,d\nu(t)\geq 0)$$

равносильны.

6°. В этом пункте мы приводим несколько приложений эквивалентности I)⟺5) теоремы I к некоторым конкретным пространствам. Сущность доказательств этих приложений заключается в использовании общего вида линейного непрерывного функционала в рассматриваемых пространствах.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 6. Пусть Q - отделимое компактное топологическое пространство, $E=C(Q)$, $\mathcal{Z}$ - локально-звездное множество в $E, x\in E\setminus\bar{\mathcal{Z}}, z_0\in O(\mathcal{Z})$. Для того чтобы $z_0\in\mathcal{P}_{\mathcal{Z}}(x)$, необходимо и достаточно, чтобы для каждого $z\in\mathcal{Z}$ существовала мера Радона μ^z, удовлетворяющая условиям:

$$|\mu^z|(Q)=1,$$

$q\longmapsto\dfrac{d\mu^z}{d|\mu^z|}(q)$ непрерывна $|\mu^z|$-п.в. на Q;

$$\mathcal{R}e\int_Q[z(q)-z_0(q)]\,d\mu^z(q)\leq 0,$$

$$x(q)-z(q)=\left[\mathrm{sign}\frac{d\mu^z}{d|\mu^z|}(q)\right]\cdot\|x-z\|\quad(q\in Q(\mu^z)),$$

где $Q(\mu^z)$ - носитель меры μ^z.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 7. Пусть $E=L^p(T,\nu)(1<p<\infty)$, где (T,ν) – пространство с положительной мерой ν, Z – локально-звездное множество в E, $x\in E\setminus\bar{Z}$, $z_0\in O(Z)$. Для того, чтобы $z_0\in\mathcal{P}_Z(x)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\mathcal{R}e\int_T [z(t)-z_0(t)]\cdot|x(t)-z(t)|^{p-1}\operatorname{sign}[x(t)-z(t)]d\nu(t)\leq 0,$$

какова бы ни была функция $z\in Z$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 8. Пусть H – пространство Гильберта, Z – локально-звездное множество в H, $x\in H\setminus\bar{Z}$, $z_0\in O(Z)$. Для того чтобы $z_0\in\mathcal{P}_Z(x)$, необходимо и достаточно, чтобы при всех $z\in Z$ было

$$\mathcal{R}e\ (x-z,\ z-z_0)\leq 0.$$

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 9. Пусть $E=L^1(T,\nu)$, где (T,ν) – пространство с положительной мерой, причем E' линейно-изометрично пространству $L^\infty(T,\nu)$, Z – локально-звездное множество в E, $x\in E\setminus\bar{Z}$, $z_0\in O(Z)$. Следующие утверждения равносильны:

I) $z_0\in\mathcal{P}_Z(x)$.

2) Для любого $z\in Z$ существует $\varphi^z\in L^\infty(T,\nu)$, что

$$\operatorname{vrai\,sup}_{t\in T}|\varphi^z(t)|=1, \tag{I}$$

$$\int_T [x(t)-z(t)]\varphi^z(t)d\nu(t)=\|x-z\|,$$

$$\mathcal{R}e\int_T [z(t)-z_0(t)]\varphi^z(t)d\nu(t)\leq 0. \tag{2}$$

3) Для любого $z\in Z$ существует $\varphi^z\in L^\infty(T,\nu)$, удовлетворяющая условиям (I) и (2) и

$\varphi^z(t)\cdot[x(t)-z(t)]=|x(t)-z(t)|$ ν-п.в. на T.

4) Для любого $z\in Z$ на множестве $T^0_{x-z}=\{t\in T|x(t)=z(t)\}$ существует ν-измери-

мая функция ψ^z такая, что

$$|\psi^z(t)| \le 1 \qquad \nu\text{-п.в. на } T^0_{x-z},$$

$$\mathrm{Re}\int_{T^0_{x-z}}[z(t)-z_0(t)]\psi^z(t)\,d\nu(t)+\mathrm{Re}\int_{T\setminus T^0_{x-z}}[z(t)-z_0(t)]\,\mathrm{sign}[x(t)-z(t)]\,d\nu(t)\le 0.$$

5) Для любого $z\in Z$

$$\mathrm{Re}\int_T[z(t)-z_0(t)]\,\mathrm{sign}[x(t)-z(t)]\,d\nu(t)\le 0.$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Все утверждения пп. 4^0–6^0 остаются верными, если в них условие $z_0\in O(Z)$ заменить условием:

для любого $z\in Z\setminus\{z_0\}$ существует последовательность $(z_n)_{n=1}^{\infty}$, $z_n\in\Lambda(z_0,z)\cap Z$, сходящаяся к z_0 в E.

ЛИТЕРАТУРА

1. КОЛМОГОРОВ А.Н. Замечание по поводу многочленов П.Л.Чебышева, наименее уклоняющихся от заданной функции. - Успехи мат. наук, 1948, т.3, № 1(23), с. 216-221.
2. ХАВИНСОН С.Я. Метод двойственности в экстремальных и аппроксимационных задачах теории функций. - Тез. докл. Всесоюз. школы по математическому программированию. Алма-Ата, 22 августа - 6 сентября 1968 г.
3. SINGER I. Cea mai buna aproximare in spatii vectoriale normate prin elemente din subspatii vectoriale. - Bucuresti: Ed. acad. republicii socialiste, 1967.
4. РУБИНШТЕЙН Г.Ш. Об одной экстремальной задаче в линейном нормированном пространстве. Сиб. мат. журн., 1965, № 6, с. 711-714.
5. ЯРАХМЕДОВ Г.Я. Об одной характеристике элемента наилучшего приближения в векторном нормированном пространстве. - Оптимизация, 1972, вып. 8(25), с. 117-125.
6. КРЕЙН М.Г. L-проблема в абстрактном линейном нормированном пространстве, IУ. - В кн.: Ахиезер Н.И., Крейн М.Г. О некоторых вопросах теории моментов. Харьков, ДНТВУ, 1938.

Поступила в ред-изд. отдел
26.II.1979 г.