ДОБАВЛЕНИЕ АВТОРА К СТАТЬЕ:

Ю. Н. Владимиров, Об одном классе функций Липшица в конечномерном евклидовом пространстве (Оптимизация, 1980, вып.24(41), с.60–69).

В названной статье дана классификация множества U_0 функций $u: R^n \to R$, удовлетворяющих условиям:

$$u(y) - u(x) \leq r(x,y),\ x,y \in R^n, \tag{1}$$

где $r(x,y)$ – евклидова метрика в R^n.

Если $u(y) \neq m_0(u) = \inf\{u(z) \mid z \in R^n\}$, то для некоторого $x \neq y$ в (I) достигается равенство. (2)

Если $u(x) \neq m_1(u) = \sup\{u(z) \mid z \in R^n\}$, то для некоторого $y \neq x$ в (I) достигается равенство. (3)

Оказывается, что аналогичная классификация может быть дана для более широкого множества $U_{00}(R^n)$, состоящего из функций, удовлетворяющих наряду с условием (I) следующим условиям.

Если z не является точкой локального экстремума функции u, то найдется открытый отрезок (x,y), содержащий z, для граничных точек которого в (I) достигается равенство. (2')

Если x – точка локального минимума (y – точка локального максимума), то в любом замкнутом полупространстве F, содержащем эту точку, существует элемент $y \neq x$ (соответственно $x \neq y$) такой, что в (I) достигается равенство. (3')

Для любой ограниченной области $G \subset R^n$ можно указать положительное число δ такое, что если $z \in G$, то существует содержащий z замкнутый отрезок $[x,y]$ длины δ, для гра-

ничных точек которого в (I) достигается равенство. (4')

Указанное множество $U_{00}(R^n)$, очевидно, вместе с каждой функцией u содержит также функции $v=-u$ и $v=u+c$, каково бы ни было $c\in R$.

Функции одной переменной $u\in U_{00}(R)$ описываются просто. Каждая из них может быть представлена в виде интеграла от некоторой кусочно-постоянной функции f со значениями ± 1, причем f на каждом ограниченном интервале имеет лишь конечное число разрывов.

При $n>1$ класс $U_{00}(R^n)$ состоит из функций u следующих типов.

а) Функции, представимые в виде

$$u(x)=v(\langle\alpha,x\rangle),$$

где $\alpha\in R^n$, $\|\alpha\|=1$, $\langle\alpha,x\rangle$ - скалярное произведение, а v - некоторая нечетная функция из $U_{00}(R)$.

б) Функции, представимые в виде

$$u(x)=v(r(x,M)),$$

где M - некоторое нетелесное выпуклое множество, $r(x,M)$ - расстояние от точки x до M, а v - некоторая функция из $U_{00}(R)$.

в) Наконец, функции, представимые в виде

$$u(x)=\begin{cases} v(r(x,M_1)), & x\in F_1,\\ v(a+r(x,M_2)), & x\in F_2,\end{cases}$$

где функция $v\in U_{00}(R)$ при некотором $a>0$ удовлетворяет соотношениям:

$$v(t)=v(2a-t),\ t\in[0,2a],$$
$$v(t)=v(2a+t),\ t\in[0,+\infty],$$

а множества F_i и M_i при некоторых ортонормированных n-мерных векторах α, β и вещественных числах $c_1\le c_2$, d_1, $d_2=d_1+a$ определяются условиями

$$F_1=\{x\in R^n \mid \langle\alpha,x\rangle+c_1\le 0\},$$
$$F_2=\{x\in R^n \mid \langle\alpha,x\rangle+c_2\ge 0\},$$
$$M_i=\{x\in F_1\cap F_2 \mid \langle\beta,x\rangle+d_i=0\},\ i=1,2.$$

Ю.Н.Владимиров

Поступила в ред.-изд. отдел
I4.I0.I980 г.