

УДК 330.115

ОРГАНИЗАЦИЯ ДИАЛОГА ПРИ ОПЕРАТИВНОЙ КОРРЕКТИРОВКЕ
ПЛАНА В ОПТИМИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

А.А.Каплан, В.Д.Маршак, С.В.Соловещкий

I. Основные требования к организации диалога при
планировании развития сложных систем

Разработка и внедрение оптимизационных АСУ в практику планирования и управления требует организации участия пользователей данных систем в процессе анализа плана и принятия решений по его корректировке. Оптимизационные АСУ представляют по своей сути модели функционирования соответствующих экономических объектов (министерств, промышленных объединений, предприятий), имеющие многоуровневую структуру со сложными горизонтальными и вертикальными связями. Одной из принципиальных сторон моделей функционирования является положение о конкретности оптимума: цели и задания для достижения определенных значений по основным показателям эффективности развития системы уточняются в процессе анализа рассчитываемых вариантов плана (см., например, [1]).

Процесс построения плана развития иерархических систем — сложный творческий процесс, носящий диалоговый характер.

В нем можно выделить следующие элементы: выдвижение целей развития системы, поиск альтернативных способов их достижения, логику выбора альтернатив и обоснование критериев выбора, анализ решений (анализ возможных последствий принимаемых решений). При этом в результате анализа решений могут быть модифицированы или отвергнуты первоначально выдвинутые цели, найдены новые альтернативы, изменена логика выбора и т.п.

Поскольку деятельность таких объектов как отраслевое министерство и предприятие оценивается по ряду принятых показателей, характеризующих достигнутые ими результаты (например, по показателям развития предприятий, научно-технического прогресса, показателям, характеризующим социально-экономическое развитие коллективов и т.п.), то при пятилетнем и долгосрочном планировании развития этих объектов необходимо из множества возможных планов выбрать такой, который позволяет при заданном объеме и номенклатуре выпускаемой продукции обеспечить необходимый рост производительности труда, снизить производственные затраты на единицу продукции, свести к допустимым пределам вредное влияние на окружающую среду и т.п. Тем самым при планировании развития отдельных объектов в народном хозяйстве мы постоянно сталкиваемся с необходимостью анализа многомерных последствий, с ситуациями, в математическом отношении близкими к задаче векторной оптимизации.

В то же время процесс планирования есть согласование плановых решений различных уровней иерархии управления, столкновение внешних, сформулированных вышестоящим уровнем управления, и внутренних целей развития системы.

В качестве иллюстрации этого положения рассмотрим процесс взаимодействия органов планирования различных уровней иерархии управления на примере диалога Госплана с министерством при разработке отраслевого плана. В ходе такого диалога Госплан стремится получить объективную информацию о производственных возможностях отрасли и реализовать свои возможности воздействия на министерство путем утверждения заданий по выпуску продукции и лимитов на ресурсы, а также путем контроля за составлением и выполнением плана по важнейшим показателям. Задача Госплана в процессе диалога заключается также в том, чтобы разрабатываемый министерством план был составной частью народнохозяйственного плана, т.е. был увязан с планами всех других отраслей и сфер экономической системы. При этом необходимо, чтобы отраслевой план соответствовал основным целям, поставленным на данный период, и был достаточно напряженным и эффективным. Министерство заинтересовано в выработке и принятии такого плана, который было бы "удобно" выполнять. "Удобность" плана следует понимать, в первую очередь, как обоснованность его выполнения: с точки зрения министерства лучше, если в плане

небольшое число мероприятий, осуществление которых "непривычно" или связано с большой долей неопределенности и риска. Такая стратегия может привести к некоторому занижению показателей эффективности развития отрасли, но зато гарантирует их достижимость.

Таким образом, цели министерства и Госплана при согласовании плана в известной мере не совпадают. Следовательно, результатом диалога является некоторый компромисс. Механизм достижения такого компромисса на практике содержит много неформальных моментов, которые трудно регламентировать какими-то правилами и инструкциями. Однако ясно, что важным критерием здесь является возможно более полная обоснованность того или иного предложения в процессе диалога. Полная обоснованность — это идеал, к которому стремятся стороны при достижении компромиссного решения. Обоснованность же опирается на детальность, а последняя может быть обеспечена использованием системы автоматизированного оперативного пересчета плана. В этом смысле такая система должна обеспечивать построение компромиссных планов, т.е. согласование интересов различных уровней управления в границах производственных возможностей экономических объектов.

В данной работе предлагается инструмент согласования плановых решений для верхнего уровня управления отраслью. Надо сказать, что по соображениям, изложенным выше, руководство отрасли заинтересовано в использовании подобного инструмента и при утверждении планов предприятия. Задача министерства здесь состоит в том, чтобы доказать предприятиям, что предлагаемый план реально выполним. Предприятие не может отказаться от принятия плана, который полностью обоснован. При построении подобной модели "компромисса" для уровня министерство — предприятие необходим учет ряда специфических условий (уровня и состава информации, набора параметров для диалога и т.п.), но основные принципы построения модели диалога остаются теми же.

2. Базовая модель построения системы равноэффективных планов

Остановимся на одной существенной особенности организации диалогового режима в моделях функционирования, возникающей перед разработчиками ОАСУ. Для повышения уровня обоснованности

плановых решений естественно учитывать большое число факторов (ресурсы, продукты, технико-экономические показатели по всем предприятиям отрасли), что приводит к необходимости решения задач большой размерности. Такой подход привел бы к диалогу со значительными задержками во времени. Идеальная ситуация - диалог в реальном режиме времени на основе решения задач отраслевого планирования большой размерности. Однако вместе с ростом возможностей больших ЭВМ (быстродействие, оперативная память) растут и запросы пользователей, и размерности решаемых задач. (В нашей практике приходилось решать отраслевые задачи размерностью 3600×7500 с числом ненулевых элементов около 120000.) Отметим, что здесь мы ведем речь об активном диалоге, связанном с изменением параметров задачи и необходимостью нахождения нового ее решения¹⁾.

В настоящей работе рассматривается подход к реализации активного диалога по задачам большой размерности, возникающим в ОАСУ, основанный на следующих положениях:

- в качестве инструментария пользователя ОАСУ используются настольные мини- или микроЭВМ типа "Искра", "Электроника-микро". Объем внешней памяти такой ЭВМ позволяет хранить в ней несколько вариантов отраслевого плана, рассчитываемых на вычислительном центре отрасли с использованием мощных ЭВМ;

- выделяется небольшое число основных технико-экономических показателей в качестве параметров диалога (как правило, исключая производные). По данным параметрам по запросу пользователя о коррекции плана проводится расчет задач по определению подходящего направления изменения значений этих параметров и величины максимально возможного сдвига в выбранном направлении. Объем оперативной памяти (с учетом ее сокращения при повышении требований к длине ячейки) и быстродействие современных мини-ЭВМ позволяют проводить активный диалог по основным параметрам развития системы в реальном режиме времени с такой же реакцией во времени по другим (производным) технико-экономическим показателям скорректированного плана (пассивный диалог).

1) Пассивный диалог как информационно-поисковый режим по уже рассчитанному варианту плана реализован в ряде разработок и функционирует в реальном режиме времени.

Пусть рассматривается модель отраслевой системы, представляющая собой совокупность K подотраслей. В подотрасли k рассматриваются \mathcal{L}_k предприятий; \mathcal{S}_ℓ - число технологических способов ℓ -го предприятия; t_ℓ - число технологических способов прироста производственных мощностей. Подотрасль специализируется на выпуске m_k видов продукции, которые не используются и не производятся в других подотраслях. Имеется n общепотраслевых (глобальных) ресурсов, используемых совместно всеми подотраслями. Подотрасли k из них выделены ресурсы $c^k = (c_1^k, \dots, c_n^k)$. Ассортиментный набор выпуска продукции k -й подотраслью задается вектором $d^k = (d_1^k, \dots, d_{m_k}^k)$. Ограничения по базовым производственным мощностям определяются вектором $N^k = (N_1^k, \dots, N_{\mathcal{L}_k}^k)$, где $N_\ell^k = (N_{\ell,1}^k, \dots, N_{\ell, \mathcal{G}_\ell}^k)$ - ресурс по базовым мощностям на предприятии ℓ . Размер используемых предприятием ℓ локальных ресурсов задан вектором

$$W_\ell^k = (W_{\ell,1}^k, \dots, W_{\ell, \mathcal{G}_\ell}^k), \ell = 1, \dots, \mathcal{L}_k.$$

В дальнейшем, описывая задачу подотрасли k , опускаем индекс k , поскольку задачи подотраслей однотипные.

Технологический способ $\alpha_{\ell, s}$ производства единицы продукции вида $j_{\ell, s}$ отражает использование производственных мощностей и локальных ресурсов на ℓ -м предприятии:

$$\begin{aligned} \alpha_{\ell, s} = & (0, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 0, t_{\ell, s}^1, \dots, t_{\ell, s}^{\mathcal{G}_\ell}, 0, \dots, 0, \dots \\ & \dots, 0, \dots, 0; \underbrace{0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0}_{m}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\mathcal{G}_1}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\mathcal{G}_{\ell-1}}, \\ & h_{\ell, s}^1, \dots, h_{\ell, s}^{\mathcal{G}_\ell}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\mathcal{G}_{\ell+1}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\mathcal{G}_2}, \underbrace{0, \dots, 0}_{m}, 0, 0); \\ & s = 1, \dots, \mathcal{S}_\ell; \ell = 1, \dots, \mathcal{L}. \end{aligned}$$

Способ $\beta_{\ell, t}$ прироста производственных мощностей ℓ -го предприятия за счет использования глобальных ресурсов записывается следующим образом:

$$\beta_{\ell, t} = (0, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0, \underbrace{-\varphi_{\ell, t}}_{\mathcal{G}_\ell}, 0, \dots, 0,$$

$$\underbrace{0, \dots, 0}_{G_{l,1}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{G_l}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\theta_1}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\theta_L},$$

$$z_{l,t}^1, \dots, z_{l,t}^k, 0); t=1, \dots, T_l, l=1, \dots, L.$$

Схема задачи определения производственной программы k -й подотрасли изображена на рис. 1.

Обозначая блоки матриц, приведенной на рис. 1, соответственно через $F^k, \Phi^k, A^k, H^k, R^k$ и d^k , можем записать задачу нахождения производственной программы подотрасли k в более компактной форме:

определить векторы X^k, Y^k и число z^k при условиях:

$$\begin{aligned} X^k &\geq 0, Y^k \geq 0, \\ F^k X^k - \Phi^k Y^k &\leq N^k, \\ A^k X^k - d^k z^k &\geq 0, \\ H^k X^k &\leq W^k, \\ R^k Y^k &\leq C^k, \\ z^k &= \max! \end{aligned} \quad (I)$$

Здесь X^k - вектор интенсивностей способов производства продукции подотрасли k ; Y^k - вектор интенсивностей прироста производственных мощностей подотрасли k ; z^k - уровень выполнения заявки (народнохозяйственной потребности) на продукцию подотрасли; F^k - матрица коэффициентов использования производственных мощностей, Φ^k - матрица коэффициентов прироста производственных мощностей; A^k - матрица выпуска продукции (в матрице A^k для каждого предприятия ℓ выпуск продукта j представлен не более чем одним способом); R^k - матрица коэффициентов использования общепромышленных ресурсов. Задачей верхнего уровня управления отраслью ("Центра") является нахождение такого распределения лимита глобальных ресурсов $b = (b_1, \dots, b_n)$ между подотраслями, чтобы

$$\sum_k c_i^k \leq b_i, i=1, \dots, n, \quad (I.1)$$

и достигалась равноэффективность планов подотраслей, т.е. чтобы выполнялось условие:

$$\max_{1 \leq k \leq K} z^k(c^k) - \min_{1 \leq k \leq K} z^k(c^k) \leq \epsilon, \epsilon > 0, \quad (I.2)$$

$X_1, \dots, X_\ell, \dots, X_z, Y_1, \dots, Y_\ell, \dots, Y_z, \bar{z}$														
$1, \dots, S_1, \dots, S_\ell, \dots, S_z, t_1, \dots, t_\ell, \dots, t_z, \tau_1, \dots, \tau_\ell, \dots, \tau_z, 1$														
1	F_1					0	$-\phi_1$				0	0	=	N_1
G_1		\ddots						\ddots				0	=	N_ℓ
G_ℓ			F_ℓ						$-\phi_\ell$			0	=	N_ℓ
G_z	0			F_z	0				$-\phi_z$	0	=	N_z		
π	A_1	...	A_ℓ	...	A_z			0		$-d_j$	\geq	0		
Q_1	H_1				0					0	=	W_1		
Q_ℓ		\ddots								0	\leq	W_ℓ		
Q_z	0			H_z						0	\leq	W_z		
π			0		R_1	...	R_ℓ	...	R_z	0	=	C		
1					0					1	\rightarrow	max		

Рис. I. Матричная схема задачи (I)

где $z^k(c^k)$ - уровень удовлетворения заявки, соответствующий оптимальному решению подотрасли k из задачи (I), ε - приемлемая погрешность результата.

В результате решения K задач (I) при выполнении условий (I.1) и (I.2) получим решение общеотраслевой задачи:

$$\begin{aligned} x^k &\geq 0, \quad y^k \geq 0, \\ F^k x^k - \phi^k y^k &\leq N^k, \\ A^k x^k & \\ H^k x^k & \\ \sum_{k=1}^K R^k y^k &\leq b, \\ -d^k z &\geq 0, \\ &\leq W^k (k=1, \dots, K),^{(2)} \\ z &-\max! \end{aligned}$$

Метод решения задачи (2) как алгоритм нахождения совокупности оптимальных равноэффективных планов подсистем подробно исследован и обоснован в работах [1-3].

Для построения компромиссного плана необходимо решение набора задач (2) с различными условиями и ограничениями. После каждого такого решения проводится анализ расчетов и выявляются требования руководства министерства к плану, полученному на очередном шаге. Подобный процесс предполагает итеративное согласование целей и возможностей их достижения, а следовательно, и необходимость активного участия в нем специалистов аппарата управления.

Однако большая размерность задач (I) и, следовательно, общей задачи построения отраслевого плана ограничивает эффективность работы экспертов с машинной моделью. Поэтому появляется проблема детальной подготовки к диалогу с экспертами.

3. Оценка возможных изменений технико-экономических показателей (ТЭП) плана

Для этого необходимо заготовить набор вариантов решений и дать плановику возможность сравнивать и анализировать их с использованием средств, предоставляемых системой математического обеспечения.

Диалоговый режим уточнения плана должен учитывать следующие обстоятельства:

1) модель не может в точности соответствовать реально функционирующей системе в силу объективной невозможности учета всех свойств и ограничений последней;

2) процесс порождения альтернатив (вариантов) будущего развития содержит много проблем, которые можно отнести к плохо формализуемым. Поэтому необходимо участие специалистов предметной области в этом процессе;

3) ограничения модели, соответствующие выделению различных ресурсов для функционирования управляемой системы, уточняются в процессе проведения и анализа расчетов;

4) проблема выбора адекватного функционала для поиска решения достаточно сложна и, как правило, может потребоваться рассмотрение нескольких вариантов.

Реализация диалоговых процедур в режиме реального времени предъявляет жесткие требования к алгоритмам поиска компромиссных решений. Ясно, что такие алгоритмы должны быть достаточно просты, чтобы обеспечивать высокую скорость ответа на запрос пользователя и эффективную работу в режиме "запрос-ответ". Опыт работы в этой области позволяет сделать вывод, что организация такого диалога должна вестись привычно для пользователя в сочетании режима "вопрос-ответ" с использованием несложного языка директив. Директивы позволяют отразить сущность и последовательность отдельных этапов подготовки и принятия решений, а режим вопросов помогает пользователю ориентироваться в сложившейся ситуации и быстрее переключаться от одного этапа процесса к другому.

В диалоге с вышестоящей организацией министерство использует результаты решения задачи (2) для обоснования требуемого объема ресурсов (капиталовложений, СМР и др.) на заданный выпуск продукции отрасли.

В результате серии расчетов и шагов согласования министерство и Госплан приходят к некоторому соотношению между объемом ресурсов и уровнем выпуска продукции, которое удовлетворяет как одного, так и другого. На этом этапе министерство заинтересовано в принятии такого плана, который было бы выгодно выполнять, т.е. показатели эффективности реализации плана были бы "хорошими". В качестве основных рассматриваются показатели: производительность труда, себестоимость продукции, рентабельность фондов и др. В ходе подобного диалога отрасль получает в

качестве директивных заданий объемы выпусков в номенклатуре и размеры ресурсов. Но, как правило, у министерства имеется возможность варьировать объемы выпуска по части номенклатуры, руководствуясь приоритетностью отдельных видов, но не изменяя общего объема товарной продукции, т.е. возможна множественность путей реализации плана развития отрасли. Поэтому, естественно, возникает желание определить наиболее эффективные направления возможных коррекций. Как правило, план, полученный из решений задачи (2), не в полной мере устраивает специалиста (либо, принимавшее решение — ЛПР). У каждого эксперта существует собственное мнение о предметной области планирования, о важности тех или иных параметров плана. Мы видим свою задачу, в частности, в том, чтобы дать ему возможность оценить последствия принятия тех или иных решений при формировании плана отрасли. После решения задачи (2) находятся значения ТЭП плана. К этому этапу известны нормативные (или желаемые) значения ТЭП. После анализа информации о текущих и нормативных значениях ТЭП требуется получить ответ на следующие вопросы:

1) в каких пределах возможно изменение вектора ТЭП в направлении, определенном ЛПР, и каковы могут быть его последствия;

2) что произойдет с решением задачи при корректировке вектора потребностей в продукции и как это отразится на значениях, исчисленных на основе первоначально определенного плана ТЭП.

Предлагаемый алгоритм коррекции плана состоит из двух этапов. На первом этапе определяется (либо задается ЛПР) подлежащее направлению изменения компонент вектора d . На втором определяется максимально возможный сдвиг в выбранном направлении.

Отметим, что оптимальный план, рассчитанный на использование всех имеющихся ресурсов (как общесистемных, так и локальных), как правило, не позволяет проводить корректировку без ухудшения эффективности. Поэтому в алгоритме предусматривается корректировка за счет введения резервов по указанным ресурсам с использованием вариации по части номенклатуры. "Недоиспользование" ресурсов за счет создаваемых резервов вариации плана является лишь средством корректировки и используется

на промежуточных итерациях процессов. В окончательном варианте план выводится на максимально возможное использование ресурсов.

4. Процесс корректировки плана

1. Пусть имеется оптимальное решение системы задач (I) при условиях (I.1) и (I.2) и созданных резервах вариации $\Delta b = \{\Delta b_i\}$, $i=1, \dots, m$, и $\Delta W^k = \{\Delta W_1^k, \dots, \Delta W_{x_k}^k\}$, $k=1, \dots, K$, т.е. определены векторы $\bar{X} = \{\bar{X}^k\}$, $\bar{Y} = \{\bar{Y}^k\}$, $k=1, \dots, K$, и число \bar{x} при

$$\sum \bar{c}^k \leq b - \Delta b, \\ \bar{W}^k = W^k - \Delta W^k.$$

2. Возможны два случая в проведении процесса.

а) достигнутый уровень \bar{x}^k по наблюдаемой МПР номенклатуре считается неудовлетворительным по некоторым задачам k . Тогда проводится дальнейшее решение задач (I) при условиях (I.1) и (I.2) на достижение желаемого прироста выпуска продукции при сохранении достигнутого уровня \bar{x} по другим блокам. Если желаемый прирост выпуска \bar{x} достаточно велик, то возможно полное использование имеющихся ресурсов того или иного вида. В случае, если лимитирующими являются локальные ресурсы, то остаток глобальных может быть использован для вариации плана. Далее переходим к п.3.

б) Полученное \bar{x} устраивает МПР по наблюдаемой номенклатуре. Переходим к п.3.

Отметим, что прирост \bar{x} по наблюдаемой номенклатуре проводится при задании нижнего возможного уровня выпуска остальной продукции.

3. Определяются фактические резервы мощностей и ресурсов для вариации планов задач (I) при согласованном МПР \bar{x} :

$$\begin{aligned} \delta N^k &= N^k - (F^k \bar{X}^k - \Phi^k \bar{Y}^k), \\ \delta W^k &= W^k - H^k \bar{X}^k, \\ \delta C^k &= C^k - R^k \bar{X}^k, \quad k=1, \dots, K. \end{aligned} \quad (3)$$

4. Определяются ТЭП рассчитанных планов системы задач (I) и их общесистемные значения для задачи (I)-(I.2). Если указанные ТЭП удовлетворяют ЛПР, то следует пропорциональное увеличение $\bar{x}^k, \bar{y}^k, \bar{z}^k, k=1, \dots, K$, до выхода на исходные ограничения с использованием резервов по ресурсам. В случае, если при этом останутся недоиспользованными общесистемные ресурсы, то они распределяются в пользу подотраслей (k -х задач) с лучшими ТЭП.

Если ТЭП общего плана не удовлетворяют ЛПР, то следует переход к вариации плана, имеющей целью повышение неудовлетворительных значений ТЭП.

5. Проводится процесс построения системы равноэффективных планов для задач (I) с локальными ресурсами ∂W^k и общесистемными Δb при условии максимизации прироста суммарного выпуска (товарной продукции) $\tilde{x}_{\text{тов}}^k$ (ассортиментные ограничения на прирост по вариации не учитываются).

В результате решения $(\bar{x}^k, \bar{y}^k, \bar{z}^k, \tilde{x}_{\text{тов}}^k)$ получаем распределение общесистемных ресурсов \bar{c}^k .

6. В задаче (I) с ресурсами ∂W^k и \bar{c}^k вводятся дополнительные ограничения, соблюдение которых гарантирует сохранение ТЭП на достигнутом уровне, соответствующем полученному на шаге 4.

7. В задачах (I) при условиях п.6 поочередно максимизируется значение одного из ТЭП при полном использовании ресурсов. По результатам решения исчисляются соответствующие ТЭП системы. Назовем "идеальной" системой ТЭП набор полученных максимальных значений.

8. Исчисляем "скорость" приращения значения каждого ТЭП по планам, скорректированным на шаге 5, как отношение отклонения "идеального" значения данного ТЭП от соответствующего реального показателя к величине связанного с ним изменения суммарных ресурсов, исчисленных в стоимостном измерении.

Используя полученные значения скорости приращения ТЭП как веса соответствующих ТЭП, имеем возможность оценить "компромиссные" значения этих показателей. Точнее, "компромиссное" значение ТЭП определяется как сумма фактического его значения (по плану с резервами ресурсов) и приращения, представляющего отклонение "идеального" показателя от реального, умноженное на соответствующий данному ТЭП вес.

Отметим, что такой подход к определению диапазона изменения ТЭП без многократного решения больших задач оправдан лишь при предположении, что в объеме выделенных резервов возможен выбор предприятием необходимой структуры потребления ресурсов.

Естественно, избранный способ оценки ТЭП не гарантирует оптимального распределения резервных ресурсов. Однако он представляется нам приемлемым по существу и отвечающим указанным выше требованиям к организации диалога.

5. Параметрический подход при корректировке структуры выпуска

В процессе анализа общесистемного плана у ЛПР могут возникнуть пожелания не только по корректировке основных ТЭП, но и по изменению ассортиментного набора выпуска продукции. Ниже на основе методов параметрического программирования предлагается алгоритм уточнения плана в предположении, что ЛПР задано направление изменения ассортиментного набора.

С введением вспомогательных переменных задача (I) k -й подсистемы может быть преобразована в виде:

$$\begin{aligned} B^k \xi^k - \bar{d}^k x_k - P^k &= 0, \\ \xi^k &\geq 0, x_k \geq 0, \\ x_k &= \max! , \end{aligned} \quad (3.1)$$

где

$$B^k = \begin{bmatrix} F^k & -\Phi^k & E^k & 0 & 0 & 0 \\ A^k & 0 & 0 & -E_1^k & 0 & 0 \\ H^k & 0 & 0 & 0 & E_2^k & 0 \\ 0 & R^k & 0 & 0 & 0 & E_3^k \end{bmatrix}$$

E^k, E_i^k - единичные матрицы соответствующей размерности,

$$P^k = (N^k, 0, W^k, C^k),$$

$$\bar{d}^k = (0, d^k, 0, 0).$$

Двойственная задача запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} y^k B^k &\leq 0, \\ -y^k \bar{a}^k + 1 &\leq 0, \\ -y^k p^k &= \min! \end{aligned} \quad (3.2)$$

где y^k - вектор-строка соответствующей размерности.

Пусть J - базисное множество, отвечающее оптимальному решению (\bar{x}^k, \bar{z}_k) задачи (3.1); \bar{y}^k - решение (3.2); (B_J^k, \bar{a}^k) - базисная матрица (ясно, что $\bar{a}^k > 0$), \bar{B}_J^k получается из \bar{B}^k удалением нулевых компонент. Предполагается невырожденность оптимального решения в обеих задачах. Тогда векторы (\bar{B}_J^k, \bar{a}^k) и \bar{y}^k однозначно определяются соотношениями

$$B_J^k \bar{B}_J^k - \bar{a}^k \bar{z}_k - p^k = 0 \quad (3.3)$$

и

$$\begin{aligned} \bar{y}^k B_J^k &= 0, \\ -\bar{y}^k \bar{a}^k + 1 &= 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Пусть $\Delta \bar{a}^k = (0, \Delta \bar{a}^k, 0)$ такой вектор, что $\bar{y}^k \Delta \bar{a}^k = 0$. Тогда система уравнений

$$\begin{aligned} y^k B_J^k &= 0, \\ -y^k (\bar{a}^k + \nu \Delta \bar{a}^k) + 1 &= 0 \end{aligned}$$

также имеет единственное решение \bar{y}^k .

Ясно, что множество J остается двойственно допустимым и при замене \bar{a}^k на $\bar{a}^k + \nu \Delta \bar{a}^k$. Поэтому если при подходящем выборе ν решение (\bar{B}_J^k, \bar{z}_k) системы

$$B_J^k \bar{B}_J^k - (\bar{a}^k + \nu \Delta \bar{a}^k) \bar{z}_k - p^k = 0 \quad (3.5)$$

будет строго положительным (или, просто неотрицательным), то это будет означать, что векторы (\bar{B}_J^k, \bar{z}_k) и \bar{y}^k являются оптимальными в указанном образом измененных задачах, а из совпадения целевых функций следует, что

$$\bar{z}_k = -\bar{y}^k p^k = \tilde{z}_k. \quad (3.6)$$

Из системы (3.5) имеем

$$\bar{z}_k = \frac{\det(B_T^k | p^k)}{\det(B_T^k | -(\bar{d}^k + \gamma \Delta \bar{d}^k))}.$$

Но замечая, что $\det(B_T^k | \gamma \Delta \bar{d}^k) = 0$, имеем также при любом γ

$$\bar{z}_k = \frac{\det(B_T^k | p^k + \gamma \Delta \bar{d}^k)}{\det(B_T^k | -\bar{d}^k)} = \bar{z}_k.$$

Таким образом, при определении величины γ^0 такой, что при $0 \leq \gamma \leq \gamma^0$ решение системы (3.5) неотрицательно, можем исходить как из самой системы (3.5), так и из системы

$$B_T^k \xi_T^k - \bar{d}^k z_k - (\gamma \Delta \bar{d}^k \bar{z}_k + p^k) = 0.$$

Обозначая решение последней через $(\xi_T^k(\gamma), \bar{z}_k)$, укажем, что значение γ^0 , очевидно, определяется условием

$$\min_{j \in J} \xi_j^k(\gamma^0) = 0.$$

Замечая, что

$$\xi_T^k(0) = \bar{\xi}_T^k, \quad \xi_T^k(\gamma) = \xi_T^k(0) + \gamma q_T^k,$$

где

$$\begin{pmatrix} \xi_T^k(0) \\ \bar{z}_k \end{pmatrix} = (B_T^k | -\bar{d}^k)^{-1} p^k, \\ \begin{pmatrix} q_T^k \\ 0 \end{pmatrix} = (B_T^k | -\bar{d}^k)^{-1} (\Delta \bar{d}^k \bar{z}_k),$$

имеем два случая.

1) $q_j^k \geq 0$. При этом $\gamma^0 = +\infty$.

2) Существует j_0 , при котором

$$q_{j_0}^k = (B_T^k | -\bar{d}^k)^{-1}_{j_0} (\Delta \bar{d}^k \bar{z}_k) = \beta_{j_0}^k (\Delta \bar{d}^k \bar{z}_k) < 0,$$

где $\beta_{j_0}^k$ - j_0 -я строка матрицы $(B_J^k / -\bar{d}^k)^{-1}$. В этом случае

$$r^0 = \min_{j \in J} \left[\frac{\beta_{j_0}^k p^k}{-\beta_j^k (\Delta \bar{d}^k \bar{z}_t)} \right],$$

где

$$J = \{j \in J : \beta_j^k \Delta \bar{d}^k < 0\}.$$

Если направление изменения ассортимента, желательное для ЛПР, задается вектором d_0^k , то получаем ассортиментный набор $d^k + t d_0^k$, где $t = \max\{t' : t' d_0^k \leq r^0 \bar{d}^k\}$,

Учитывая свободу в определении $\Delta \bar{d}^k$ (выбор $\Delta \bar{d}^k$ подчинен единственному условию $\bar{y}^k \Delta \bar{d}^k = 0$), обычно нетрудно в качестве $\Delta \bar{d}^k$ выбрать вектор, близкий по направлению к d_0^k , тем более, что ЛПР обычно важна лишь часть компонент вектора d_0^k . Это будет приводить к большему значению t . Далее определяются ТЭП полученного плана.

Естественно, что в случае существенной корректировки ассортимента набора возможно отклонение значений ТЭП от уточненных ранее. Если такое отклонение является неприемлемым для ЛПР, то необходимо перейти к новому уточнению ТЭП, уменьшая достигнутое значение t . Если приращение $t d_0^k$ покажется ЛПР недостаточным, для его увеличения могут быть применены стандартные методы параметрического программирования, однако при этом придется вернуться к использованию большой ЭЕМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. МАКАРОВ В.Л., МАРШАК В.Д. Модели оптимального функционирования отраслевых систем. - М.: Экономика, 1979.
2. БУЛАВСКИЙ В.А., МАРШАК В.Д. Алгоритм построения системы оптимальных ресурсов равноэффективных планов при распределении нескольких ресурсов. - Оптимизация, 1983, вып. 31(48), с.156-165.
3. МАРШАК В.Д. Модели процессов построения отраслевых планов. - В кн.: Оптимальное перспективное планирование в отраслях промышленного производства, ч.2. Новосибирск, изд.ИГиОП СО АН СССР, 1974, с.3-128.

Поступила в ред.-изд. отдел
24.05.1985 г.