УДК 330.115:519.95

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

В.В.Кузьмина

Рассмотрим следующую задачу максимизации целевой функции

$$f(X)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j,\ X=\{x_j\},\ x_j\geq 0, \tag{1}$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad ,\ b_i\geq 0\ (i=1,2,\ldots,m), \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \leq M, \tag{3}$$

$$\varphi_k(b_1,b_2,\ldots,b_m)\leq B_k \quad (k=1,\ldots,s). \tag{4}$$

Здесь B_k и M - положительные числа, φ_k - функции, вообще говоря, нелинейные, непрерывно зависящие от совокупности своих аргументов.

В этой задаче содержатся две группы неизвестных - основные x_j и параметрические b_i. Фиксируя значения параметрических неизвестных, получим обычную "числовую" задачу линейного программирования (1)-(3) с неизвестными x_j [1,2]. Множество ее планов, очевидно, непустое, а целевая функция в силу условия (3) ограничена сверху, следовательно, задача имеет решение. Если $t=\{b_i\}$, то соотношения (4) определяют в m-мерном пространстве s ограниченных и замкнутых множеств, пересечение которых с положительным октантом пространства представляет собой компакт $Q=\{t\}$. Если это пересечение непусто, то рассматриваемая задача представляет собой частный

случай линейной параметрической задачи в компакте, исследованной А.Г.Пинскером [3,4]. Им установлено существование решения такой задачи в том смысле, что найдется такое значение параметра $t=t^*$, для которого целевая функция задачи достигает своего наибольшего значения, и указан принципиальный метод ее решения.

В качестве примера приведем задачу минимизации транспортных затрат при перевозке некоторого продукта, производимого предприятиями A_i в количествах a_i единиц ($i=1,2,\ldots,m$) на склады B_j, максимальная вместимость которых составляет $\bar{b}_j$ единиц, с учетом расходов на их эксплуатацию (ремонт, отопление, освещение, охрану и т.д.), зависящих от количеств b_j продукта, завезенного на соответствующие склады. Эти расходы выражаются функцией $\varphi(t)=\varphi(b_1,b_2,\ldots,b_n)$, непрерывно зависящей от вектора t, и ограничены суммой B денежных единиц.

Пусть x_{ij} - количество продукта, перевозимого из предприятия A_i на склад B_j, c_{ij} - стоимость перевозки единицы продукта. Следует определить количества b_j и x_{ij} так, чтобы транспортные затраты на перевозки продукта с предприятий A_i на склады B_j оказались минимальными. Математическая формулировка задачи такова. Следует минимизировать целевую функцию

$$\sum_{i,j} c_{ij}x_{ij}, \quad x_{ij}\geq 0, \tag{5}$$

при условиях

$$\sum_j x_{ij}=a_i, \quad \sum_i x_{ij}=b_j\leq \bar{b}_j, \quad \sum_j b_j=\sum_i a_i, \tag{6}$$

$$\varphi(t)=\varphi(b_1,b_2,\ldots,b_n)\leq B. \tag{7}$$

Функция φ, вообще говоря, нелинейная, и задача (5)-(7) является линейной параметрической транспортной задачей в компакте Q, образованном пересечением компакта Q_1, точки которого определяются неравенством (7), компакта Q_2, задаваемого последним равенством, и положительного октанта n-мерного пространства.

ЛИТЕРАТУРА

I. КАНТОРОВИЧ Л.В. Математические методы организации и планирования производства. - Л.: Изд-во Ленинград. ун-та, 1939.

2. ЮДИН Д.Б., ГОЛЬШТЕЙН Е.Г. Линейное программирование (теория, методы и приложения). - М.: Наука, 1969.

3. ПИНСКЕР А.Г. Компактные системы задач линейного программирования. - Оптимизация, 1984, вып. 34(51), с.53-65.

4. ПИНСКЕР А.Г. Задача линейного программирования в компактных метрических пространствах. - Оптимизация, 1985, вып. 35(52), с.24-27.

Поступила в ред.-изд. отдел
01.11.1985 г.