УДК 513.88

ОБ ОТОБРАЖЕНИЯХ ЭКСТРЕМАЛЬНО НЕСВЯЗНЫХ КОМПАКТОВ И ОПЕРАТОРАХ, СОХРАНЯЮЩИХ ДИЗЪЮНКТНОСТЬ

А.К.Китовер

В этой статье изучаются свойства спектра операторов, сохраняющих дизъюнктность (иначе d-гомоморфизмов) в комплексных банаховых решетках (БР). Оператор T в БР X называется d-гомоморфизмом [1], если $|f|\wedge|g|=0 \Longrightarrow |Tf|\wedge|Tg|=0$. В [1] показано, что если реализовать решетку X как пространство функций на ее стоуновском компакте, то любой d-изоморфизм T ($|f|\wedge|g|=0 \Longleftrightarrow |Tf|\wedge|Tg|=0$) действует в X как оператор подстановки с весом. С помощью этого представления можно получить описание спектра d-изоморфизмов в [2]. Вопрос о представлении произвольных d-гомоморфизмов подробно рассмотрен Ю.А.Абрамовичем в [3]. Необходимые нам результаты из [3] будут приведены ниже; пока отметим лишь, что они позволяют свести изучение спектра d-гомоморфизмов к аналогичному вопросу для операторов подстановки с весом, хотя это сведение не является столь прямым и простым, как в случае d-изоморфизмов. В свою очередь, как будет показано ниже (см. лемму 2), спектральные свойства операторов подстановки с весом в значительной степени определяются топологическими свойствами подстановки, в частности наличием у нее периодических точек. Поэтому начнем с описания условий, при которых отображение экстремально несвязного компакта в себя не имеет периодических точек.

I. Вокруг теоремы Фролика

З.Фролик установил следующий интересный факт [4,5]: множество F неподвижных точек гомеоморфизма экстремально нес-

вязного компакта в себя открыто-замкнуто; в частности, если периодические точки такого гомеоморфизма образуют множество первой категории, то их вообще нет. Для невзаимно-однозначных отображений это, очевидно, неверно, но если вместо множества F неподвижных точек φ рассматривать множество $QF = \bigcup_{j=0}^{\infty} \varphi_{-j}(F)$ квазинеподвижных точек, то возникает следующий содержательный вопрос.

Пусть множество QF квазинеподвижных точек отображения φ экстремально несвязного компакта в себя имеет первую категорию. Верно ли, что $QF = F = \emptyset$?

С этим вопросом тесно связан другой: пусть F – множество неподвижных точек некоторого непрерывного отображения экстремально несвязного компакта K в себя. Верно ли, что F есть ретракт K ?

Ответ на эти вопросы неизвестен. Докажем более слабое утверждение.

ТЕОРЕМА I. Пусть K – экстремально несвязный компакт, φ – открытое отображение компакта K в себя, и множество QK квазинеподвижных точек отображения φ нигде не плотно в K. Тогда $QF = F = \emptyset$.

ЛЕММА I. Пусть A – открыто-замкнутое подмножество K, $A \cap F = \emptyset$. Тогда найдется $f \in C(A)$, $|f| \equiv 1$ на A, и если $x, \varphi(x) \in A$, то $|f(x) - f(\varphi(x))| \geqslant 1$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Выберем конечное покрытие компакта A открыто-замкнутыми множествами $V_1, \dots, V_m$ со свойствами $V_j \cap \varphi(V_j) = \emptyset$, $j = 1, 2, \dots, m$. Положим $W_1 = \bigcup_{k=0}^{\infty} \varphi_{-k}(V_1)$, $W_2 = \bigcup_{k=0}^{\infty} \varphi_{-k}(V \setminus W_1), \dots, W_{m-1} = \bigcup_{k=0}^{\infty} \varphi_{-k}(V_{m-2} \setminus (W_1 \cup W_2 \cup \dots \cup W_{m-2}))$, $W_m = V_m \setminus \bigcup_{j=1}^{m-1} W_j$. Заметим, что по построению $\varphi(W_m) \cap A = \emptyset$. Пусть теперь $f \equiv 1$ на W_m, $f \equiv -1$ на $S = V_{m-1} \setminus (W_1 \cup \dots \cup W_{m-2})$, $f \equiv (-1)^k i$ на $\varphi_{-k}(S) \setminus \bigcup_{j<k} \varphi_{-j}(S)$.

В силу экстремальной несвязности компакта K функция f непрерывно продолжается на $W_{m-1} \cup W_m$ и, очевидно, $|f(x) - f(\varphi(x))| \geqslant 1$, если $x, \varphi(x) \in W_{m-1} \cup W_m$.

Теперь определим f на W_{m-2}. Вначале положим $f\equiv -1$ на $\varphi_{-1}(W_m)\cap(V_{m-2}\setminus\bigcup_{j=1}^{m-3}W_j)$ и $f\equiv 1$ на остальной части $V_{m-2}\setminus\bigcup_{j=1}^{m-3}W_j$, затем доопределим f на $W_{m-2}\setminus V_{m-2}$ значениями $\pm i$, как и выше. Вообще, если f уже определена на $W_{j+1},\dots,W_m$ и $x\in V_j\setminus$ $\setminus(W_1\cup\dots\cup W_{j-1}),\ \varphi(x)\in V_t\setminus(W_1\cup\dots\cup W_{t-1}),\ t>j$, то полагаем $f(x)=-f(\varphi(x))$. Затем доопределяем f значением 1 на оставшейся части множества $V_j\setminus(W_1\cup\dots\cup W_{j-1})$ и значениями $\pm i$ на $W_j\setminus V_j$. В конечном итоге получаем непрерывную функцию на $\bigcup_{j=1}^{m}W_j$, сужение которой на A обладает требуемыми свойствами. ●

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО теоремы I. Рассмотрим множество пар вида (H,h), где H - открыто-замкнутое подмножество K, $H=$ $=\varphi(H)=\varphi_{-1}(H)$, а $h\in C(H),\ |h|\equiv 1$ на H, и $|h(x)-h(\varphi(x))|\geqslant 1,\ x\in H$. Будем считать, что $(H_1,h_1)\succ$ $\succ(H_2,h_2)$, если $H_1\supset H_2$ и $h_1\equiv h_2$ на H_2. По лемме Цорна найдется максимальный элемент (G,g). Покажем, что $G=K$. Если это не так, то найдется открыто-замкнутое множество $E\subset K$, $E\cap G=\emptyset$ и $E\cap\overline{Q}F=\emptyset$. Положим $E_0=E,\ E_1=\varphi(E)\setminus E,\ E_2=\varphi_2(E)\setminus(E\cup\varphi(E))$ и т.д. По лемме найдется $f_i\in C(E_i),\ |f_i|\equiv 1,\ |f_i(x)-f_i(\varphi(x))|\geqslant 1,\ x,\varphi(x)\in E_i$. Доопределим f_i нулем на $K\setminus E_i$. Пусть $f^{(1)}=\sum_{i=0}^{\infty}f_{2i}$, $f^{(2)}=\sum_{i=0}^{\infty}f_{2i+1}$. Тогда $|f^{(1)}(x)-f^{(1)}(\varphi(x))|\geqslant 1,\ x,\varphi(x)\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_{2i}$, и $|f^{(2)}(x)-f^{(2)}(\varphi(x))|\geqslant 1,\ x,\varphi(x)\in\bigcup_{i=0}^{\infty}E_{2i+1}$. Поэтому $(\overline{\bigcup E_{2i}})\cap$ $\cap F=\emptyset$, и $(\overline{\bigcup E_{2i+1}})\cap F=\emptyset$, и отсюда $\overline{\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i}\cap F=\emptyset$. Применим опять лемму: найдется $f\in C(P),\ P=\overline{\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i},\ |f|\equiv 1$, $|f(x)-f(\varphi(x))|\geqslant 1,\ x\in P$. Положим $f(y)=-f(\varphi(y)),\ y\in\varphi_{-1}(P)\setminus P$, $f(y)=-f(\varphi(y)),\ y\in\varphi_{-2}(P)\setminus(P\cup\varphi_{-1}(P))$ и т.д. Теперь f определена на открыто-замкнутом подмножестве $G_1=\bigcup_{i=0}^{\infty}\varphi_{-i}(P)$ и $|f(x)-$ $-f(\varphi(x))|\geqslant 1,\ x\in G_1$. Полагая $\tilde g(x)=g(x),\ x\in G$, и $\tilde g(x)=f(x),\ x\in G_1$, приходим в противоречие с максимальностью пары (G,g). Итак, $G=K$ и $F=\emptyset$. ●

СЛЕДСТВИЕ. Пусть K - гиперстоунов компакт, φ - непрерывное открытое отображение K в себя и QF - множество первой категории в K. Тогда $QF=F=\emptyset$.

Незначительная модификация использованных выше рассуждений приводит к следующим результатам.

ТЕОРЕМА I$'$. Пусть K - экстремально несвязный компакт, φ - непрерывное отображение K в себя, и множество $\bigcup\limits_{j=0}\varphi_{-j}(QF)$ нигде не плотно в K. Тогда $F=\emptyset$.

ТЕОРЕМА I$''$. Пусть K - экстремально несвязный компакт, φ - непрерывное отображение K в себя, и каждая точка K имеет не более конечного числа прообразов относительно φ. Тогда множество F открыто-замкнуто.

Теорема Фролика является частным случаем теоремы I$'$ или I$''$, но от этих теорем еще далеко до ответа на поставленные выше вопросы. Тем не менее полученные результаты имеют любопытные приложения, которые мы рассмотрим.

2. Инвариантность спектра α-гомоморфизмов относительно вращений

Начнем с наиболее простого случая. Пусть X - БР с порядково-непрерывной нормой, T - непрерывный α-гомоморфизм из X в X и $\ker T=0$. В [3] доказано, что оператор T имеет представление $Tf(x)=M(x)f(\varphi(x)), f\in X, x\in K$, где K - стоуновский компакт X, φ - непрерывное отображение K в себя, $M\in C_\infty(K)$, причем в силу порядковой непрерывности нормы в X отображение φ открыто.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Будем говорить, что α-гомоморфизм T удовлетворяет условию (ж), если для любой полосы $Y\subset X$ и любого натурального N найдется $g\in Y$ такой, что $T^N g\notin Y$.

ЗАМЕЧАНИЕ. Условие (ж) выражает тот факт, что для любого

N оператор T^N не является нерасширяющим ни на какой полосе в X. Это условие можно выразить и в следующей форме: для любой полосы Y и любого N найдется полоса $Z \subset Y$ такая, что множества $Z, TZ, \ldots, T^N Z$ попарно-дизъюнктны.

ТЕОРЕМА 2. Пусть X и T таковы, как указано выше, и T удовлетворяет условию (ж). Тогда спектр $\sigma(T,X)$ оператора T в X инвариантен относительно вращений, т.е.

$$\lambda \in \sigma(T,X) \Rightarrow \lambda e^{i\theta} \in \sigma(T,X), \quad 0 \leq \theta < 2\pi .$$

ЛЕММА 2. Пусть K – экстремально несвязный компакт, φ – непрерывное отображение K в себя, не имеющее периодических точек, $\alpha \in C, |\alpha|=1$ и $\varepsilon > 0$. Тогда найдется $g \in C(K)$, $|g| \equiv 1$ и $\|g \circ \varphi - \alpha g\|_\infty \leq \varepsilon$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Выберем натуральное N, $2\pi/N < \varepsilon$, и пусть $V_1, \ldots, V_m$ – покрытие K открыто-замкнутыми множествами такими, что для любого j, $1 \leq j \leq m$,

$$\varphi_r(V_j) \cap \varphi_s(V_j) = \emptyset, \quad 0 \leq r < s \leq N .$$

Предположим вначале, что $K = \overline{\bigcup_{j=0}^{\infty} \varphi_j(V_1)}$. Функцию g построим следующим образом. Пусть $G_0 = V_1$, G_i – открыто-замкнутое множество, содержащее $\varphi_i(V_1)$, $i = 1, 2, \ldots, N$, множества G_i попарно не пересекаются и $\varphi(G_i) \subset G_{i+1}$, $i = 0, 1, \ldots, N-1$. Определим вначале g на траекториях точек, возвращающихся в V_1. Точка из V_1 может вернуться в V_1 не менее, чем за $N+1$ шагов. Обозначим через $G_{0,N+1}$ подмножество $G_0 = V_1$, состоящее из точек, возвращающихся в V_1 ровно за $N+1$ шагов, и пусть $G_{i,N+1}$, $i = 1, 2, \ldots, N$, – открыто-замкнутые множества $G_{i,N+1} \subset G_i$, $\varphi(G_{i,N+1}) \subset G_{i+1,N+1}$ и $\varphi(G_{N,N+1}) \subset G_0$. Положим $g \equiv \alpha_{N+1}^i$ на $G_{i,N+1}$, где α_s – ближайший к α корень степени s из I. Множество $G_{0,N+2}$ точек, возвращающихся в V_1 за $N+2$ шага делится на подмножества: $G_{0,N+2}^{(1)}$ – точки, попадающие в $G_{N,N+1}$ за $N+1$ шагов

и $G^{(2)}_{0,N+2} = G_{0,N+2} \setminus G^{(1)}_{0,N+2}$. Множества $G^{(1)}_{i,N+2}$, $i=1,2,\dots,N$, и $G^{(2)}_{i,N+2}$, $i=1,2,\dots,N+1$, определяются аналогично тому, как это было сделано выше. Положим $g \equiv \alpha^{i}_{N+2}$ на $G^{(2)}_{i,N+2}$ и $g \equiv \beta^{i}$ на $G^{(1)}_{i,N+2}$, где β - ближайшее к α число на единичной окружности такое, что $\beta^{N+1} = \alpha^{N}_{N+1}$. Продолжая, определим g на открытом множестве H, содержащем все возвращающиеся точки из V_1. Теперь определим g на $\bigcup \varphi_{-j}(V_1) \setminus \bar{H}$: $g \equiv 1$ на V_1, $g \equiv \bar{\alpha}$ на $\varphi_{-1}(V_1) \setminus (V_1 \cup \bar{H})$ и т.д. Функция g определена на $\bigcup \varphi_{-j}(V_1) \setminus \partial H$ и удовлетворяет неравенству $|g(\varphi(x)) - \alpha g(x)| \le \varepsilon$, $x, \varphi(x) \in \overline{\bigcup \varphi_{-j}(V_1)} \setminus \partial H$. Непрерывное продолжение g на $\overline{\bigcup \varphi_{-j}(V_1)}$ также удовлетворяет этому неравенству, как нетрудно установить, учитывая способ построения g. В частном случае лемма доказана. Общий случай сводится к проведению конечного числа ($\le m$) вышеописанных построений. Пусть, например, $K = \overline{\bigcup \varphi_{-j}(V_1)} \cup \overline{\bigcup \varphi_{-j}(\tilde{V}_2)}$, где $\tilde{V}_2 = V_2 \setminus \overline{\bigcup \varphi_{-j}(V_1)}$. Определим g на $\overline{\bigcup \varphi_{-j}(\tilde{V}_2)} \setminus \overline{\bigcup \varphi_{-j}(V_1)}$ как на первом шаге доказательства (следует учесть, что возвращающиеся точки из $\tilde{V}_2$ не могут попасть в $\overline{\bigcup \varphi_{-j}(V_1)}$, а затем полагаем $g \equiv \bar{\alpha}$ на $\varphi_{-1}(V_2) \cap V_1$ и проводим построение для $\bigcup \varphi_{j}(V_1)$. ●

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО теоремы 2. Пусть $\lambda \in \sigma(T,X)$ и $0 < \theta < 2\pi$. Достаточно рассмотреть случай, когда найдутся $f_n \in X$, $\|f_n\| = 1$, $\|Tf_n - \lambda f_n\| \to 0$ (поскольку множество таких λ из $\sigma(T,X)$, что $T - \lambda I$ имеет левый обратный, открыто). В силу условий теоремы множество периодических точек φ имеет первую категорию и по теореме I пусто. По лемме 2 найдутся $g_n \in C(K)$, $|g_n| \equiv 1$, $\|g_n \circ \varphi - e^{i\theta} g_n\|_\infty \to 0$. Пусть $h_n = g_n f_n$, тогда $h_n \in X$, $\|Th_n - e^{i\theta} \lambda h_n\| \to 0$ и $\|h_n\| = 1$.

Условия теоремы 2 довольно ограничительны, и мы выясним, насколько их можно ослабить. Условие $\ker T = 0$ несущественно. Согласно [3], оператор T с ненулевым ядром имеет представление

$$Tf(x) = \begin{cases} M(x) f(\varphi(x)), & x \in E, \\ 0, & x \notin E, \end{cases}$$

где E - открыто-замкнутое подмножество K, φ - непрерывное отображение E в K. Как и в лемме 2, можно показать, что если φ не имеет периодических точек в E, то для любых ε и α, $|\alpha|=1$, найдется $g\in C(E)$, $|g|\equiv 1$ и $|g(\varphi(x))-\alpha g(x)|<\varepsilon$ при $x, \varphi(x)\in E$. Отсюда легко получить, что теорема 2 справедлива и без предположения $\ker T=0$.

Условие порядковой непрерывности нормы можно заменить существенно более слабым условием порядковой полунепрерывности нормы (условие (C), см. [6]). Сформулируем нужный нам аналог леммы 2.

ЛЕММА 3. Пусть K - экстремально несвязный компакт, φ - непрерывное отображение K в себя, $\pi_n=\{x\in K: \mathrm{card}\{\varphi_k(x), k=1,2,\dots\}\le 2n\}$ - множество точек, длина траекторий которых не превосходит $2n$ и V - открыто-замкнутая окрестность π_n. Пусть $|\alpha|=1$. Найдется $g\in C(K)$ такая, что $|g|\equiv 1$ на $K\setminus V$, $\|g\|_\infty\le 1$ и $\|g\circ\varphi-\alpha g\|_\infty\le 1/n$.

Доказательство аналогично доказательству леммы 2.

ТЕОРЕМА 3. Пусть X - банахова решетка со свойством (С), T - d-гомоморфизм X в X и пусть для любого натурального N, любой полосы $\mathcal{Z}$ в X и любого элемента $f\in X$, для которого $T^N f\notin \mathcal{Z}^d$, найдется $h\in X$ такой, что $|h|\le|f|$, элементы $h, Th, \dots, T^N h$ попарно-дизъюнктны, и $T^N h\notin \mathcal{Z}^d$. Тогда спектр $\sigma(T,X)$ инвариантен относительно вращений.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Не умаляя общности, можно считать, что решетка X порядково-полна. В самом деле, в [3] доказано, что T продолжается до d-гомоморфизма $\hat{T}$ пополнения $\hat{X}$ решетки X. Обозначим через $\sigma_{a.p.}(T,X)$ множество $\{\lambda: \lambda\in\sigma(T,X), T-\lambda I$ не обратим слева$\}$. Тогда, очевидно $\sigma_{a.p.}(T,X)\subset\sigma_{a.p.}(\hat{T},\hat{X})\subset\sigma_{a.p.}(T^{**},X^{**})=\sigma_{a.p.}(T,X)$.

Итак, пусть X - порядково-полная БР, $\lambda\in\sigma_{a.p.}(T,X)$, $f_n\in X, \|f_n\|=1$, $\|Tf_n-\lambda f_n\|\to 0$, и $0\le\theta<2\pi$. Пусть $\mathcal{J}$ - идеал, порожденный элементом $u=\sum c_{j,n}|T^j f_n|$, где

$c_{j,n}>0$ и $c_{j,n}$ настолько малы, что ряд сходится в X. Тогда $T\mathcal{J}\subset\mathcal{J}$, $\lambda\in\sigma_{a.p.}(T,\mathcal{J})$, и основной результат из [3] гарантирует, что T имеет представление на $\mathcal{J}$,

$$Tf(x)=\begin{cases} M(x)f(\varphi(x)), & x\in E\subset K,\\ 0, & x\in K\setminus E.\end{cases}$$

где $f\in\mathcal{J}$, а K - стоуновский компакт X. Из условий теоремы вытекает, что для отображения φ множество Π_n (см. выше формулировку леммы 3) при любом n нигде не плотно. Из свойства (С) и леммы 3 следует, что для любого n найдется $g_n\in C(E)$, $\|g_n\|_\infty\leq 1$, $\|g_n f_n\|_X\geq 1/2$, $\|g_n\circ\varphi-e^{i\theta}g_n\|_\infty\leq 1/n$ ($h_n=g_n f_n\in X$, поскольку решетка X порядково-полна). Тогда $\|Th_n-\lambda e^{i\theta}h_n\|\to 0$. ●

ЗАМЕЧАНИЕ. Нетрудно видеть, что теорема 2 есть частный случай теоремы 3.

Отметим еще два случая, когда можно отказаться от условия (С).

ТЕОРЕМА 3$'$. Пусть X - банахова решетка, T - d-изоморфизм X в X, удовлетворяющий условию (ж). Тогда $\sigma(T,X)$ инвариантен относительно вращений.

Доказательство следует из того, что φ в этом случае есть гомеоморфизм [1], теоремы Фролика и леммы 2.

ЗАМЕЧАНИЕ. Теорема 3$'$ анонсирована в [2].

ТЕОРЕМА 3$''$. Пусть X - банахово идеальное пространство, в котором есть фундамент с порядково-непрерывной нормой. Пусть T - d-гомоморфизм X, и выполнено условие (ж). Тогда $\sigma(T,X)$ инвариантен относительно вращений.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\lambda\in\sigma_{a.p.}(T,X)$. Рассмотрим идеал $\mathcal{J}$ такой же, как в доказательстве теоремы 3. Условия теоремы гарантируют, что отображение φ, соответствующее сужению T на $\mathcal{J}$, открыто. Если $\sigma(T,\mathcal{J})$ не инвариантен относительно вращений, то найдутся полоса H в $\mathcal{J}$ и натуральное m такие, что T^m/H есть нерасширяющийся опе-

ратор, т.е. T^m сохраняет полосы в H. Пусть $\mathfrak{X}$ – полоса в X, порожденная H, и P – проектор на $\mathfrak{X}$. Оператор PT^m является d-гомоморфизмом $\mathfrak{X}$, нерасширяющим на H. Но H – фундамент в $\mathfrak{X}$ и, используя еще раз основную теорему из [3], легко убеждаемся в том, что PT^m – нерасширяющий оператор в $\mathfrak{X}$. Противоречие ●

3. Связность спектра

Здесь рассмотрим вкратце вопрос о связности множества $|\sigma(T,X)| = \{|\lambda| : \lambda \in \sigma(T,X)\}$. Ясно, что если $\sigma(T,X)$ инвариантен относительно вращений, то связность $|\sigma(T,X)|$ эквивалентна связности $\sigma(T,X)$. Если $|\sigma(T,X)|$ – несвязное множество, то $\sigma(T,X)$ разбивается некоторой окружностью с центром в начале координат на два непересекающихся замкнутых множества, которым соответствуют дополняемые спектральные подпространства [7]. Легко заметить (см., например, [8]), что спектральное подпространство X_1, отвечающее внутренней части спектра, является идеалом в X. Если X есть решетка с порядково-непрерывной нормой, то X_1 – полоса, и, учитывая теорему 2, получаем такой результат.

ТЕОРЕМА 4. *Пусть X – банахово идеальное пространство функций на пространстве с мерой (Ω, Σ, μ), φ – измеримое отображение Ω в Ω такое, что $E \in \Sigma$, $\mu E > 0 \Rightarrow \mu\varphi(E) > 0$, и M – измеримая функция такая, что оператор T, $Tf(\xi) = M(\xi) f(\varphi(\xi))$, $f \in X$, $\xi \in \Omega$, ограничен в X. Пусть, наконец, φ эргодично, т.е. $E \in \Sigma$, $E = \varphi_1(E) \Rightarrow \mu E = 0$ или $\mu(\Omega \setminus E) = 0$. Тогда $\sigma(T,X)$ есть круг или кольцо с центром в нуле.*

Случай, когда норма не является порядково-непрерывной, гораздо труднее и не исследован до конца. В случае d-изоморфизмов все просто: если спектр оператора T разбивается окружностью, то решетка есть сумма двух T-инвариантных полос X_1 и X_2, причем $X_2 = X_1^d$. Полное исследование для случая d-гомоморфизмов, когда $X = C(K)$, см. в [9]. Отметим без доказательства следующее

ПРЕДЛОЖЕНИЕ. Пусть X - банахова решетка со свойством (С), T - d-гомоморфизм X в X, имеющий представление на фундаменте $X \cap C(K)$:

$$Tf(x) = N(x) f(\varphi(x)), \quad f \in X \cap C(K), \; x \in K,$$

где K - стоуновский компакт X, φ - непрерывное отображение K в K, $N \in C_\infty(K)$. Пусть окружность $|z| = R$ разбивает $\sigma(T, X)$ и X_1 - спектральное подпространство, отвечающее внутренней части спектра. Тогда найдется замкнутое подмножество G в K со свойствами: 1) φ/G есть гомеоморфизм G на себя; 2) для некоторого натурального m множество $\varphi_m(G)$ имеет непустую внутренность; 3) $f \in X_1 \cap C(K) \Rightarrow f \equiv 0$ на G.

В заключение хочу искренне поблагодарить Ю.А.Абрамовича за интересные обсуждения рассматриваемых в статье вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Ю.А., Векслер А.И., Колдунов А.В. Об операторах, сохраняющих дизъюнктность // Докл. АН СССР. - 1979. - Т.248, № 5. - С.1033-1036.
2. Китовер А.К. О дизъюнктных операторах в банаховых решетках// Докл. АН СССР. - 1980. - Т.250, № 4. - С.800-803.
3. Abramovich Yu.A. Multiplicative representation of disjointness preserving operators // Indagationes Math. - 1983. - V.45, N 3. - P.265-279.
4. Frolik Z. Fixed points of maps of extremally disconnected spaces and complete Boolean algebras // Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Math., Astronom., Phys. - 1968. - T.16. - S.269-275.

5. Walker R.C. The Stone - Čech compactification // Berlin: Springer, 1974.
6. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. - М.: Наука, 1977.
7. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Общая теория. Т.I. - М.: ИЛ, 1962.
8. Arendt W. Spectral properties of Lamperti operators // Indiana Univ. Math. J. - 1983. - V.32, N 2. - P.199-215.
9. Китовер А.К. Спектральные свойства гомоморфизмов с весом в алгебрах непрерывных функций и их приложения // Зап. науч. семинаров ЛОМИ. - 1982. - Т.107. - С.89-103.

Поступила в ред.-изд. отдел
10.10.1985 г.