Модели функционирования экономики

УДК 512.25/26

# ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ СОСТАВЕ СМЕСЕЙ В ХЛОПКОПРЯДИЛЬНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

*Л.П.Черканова*

Рассмотрим двухуровневый технологический процесс сырье – типовая смесь – пряжа [1] и возникающую при этом производственную задачу [2-5] о выпуске пряжи заданного ассортимента $F$ и количества $B$ при дополнительных ограничениях на ресурсы, технологию составления смесей и качество выпускаемой пряжи.

Свойства пряжи, определяющие ее качество, выражаются достаточно сложно [6-10] через свойства смесей, поэтому на практике поступают следующим образом:

- решают вспомогательную производственную задачу, в которой вместо свойств окончательного продукта (пряжи) фигурируют свойства промежуточного продукта (смеси), выражающиеся линейно через свойства исходного сырья;

– определяют на основании полученного состава смесей количественные показатели свойств пряжи; если они нас удовлетворяют, то исходная задача считается решенной; в противном случае изменяются ограничения по технологии составления смесей и повторно решается вспомогательная производственная задача.

1. Запишем математическую постановку вспомогательной производственной задачи с помощью двухиндексных переменных.

Ограничения:

$$\sum_{j\in J_f} z_{jf}\left[\sum_{i\in I_j} x_{ij}\cdot\frac{w_{if}}{100}+\frac{\beta_j}{100}\cdot\frac{w_{0j}}{100}\right]=b_f,\quad f\in F;\qquad (1.1)$$

$$\underline{e}_{jn}-\underline{\delta}_{jn}\leqslant\frac{\sum\limits_{i\in I_j} x_{ij}\cdot \mathrm{din}}{1-\beta_j/100}\leqslant\bar{e}_{jn}+\bar{\delta}_{jn},$$

$$n\in N,\ j\in J;\qquad (1.2)$$

$$\underline{a}_j^t-\underline{\lambda}_j^t\leqslant\sum_{i\in I_j^t} x_{ij}\leqslant\bar{a}_j^t+\bar{\lambda}_j^t,\quad t\in T_t,\ j\in J;\qquad (1.3)$$

$$\sum_{i\in I_j} x_{ij}+\beta_j/100=1,\quad j\in J;\qquad (1.4)$$

$$\sum_{j\in J_j}\ \sum_{f\in F_j} z_{jf}\cdot x_{ij}-y_i\leqslant r_i,\quad i\in I.\qquad (1.5)$$

Целевая функция:

$$\sum_{i\in I} c_i\sum_{j\in J_i}\ \sum_{f\in F_j} z_{jf}\cdot x_{ij}+\sum_{i\in I} c'_i\cdot y_i\longrightarrow \min.\qquad (1.6)$$

В данной постановке участвуют 2 типа переменных:

$z_{jf}$ – количество (тонны) $j$-смеси, идущее на $f$-пряжу, $f\in F_j$;

$F_j$ – множество $f$-пряж, изготавливаемых из $j$-смеси (по определенным $\xi$-системе прядения и $K$-способу прядения);

$x_{ij}$ – доля вхождения $i$-сырья в $j$-смесь, $i \in I_j$, $I_j$ – набор компонентов, необходимый для получения $j$-смеси, $x_{0j}$ = const = $\beta_j$ /100 – отходы.

Поясним и другие величины:

$F$ – множество пряж;

$J_f$ – множество $j$-смесей, из которых получается $f$-пряжа;

$w_{if}$ – процент выхода $f$-пряжи из $i$-сырья, зависящий от системы и способа прядения, по которым получается $f$-пряжа. В нашей постановке принято, что каждая смесь подвергается только одной системе прядения, но нескольким способам прядения;

$w_{0j}$ – процент выхода пряжи из отходов $j$-смеси, не зависящий от системы и способа прядения;

$b_f$ – план выпуска $f$-пряжи (тонны);

$\underline{e}_{jn}$ ($\bar{e}_{jn}$) – нижняя (верхняя) граница значения $n$-свойства для $j$-смеси, $n \in N$;

$N$ – множество физико-механических свойств сырья (смеси);

$\underline{\delta}_{jn}$ ($\bar{\delta}_{jn}$) – допустимое отклонение от нижней (верхней) границы значения $n$-свойства $j$-смеси;

$J$ – множество $j$-смесей, необходимых для производства всех пряж из заданного множества смесей $F$;

$d_{in}$ – значение $n$-физико-механического свойства для $i$-сырья, $n \in N$, например, удлинение волокна выражается в процентах, модальная длина – в мм;

$\underline{a}_j^t$ ($\bar{a}_j^t$) – нижняя (верхняя) граница содержания в $j$-смеси сырья, обладающего $t$-признаком (например, определенного типа или сорта, или типосорта);

$T_j$ – множество признаков для состава $j$-смеси;

$I_j^t$ – множество компонентов $j$-смеси, обладающих $t$-признаком;

$\underline{\lambda}_j^t$ ($\bar{\lambda}_j^t$) – допустимое отклонение от нижней (верхней) границы содержания в $j$-смеси сырья, обладающего $t$-признаком;

$J_i$ – множество $j$-смесей, в которые входит $i$-сырье;

$y_i$ - дефицит $i$-сырья (тонны), $y_i \geqslant 0$;

$r_i$ - запас $i$-сырья (тонны);

$I$ - перечень сырья, необходимого для составления $j$-смесей, $j \in J$;.

$c_i$ - цена 1 тонны $i$-сырья (руб.);

$c'_i$ - штраф за покупку 1 тонны $i$-сырья сверх лимита (руб.);

Ограничения (1.1) гарантируют выполнение плана выпуска пряжи в заданном ассортименте и количестве. Ограничения (1.2) устанавливают допустимый диапазон изменений выбранных физико-механических свойств волокна смеси, которые определяются через свойства исходного сырья с помощью формулы средневзвешенного. Кроме того, учитывается допущение: отходы $j$-смеси ($\beta_j$) обладают такими же свойствами, как и сама $j$-смесь. Нестандартно осуществляется лишь подсчет свойства "штапельная длина" (мм) [2]. Ограничения (1.3) и (1.4) характеризуют технологию составления смесей, причем (1.3) регламентируют включение компонентов с определенными признаками в данную смесь. Ограничения (1.5) обусловлены количеством имеющегося сырья. Целевая функция (1.6) включает в себя стоимость сырья с учетом штрафа за сверхлимитное его приобретение.

Заметим, что верхние и нижние границы ограничений на свойства и состав типовых смесей (1.2) - (1.3) ослаблены путем введения допустимых отклонений, поскольку технологические требования являются жесткими и в реальных условиях могут затруднять получение допустимого решения задачи (1.1) - (1.6).

2. Опишем способ решения нелинейной задачи (1.1) - (1.6), который сводится к построению двухуровневой модели (модель каждого уровня представляет собой задачу линейного программирования) [3].

2.1. Модель первого уровня для получения оптимального состава смесей [2] включает в себя часть ограничений (видоизмененных) задачи (1.1) - (1.6), а именно:

$$\sum_{j\in J_i} L_j \cdot x_{ij} - y_i^1 \leqslant r_i, \quad i \in I; \tag{2.1}$$

$$\underline{e}_{jn} - u_{jn}^7 \cdot \underline{\delta}_{jn} \leqslant \frac{\sum_{i\in I_j} d_{in}\cdot x_{ij}}{1-\beta_i/100} \leqslant \bar{e}_{jn} + u_{jn}^6 \cdot \bar{\delta}_{jn},$$

$$n \in N, \; 1 \leqslant u_{jn}^s \leqslant \rho, \quad s = \overline{6,7}, \quad j \in J; \tag{2.2}$$

$$\underline{a}_j^t - u_{jt}^5 \cdot \underline{\lambda}_{jt} \leqslant \sum_{i\in I_j^t} x_{ij} \leqslant \bar{a}_j^t + u_{jt}^4 \cdot \bar{\lambda}_j^t,$$

$$t \in T_j, \; 1 \leqslant u_{jt}^s \leqslant \rho, \quad s = \overline{4,5}, \quad j \in J; \tag{2.3}$$

$$\sum_{i\in I_j} x_{ij} + \beta_j/100 = 1, \quad j \in J. \tag{2.4}$$

Целевая функция, по сравнению с (1.6), содержит дополнительные слагаемые:

$$\sum_{i\in I} c_i \sum_{j\in J_i} L_j \cdot x_{ij} + \sum_{i\in I} c_i' \cdot y_i^1 +$$

$$+ \sum_{j\in J}\Big( \sum_{t\in T_j} \sum_{s=4}^{5} c_{jt}^s \cdot u_{jt}^s + \sum_{n\in N} \sum_{s=6}^{7} c_{jn}^s \cdot u_{jn}^s\Big) \longrightarrow \min, \tag{2.5}$$

где $L_j$ - прогнозируемая величина выпуска $j$-смеси (тонны), $y_i^1$ - дефицит $i$-сырья (тонны), $y_i^1 \geqslant 0$.

С целью минимального нарушения ограничений по свойствам и составу смеси вводятся дополнительные переменные $u_{jt}^s$, $s = \overline{4,5}$, $t \in T_j$, $u_{jn}^s$, $s = \overline{6,7}$, $n \in N$, и штрафы за нарушение границ соответствующих ограничений на $\Delta = \pm 1$: $c_{jt}^s$, $s = \overline{4,5}$, $c_{jn}^s$, $s = \overline{6,7}$.

Проводимые расчеты показали, что нужно ограничить сверху дополнительные переменные $u_{jt}^s$ и $u_{jn}^s$, что и сделано в ограничениях (2.2) - (2.3) с помощью величины $\rho \leqslant 5$.

Отметим, что первая модель может быть решена только при наличии величин $L_j$, $j \in J$, т.е. предполагаемой прогнозируемой величины выпуска $j$-смеси.

2.2. Модель второго уровня для получения оптимального использования смесей [2] включает в себя ограничения на план выпуска пряжи и расходуемое сырье:

$$\sum_{j \in J_f} \sum_{i \in I_j} z_{jf} \left[ x^*_{ij} \cdot \frac{w_{if}}{100} + \frac{\beta_j}{100} \cdot \frac{w_{0j}}{100} \right] = b_f, \quad f \in F; \qquad (2.6)$$

$$\sum_{j \in J_i} \sum_{f \in F_j} z_{jf} \cdot x^*_{ij} - y^2_i \leqslant r_i, \quad i \in I. \qquad (2.7)$$

Целевая функция по внешнему виду совпадает с целевой функцией (1.6):

$$\sum_{i \in I} c_i \sum_{j \in J_i} \sum_{f \in F_j} z_{jf} \cdot x^*_{ij} + \sum_{i \in I} c'_i \cdot y^2_i \longrightarrow \min. \qquad (2.8)$$

Вторая модель может решаться только после просчета первой модели, дающей состав смесей $x^*_{ij}$, $i \in I_j$, $j \in J$.

Из-за наличия ограничений (2.1) и (2.7), способствующих появлению двух различных значений дефицита $i$-сырья $y^1_i$ и $y^2_i$, окончательное решение о дефиците $i$-сырья принимается следующим образом:

$$y_i := y^2_i, \quad i \in I$$

(только вторая модель гарантирует точное выполнение плана выпуска пряжи).

Применение двухуровневой модели для решения задачи о выпуске пряжи с минимальными затратами не гарантирует также совпадения прогнозируемой и фактической величин выпуска $j$-смеси, т.е.

$$L_j \neq L^{\Phi}_j,$$

где $L^{\Phi}_j = \sum_{f \in F_j} z^*_{jf}$, $z^*_{jf}$ - результат решения второй модели.

Если это расхождение значительное, то нужно положить $L_j := L_j^{\Phi}$ и заново прорешать задачу (первую и вторую модели) до получения приемлемого результата.

3. Сформируем вспомогательную производственную задачу иначе, чем в постановке (1.1) – (1.6), используя неразрывность технологического процесса. Для этой цели введем трехиндексную переменную $z_{ijf}$ – количество $i$-сырья, которое идет на $f$-пряжу, изготавливаемую из $j$-смеси (тонны).

Связь между переменными обеих постановок следующая:

$$x_{ij} = \frac{\sum_{f \in F_j} z_{ijf}}{\sum_{i \in I_j} \sum_{f \in F_j} z_{ijf} \cdot p_j},$$

где $p_j = \frac{100}{100-\beta_j}$; $z_{jf} = \sum_{i \in I_j} z_{ijf} \cdot p_j$; $z_{ijf} = z_{jf} \cdot x_{ij}$.

Вспомогательная производственная задача в новой постановке принимает вид:

$$\sum_{j \in J_f} \sum_{i \in I_j} z_{ijf} \, (w_{if}/100 + \alpha_j \cdot w_{0j}/100) = b_f, \; f \in F, \qquad (1.1')$$

где $\alpha = \beta \;/(100 - \beta\;)$;

$$\underline{e}_{jn} - \underline{\delta}_{jn} \leqslant \sum_{i \in I_j} d_{in} \frac{\sum_{f \in F_j} z_{ijf}}{\sum_{f \in F_j} \sum_{i \in I_j} z_{ijf}} \leqslant \bar{e}_{jn} + \bar{\delta}_{jn},$$

$$n \in N, \; j \in J; \qquad (1.2')$$

$$\underline{a}_j^t - \underline{\lambda}_j^t \leqslant \sum_{i \in I_j^t} \frac{\sum_{f \in F_j} z_{ijf}}{\sum_{f \in F_j} \sum_{i \in I_j} z_{ijf} \cdot p_j} \leqslant \bar{a}_j^t + \bar{\lambda}_j^t,$$

$$t \in T_j, \quad j \in J; \qquad (1.3')$$

$$\frac{\sum_{f\in F_j} z_{ijf}}{\sum_{i\in I_j}\sum_{f\in F_j} z_{ijf}\cdot p_j} \equiv \frac{z_{ijf}}{\sum_{i\in I_j} z_{ijf}\cdot p_j}$$

$$\forall f \in F_j,\ \forall i \in I_j \qquad (1.4')$$

при фиксированном $j \in J$;

$$\sum_{j\in J_i}\sum_{f\in F_j} z_{ijf} - y_i \leqslant r_i,\ i \in I. \qquad (1.5')$$

При этом требуется минимизировать функцию

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J_j}\sum_{f\in F_j} z_{ijf} \cdot c_i + \sum_{i\in I} y_i \cdot c'_i. \qquad (1.6')$$

Сравнивая обе (эквивалентные) постановки, замечаем, что по своему содержанию отличаются лишь ограничения (1.4) и (1.4′). Если в первой постановке (1.4) связывает сырье и отходы (в долях) для всей смеси, то во второй постановке (1.4′) означает сохранение свойства однородности для каждой $f$-части смеси.

Наличие тождества (1.4′) снова приводит к задаче нелинейного программирования, как и в постановке (1.1) – (1.6).

3.1. Избавимся от нелинейности, потребовав, чтобы однородность смеси, выраженная в процентном составе частей смеси (смеси), проявлялась бы в других производных показателях частей смеси – в физико-механических свойствах и ограничениях по составу. Как и (1.4′), это требование приводит как бы к "размножению" $j$-смеси в количестве вариантов, равном $|F_j|$ – числу элементов в множестве $F_j$, т.е. при рассмотрении каждого производного показателя для всей смеси будем включать столько ограничений, сколько пряж изготавливается из этой смеси.

Итак, приходим к следующей приближенной задаче линейного программирования:

$$\sum_{j\in J_f} \sum_{i\in I_j} z_{ijf}(w_{if}|100 + a_j \cdot w_{0j}|100 = b_f, \; f \in F; \tag{3.1}$$

$$\underline{e} - \underline{\delta}_{jn} \leqslant \sum d_{in} \frac{z_{ijf}}{\sum\limits_{i\in I_j} z_{ijf}} \leqslant \bar{e}_{jn} + \bar{\delta}_{jn},$$

$$n \in N, \; f \in F_j, \; j \in J; \tag{3.2}$$

$$\underline{a}_j^t - \underline{\lambda}_j^t \leqslant \sum_{i\in I_j^t} \frac{z_{ijf}}{\sum\limits_{i\in I_j} z_{ijf}\cdot p_j} \leqslant \bar{a}_j^t + \bar{\lambda}_j;$$

$$t \in T_j, \; f \in F_j, \; j \in J; \tag{3.3}$$

$$\sum_{j\in J_i} \sum_{f\in F_j} z_{ijf} - y_i \leqslant r_i, \; i \in I; \tag{3.4}$$

$$\sum_{i\in I} \sum_{j\in J_i} \sum_{f\in F_j} z_{ijf} \cdot c_i + \sum_{i\in I} y_i \cdot c_i' \longrightarrow \min. \tag{3.5}$$

В модифицированной постановке уже не присутствуют тождества типа (1.4′), но зато ограничения по свойствам и составу смеси (3.2) - (3.3) даны с учетом однородности смеси.

Для определения неизвестных $x_{ij}$ используется формула

$$x_{ij} = \sum x_{ij}^f |F_j| = \sum_{f\in F_j} \frac{z_{ijf}}{\sum z_{ijf}\cdot p_j} / \; |F_j|.$$

3.2. При таком подходе к замене (1.4′) резко возрастает размерность задачи - количество ограничений. Попытаемся устранить этот недостаток.

Отметим, что конкретные пряжи могли отличаться друг от друга рядом показателей (цветом, сортом, видом, толщиной, системой и способом прядения) и принадлежностью к разным смесям.

Мы же пока во всех рассмотренных постановках использовали лишь 3 показателя: принадлежность к определенной смеси (состав смеси), систему и способ прядения, от которых зависит процент выхода пряжи из смеси:

$$\underline{\omega}_{jf} = \sum_{i \in I_j} x_{ij} \cdot \frac{\omega_{if}}{100} + \frac{\beta_j}{100} \cdot \frac{\omega_{0j}}{100}, \; \omega_{if} = \omega_{i\xi k},$$

так как $f = f(\xi, k)$.

Поэтому введем понятие "обобщенной" пряжи для тех пряж, которые получаются только из одной смеси, т.е. $f \in F_j^1 \subseteq F_j$.

Рассмотрим $j$-смесь и множество пряж $F_j$, которые изготавливаются из этой смеси. Сразу отделим пряжи, которые могут быть получены и из других смесей, $f \in F_j^2$, т.е. те пряжи, у которых может измениться один из трех показателей - состав смеси.

Для пряж, которые получаются только из $j$-смеси, $f \in F_j^1$, этот показатель является постоянным, следовательно, могут меняться два других - система и способ прядения. Закрепляя за каждой смесью свою систему прядения (на практике состав типовой смеси зависит от системы прядения), можно теперь несколько пряж объединить в одну обобщенную пряжу, если у них совпадают способы прядения.

Из сказанного следует, что из $j$-смеси получается $|F_j^2|$ обычных (индивидуальных) пряж и столько $\bar{f}$-обобщенных пряж, скольким способам прядения подвергается смесь для получения $f$-пряж, $f \in F_j^1$.

Значит, план выпуска обобщенной пряжи для $j$-смеси есть

$$b_{\bar{f}} = \sum_{\substack{f \in F_j^1 \\ k = \arg f = \mathrm{const}}} b_f; \quad z_{jf} = z_{j\bar{f}} \cdot b_f / b_{\bar{f}}.$$

**Замечание 1.** Как (1.4′), так и последующие рассуждения производились в предположении, что множества $I_j$, $j \in J$, содержат более одного элемента. Если же множество $I_j$ для какого-то $j$ содержит один элемент, то для данной $j$-смеси записывается только одно неравенство для каждого из рассматриваемых свойств

(3.2) и одно ограничение для каждого признака (3.3). Следовательно, мы будем рассматривать в данном случае всю смесь, а не отдельные ее части (количество частей равно числу пряж, изготавливаемых из смеси).

**Замечание 2.** Конкретная $j$-смесь подвергается технологическим способам обработки в количестве $K_j$, равном числу способов прядения, необходимых для производства пряж $f$, $f \in F_j$, т.е. технологический способ обработки смеси складывается из $\xi$-системы прядения, закрепленной за $j$-смесью, $\xi \in \Xi$, и $k$-способа прядения, $k \in K_j \subseteq K$. $K$ - множество способов прядения, $\Xi$ - множество систем прядения.

**Замечание 3.** Если $F_j^2 = \emptyset \quad \forall j \in J$, т.е. каждая пряжа изготавливается только из одной смеси, то вторая модель (2.6) - (2.8), дающая оптимальное использование смесей для производства пряж, вырождается в линейную систему.

Неизвестные $z_{jf}$ и $y_i^2$ получаются по следующим формулам:

$$z_{jf} = b_f \Big/ \sum_{j \in J_i} \left[ x_{ij}^* \cdot \frac{w_{if}}{100} + \frac{\beta_j}{100} \cdot \frac{w_{0j}}{100} \right],$$

$$f \in F_j; \quad j \in J; \tag{2.6'}$$

$$y_i^2 = \begin{cases} 0, \text{ если } \varphi_i \leqslant r_i, \\ \varphi_i - r_i, \text{ если } \varphi_i > r_i, \end{cases} \tag{2.7'}$$

где $\varphi_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{f \in F_j} z_{jf} \cdot x_{ij}^*$.

4. Сравним результаты обеих постановок на примере небольшой размерности: 2 смеси, 9 пряж, 3 вида сырья, одна система прядения (кардная), $I_1 = \{1\}$, $I_2 = \{1,2,3\}$, 2 свойства (штапельная длина и коффициент зрелости), $F_j^2 = \emptyset \quad \forall_j \in J$, т.е. каждая пряжа получается только из одной смеси, $|T_1| = 1$, $|T_2| = 3$, $F_1 = \{2,6\}$, $F_2 = \{1,2,3,4,5,7,8,9\}$.

Т а б л и ц а 1

План выпуска пряжи (т)

| № | Обычная пряжа $j$ | | Обобщенная пряжа $\bar{j}$ | |
|---|---|---|---|---|
| | Код пряжи | План выпуска (т) | Код пряжи | План выпуска (т) |
| 1 | 1121029031 (2) | 2,6 | | |
| | 1124050031 (6) | 224,6 | 1121 (1)[1] | 227,2 |
| | 1111025051 (1) | 1,4 | | |
| | 3111025051 (9) | 9,0 | 2111 (2) | 10,4 |
| 2 | 1121029051 (3) | 1,4 | | |
| | 1121072051 (4) | 143,9 | | |
| | 1121084051 (5) | 21,2 | | |
| | 1124050051 (7) | 35,2 | 2121 (3) | 201,7 |
| | 1131025051 (8) | 41,6 | 2131 (4) | 41,6 |

В скобках за кодом пряжи стоит порядковый номер пряжи; в коде пряжи (обычной и обобщенной) второй знак - система, третий - способ прядения, последний - номер фабрики.

4.1. Первая постановка (приближенная).

4.1.1. Первая модель - 23 переменных (16 дополнительных), 21 ограничение.

Оптимальный состав смесей в задаче (2.1) - (2.5) рассчитан с использованием пакета [11]:

$j = 1$: $x_{11} = 0,970$, $\beta_1 = 3,0\%$,

$j = 2$: $x_{12} = 0,519$, $\beta_2 = 4,3\%$,

$x_{22} = x_{23} = 0,219$,

$y_i^1 \equiv 0 \quad \forall i \in I$.

[1] Первый знак в коде обобщенной пряжи - номер смеси.

**4.1.2.** Вторая модель – 12 переменных, 12 ограничений.

В силу замечания 3 решение сразу получаем по формулам (2.6′) – (2.7′). В частности, $y_i^2 \equiv 0 \quad \forall i \in I$.

Ниже приводится использование смесей для производства пряж и процент выхода пряжи для смеси:

$$j = 1:\ z_{12} = 2{,}950,\quad z_{16} = 254{,}851,$$
$$\underline{w}_{12} = \underline{w}_{16} = 88{,}13\%$$

(система и способ прядения у пряж с номерами 2 и 6 одинаковые);

$$j = 2:\ z_{21} = 1{,}655,\ z_{29} = 10{,}714,$$
$$w_{21} = w_{29} = 84{,}58\%$$

(система и способ прядения у пряж с номерами 1 и 9 совпадают);

$$z_{23} = 1{,}586,\ z_{24} = 163{,}058,\ z_{25} = 24{,}022,\ z_{27} = 39{,}886,$$
$$\underline{w}_{23} = \underline{w}_{24} = \underline{w}_{25} = \underline{w}_{27} = 88{,}25\%,$$

(из-за одинаковых систем и способа прядения);

$$z_{28} = 47{,}247,\quad \underline{w}_{28} = 84{,}58\%.$$

Сравнительные данные по расходу сырья приведены в табл.2.

Таблица 2

Расход сырья (т)

| Наименование сырья | Требуемое количество | | Имеющееся количество |
|---|---|---|---|
| | 1-я модель | 2-я модель | |
| 5 тип 1 сорт | 400,280 | 400,375 | 2467,5000 |
| 6 тип 1 сорт | 63,560 | 63,517 | 800,000 |
| 6 тип 2 сорт | 63,560 | 63,517 | 725,940 |

**Фактический объем выпуска смесей:**

$$L_1^{\Phi} = 257{,}801,\quad L_2^{\Phi} = 289{,}588.$$

**Приведенный результат получен за 2 шага: на 1-м шаге было**

значительное расхождение между $L_j$ и $L_j^{\Phi}$, поэтому пришлось повторно решать задачу, положив $L_j := L_j^{\Phi}$, $j \in J$.

Конкретно, на 1-м шаге:

$$L_1 = 270{,}799, \quad L_1^{\Phi} = 258{,}182,$$
$$L_2 = 306{,}771, \quad L_2^{\Phi} = 290{,}020,$$

на 2-м шаге:

$$L_1 := L_1^{\Phi} := 258{,}182, \quad L_1^{\Phi} = 257.801,$$
$$L_2 := L_2^{\Phi} := 290{,}020, \quad L_2^{\Phi} = 289{,}588.$$

**4.2.** Вторая постановка (приближенная).

Одна модель - 13 переменных, 43 ограничения. Из-за наличия факта $F_j^2 = \varnothing \ \ \forall j \in J$ вместо 9 обычных пряж использовались только 4 обобщенные пряжи.

Оптимальное решение для задачи (3.1) - (3.5):

$j = 1$: $z_{111} = 249{,}67$, $x_{11} = 0{,}970$, $\beta_1 = 3\%$, $p_1 = 1{,}030$,

$$z_{11} = 249{,}67 \cdot p_1 = 257{,}16;$$

$$L_1^{\Phi} = \sum_i \sum_{\bar{j}} z_{i1\bar{j}} \cdot p_1 = 257 \cdot 16;$$

$j = 2$: $z_{122} = 5{,}878$, $z_{222} = 2{,}713$, $z_{322} = 2{,}713$, $p_2 = 1{,}045$;

$x_{12}^2 = x_{12}^3 = x_{12}^4 = 0{,}497$, следовательно, $x_{12} = 0{,}497$;

$z_{123} = 114{,}004$, $z_{223} = 52{,}617$, $z_{323} = 52{,}617$;

$x_{22}^2 = x_{22}^3 = x_{22}^4 = 0{,}230$, значит, $x_{22} = 0{,}230$;

$z_{124} = 24{,}582$, $z_{224} = 11{,}345$, $z_{324} = 11{,}345$;

$x_{32}^2 = x_{32}^3 = x_{32}^4 = 0{,}230$, поэтому $x_{32} = 0{,}230$;

$$z_{22} = 11{,}304 \cdot p_2 = 11{,}813,$$
$$z_{23} = 219{,}238 \cdot p_2 = 229{,}104,$$
$$z_{24} = 47{,}272 \cdot p_2 = 49{,}399;$$

$$L_2^{\Phi} = \sum_{i} \sum_{\bar{f}} z_{i2\bar{f}} \cdot p_2 = 290{,}32.$$

Переходя к обычным пряжам, имеем:

$z_{11} = 2{,}94$, $z_{16} = 254{,} 22$,

$z_{21} = 1{,}591$, $z_{29} = 10{,}22$, $z_{23} = 1{,}590$;

$z_{28} = 49{,}399$, $z_{24} = 163{,}35$, $z_{25} = 24{,}080$; $z_{27} = 40{,}084$.

Можно сказать, что получено оптимальное решение задачи (1.1′) - (1.6′), а значит, и задачи (1.1) - (1.6), так как достигнута однородность смеси.

5. Сравнивая две постановки, можно предложить такой порядок работы на практике: вначале решить задачу (3.1) - (3.5); если система (3.1) - (3.4) совместна, то работу на этом закончить; если же система (3.1) - (3.4) несовместна, то перейти к решению задачи (2.1) - (2.5), которая в силу ослабления технологических требований с одновременным введением дополнительных переменных $u^{в}_{jn}$ и $u^{в}_{jt}$ может дать приемлемое допустимое решение по составу смесей.

**Замечание 4.** Если при одной системе прядения разные способы прядения дают одинаковый процент выхода пряжи из сырья (как это имеет место в нашем примере для способов 1 и 3 у системы прядения 1), то можно ввести новое понятие "условный способ прядения", сгруппировав разные способы прядения с одним и тем же процентом выхода из сырья.

В результате такого слияния для второй смеси остается только 2 условных способа прядения, а значит, и две "обобщенных" пряжи; при этом размеры оптимизационной задачи сокращаются с 13х43 до 10х32.

**Замечание 5.** На практике прогнозируемую величину выпуска $j$-смеси $L_j$ определяют исходя из плана выпуска пряж $b_f$, $f \in F_j$, и планируемого процента выхода пряжи из смеси.

## Литература

1. **Мухачева Э.А., Рубинштейн Г.Ш.** Математическое программирование. - Новосибирск: Наука, 1977.

2. Комплекс задач по расчету оптимального состава сортировок для прядильного производства. - Новосибирск: изд. НИИсистем, 1981.

3. **Симонов Л.С.** Исследование производства хлопчатобумажной пряжи на базе проектирования качества смеси нормативным методом: Диссертация...канд. техн. наук. - Иваново, 1978.

4. Инструктивный материал по организации экспериментальных расчетов и внедрению задачи оптимизации состава смесей волокон (по прядильному производству хлопчатобумажных предприятий текстильной промышленности). - Воронеж, 1980.

5. **Черканова Л.П.** Комплекс задач по оптимальному расчету и использованию сырья, содержащего химические и искусственные волокна (комплекс "сортировки") / Информационный листок № 291-89. - Новосибирск: ЦНТИ, 1989.

6. **Симонов Л.С.** Нормативный метод проектирования качества пряжи. - М.: Легк. и пищ. пром., 1981.

7. **Соловьев А.Н.** Проектирование свойств пряжи в хлопчатобумажном производстве. - М.: Гизлегпром, 1951.

8. **Гусев В.Е.** Химические волокна в текстильной промышленности. - М.: Легкая индустрия, 1971.

9. **Корицкий К.И.** Основы проектирования свойств пряжи. - М.: Гизлегпром, 1963.

10. **Балясов П.Д. и др.** Лабораторный практикум по прядению хлопка и химических волокон. - М.: Легкая индустрия, 1967.

11. Пакет прикладных программ "Линейное программирование в АСУ" (ППП ЛП АСУ). - Калинин: изд. Центрпрограммсистем, 1978.

*Поступила в редакцию*
*30.01.1990 г.*