

УДК 658.512.6.011.012.122.

ОПТИМАЛЬНЫЙ ТЕХПРОМФИНПЛАН ПРОМЫШЛЕННОГО  
ПРЕДПРИЯТИЯ

В.В.Титов

Задача технико-экономического планирования заключается в разработке перспективных и текущих планов, обоснованных на прогрессивном использовании технических, трудовых и материальных ресурсов производства на основе повышения его технического и организационного уровня.

Техпромфинплан, разработанный на базе уточненных показателей перспективного плана и контрольных цифр вышестоящей организации, является сводным планом, отражающим производственно-техническую и финансовую деятельность предприятия. Повышение эффективности производства, заданное техпромфинпланом, в основном определяется теми организационно-техническими мероприятиями (ОТМ), которые намечается реализовать. Однако при ограниченных капитальных вложениях выбор ОТМ представляется нам сложной экстремальной задачей.

Постановка проблемы. Имеем  $L$  различных ОТМ, разработанных отделами и службами предприятия, отдельными работниками завода (рационализаторские предложения и т.п.). Необходимо отобрать такие ОТМ для реализации в следующем плановом периоде (году), чтобы выполнить (или перевыполнить) намеченные перспективой показатели техпромфинплана (например, повысить производительность труда, уменьшить расход металла, снизить себестоимость продукции и т.п.), причем затраты (на новую технику, модернизацию оборудования и другие ОТМ) на внедрение этих мероприятий не должны превышать некоторой определенной величины.

Так как отдельные разделы техпромфинплана могут быть разработаны раньше составления общего плана (например, производственная программа рассчитывается при существующих методах планирования задолго до составления всего техпромфинплана), то возможны различные варианты решения поставленной задачи. Сложность экономико-математической модели данной проблемы зависит от точности отражения ею реальных экономических и технологических процессов развития и функционирования производства.

**ЗАДАЧА I.** Пусть мы имеем заданным план производства  $P = (P_1, \dots, P_i, \dots, P_M)$ , где  $P_i$  - годовой выпуск изделия  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ . Плану  $P$  соответствует объем товарной продукции  $V$ , что на  $\alpha$  % больше фактически выполненного объема продукции  $V_c$  в предшествующем плановом периоде.

Расчет загрузки оборудования на программу  $P$  при существующей технологии производства показывает, что  $n$  групп оборудования будут перегружены. Обозначим через  $A_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , величину этой перегрузки (час. мин.). Следовательно, план ОТМ должен устранить эти узкие места производства (установка дополнительных единиц оборудования, модернизация, изменение технологического процесса и т.п.).

Расчет техпромфинплана заключается в определении значений его основных и расчетных показателей (прибыль, фонд заработной платы и др.) с учетом повышения экономической эффективности производства. Пусть перспективным планом заданы относительные величины улучшения показателей техпромфинплана. Например, расход металла должен быть уменьшен на  $\beta$  %. Обозначим через  $\Delta_o$  стоимость металла, необходимого для фактического выпуска продукции и хозяйственных нужд в предшествующем плановом периоде, а через  $\bar{\Delta}_o$  потребность в металле на поддержание уровня запасов, незавершенного производства и т.п. Тогда приблизительно величина экономии металла в планируемом периоде должна быть не менее

$$\beta[(1 + \alpha/100)(\Delta_o + \bar{\Delta}_o) - \bar{\Delta}_o]/100 = \beta[(1 + \alpha/100)\Delta_o + \bar{\Delta}_o\alpha/100]/100.$$

Можно учесть и структурный сдвиг программы выпуска изделий.

Таким образом, по каждому показателю техпромфинплана могут быть определены величины их минимального изменения (относительного уменьшения или увеличения, например, фонда зарплаты, производительности). Обозначим эти величины относительных изменений через  $B_q$ ,  $q = 1, 2, \dots, Q$ ;  $Q$  - количество показателей

техпромфинплана, учитываемых в данной задаче. Именно значения  $V_q$  соответствуют намечаемому повышению эффективности производства.

Обозначим через  $Y_i^e$ ,  $i=1,2,\dots,M$ ,  $e=1,2,\dots,L$ , интенсивность использования ОТМ  $e$  в производстве,  $i=0$ , если ОТМ  $e$  не связано с производством только изделия  $i$ . Так как каждое из ОТМ намечено внедрить в течение года, то через  $\delta^e$  обозначим часть времени (часть года), в течение которого ОТМ  $e$  будет давать экономический эффект. Полагаем, что значения  $\delta^e$  определены службами предприятия.

Через  $a_{ij}^e$  и  $b_{iq}^e$  обозначим значения технико-экономических показателей производства, связанные с внедрением ОТМ  $e$ . Например, ОТМ предусматривает снижение затрат времени по группе оборудования  $j$  при обработке изделия  $i$  на величину  $a_{ij}^e$ . Эта величина будет положена в основу расчета соответствующих значений  $b_{iq}^e$ , так как это мероприятие даст экономию по фонду заработной платы, увеличение прибыли, рентабельности, производительности труда.

Затраты, связанные с внедрением ОТМ  $e$ , обозначим через  $K^e$ . Эти затраты не зависят от интенсивности использования внедренного в производство мероприятия, т.е. являются фиксированными. Поэтому введем новые переменные  $z^e$ , причем  $z^e=0$ , если  $Y_i^e=0$ ,  $z^e=1$ , если  $Y_i^e>0$ .

Через  $K$  обозначим часть общих допустимых затрат (фонд новой техники, часть фонда развития производства и др.). Другая часть затрат (часть прибыли, направленной в фонд развития производства) будет пропорциональна величине  $\varepsilon$  - экономическому эффекту плана ОТМ, и равна  $\mu\varepsilon$ ,  $\mu$  - норматив отчислений в фонд развития производства от прибыли.

Экономический эффект плана ОТМ составит  $\sum_{i,e} b_{iq}^e Y_i^e$  (план по прибыли мы будем записывать с индексом  $Q$ ). Общие допустимые затраты по плану ОТМ составят  $K + \mu \sum_{i,e} b_{iq}^e Y_i^e$ , т.е. мы имеем обратную положительную связь между величиной прибыли и объемом капиталовложений.

Таким образом, задача определения оптимального плана развития предприятия может быть представлена следующим образом.

Максимизировать экономический эффект плана ОТМ

$$\sum_{i,\ell} \delta_{iQ}^{\ell} Y_i^{\ell} - E \sum_{\ell} \delta_K^{\ell} z^{\ell}, \ell=1,2,\dots,L, i=0,1,\dots,M, \quad (1)$$

при условиях:

$$\sum_{i,\ell} a_{ij}^{\ell} Y_i^{\ell} \geq A_j, j=1,2,\dots,n, \quad (2)$$

$$\sum_{i,\ell} b_{iq}^{\ell} Y_i^{\ell} \geq B_q, q=1,2,\dots,Q, \quad (3)$$

$$\sum_{\ell} K^{\ell} z^{\ell} - \mu \sum_{i,\ell} b_{iQ}^{\ell} Y_i^{\ell} \leq K, \quad (4)$$

$$Y_i^{\ell} \leq h_i^{\ell} \quad (5)$$

$$z^{\ell} = \begin{cases} 0, & \text{если } Y_i^{\ell} = 0, \\ 1, & \text{если } Y_i^{\ell} > 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$Y_i^{\ell} \geq 0, \quad (7)$$

где  $E$  - норматив эффективности капиталовложений,  $h_i^{\ell}$  - максимальная интенсивность использования ОТМ  $\ell$ , на определении которой мы остановимся ниже.

При практической реализации расчетов по модели (1) - (7) исходная информация может быть представлена в несколько иной форме, чем в условиях (2) - (5) из-за многообразия вариантов ОТМ.

Рассмотрим некоторые типичные (для своей группы) варианты ОТМ. Пусть предполагается установить однотипную для группы  $j$  единицу оборудования. Это позволит увеличить эффективный фонд времени работы этой группы оборудования на  $\delta^{\ell} A_j^{\ell}$ . Учитываем загрузку нового станка

$$\sum_{i \in J_j} t_{ij} Y_i^{\ell} \leq \delta^{\ell} A_j^{\ell}. \quad (8)$$

где  $t_{ij}$  - затраты времени на обработку изделия  $i$  на группе оборудования  $j$ .

$J_j$  - множество индексов изделий, проходящих обработку, согласно технологии, на группе оборудования  $j$ ,

$Y_i^{\ell}$  - количество изделий  $i$ , проходящих обработку на станке, установленном по плану ОТМ  $\ell$ .

Далее, полагаем

$$Y_o^{\ell} = \sum_{i \in J_j} Y_i^{\ell}, \quad (9)$$

где  $Y_o^e$  - интенсивность использования ОТМ  $e$ .  
Согласно условию (6) переменной  $z^e$  ставим в соответствие значение  $Y_o^e$ , т.е. если  $Y_o^e > 0$ , то  $z^e = 1$ .

В ограничении (2), в левой его части, для аналогичных ОТМ будет следующее выражение

$$\sum_e \delta^e A_j^e z^e. \quad (10)$$

Ограничение (5) для  $Y_i^e$ ,  $i \in J_j$ , запишем так

$$Y_i^e \leq \delta^e P_i, \quad (11)$$

т.е. предполагается равномерный выпуск продукции во времени.

Амортизационные отчисления уменьшат прибыль на величину  $y^e \delta^e z^e$ , которая будет учтена в соответствующем ограничении (3),  $y^e$  - доля (годовая) амортизационных отчислений.

Если предполагается добавить станок более производительный в группу  $j$ , то загрузка этого станка будет учтена ограничением типа (8), но вместо значений  $t_{ij}$  будут новые -  $t_{ij}^e$ .

В этом случае необходимо иметь условие, аналогичное (9), а в ограничении (2) запишем следующую составляющую (для данной группы ОТМ)

$$\sum_{i,e} a_{ij}^e Y_i^e + \sum_e \delta^e A_j^e z^e, \quad (12)$$

где  $a_{ij}^e$  - величина снижения затрат времени на обработку изделия  $i \in J_j$  при внедрении нового станка в группе  $j$  согласно ОТМ  $e$ .

Ограничения на переменные  $Y_i^e$  будут аналогичны (11). Снижение затрат, трудоемкости, увеличение амортизационных отчислений учитываем в ограничениях (3).

Теперь предположим, что какая-то группа станков полностью заменяется (или модернизируется, изменяется организация труда и т.п.). В этом случае в ограничении (2) будет учтено как бы увеличение фонда работы группы оборудования (за счет увеличения производительности) на величину

$$\sum_{i,e} a_{ij}^e Y_i^e. \quad (13)$$

Если ОТМ связано с обработкой изделий на группах оборудования, не представленных в модели, то учитывается только изменение технико-экономических показателей, а ограничения на переменные будут типа (9), (11).

Если ОТМ предусматривает экономический эффект по накладным расходам, то ограничения на переменные будут типа

$$Y_0^{\ell} \leq \delta^{\ell}. \quad (14)$$

В модели оптимизации техпромфинплана могут быть учтены и другие важные условия производства и финансовой деятельности предприятия. Так, затраты капиталовложений должны быть равномерно распределены во времени. Это условие вместо (4) может быть записано так

$$\sum_{\ell=1}^L \sum_{s=1}^{\tau} K^{\ell s} x^{\ell s} - \mu \sum_{i,\ell} \sum_{s=1}^{\tau} b_{iQ}^{\ell s} Y_i^{\ell s} \leq K \frac{\tau}{R}, \quad (15)$$

$\tau = 1, 2, \dots, R$ , где  $R$  - количество плановых периодов в году (кварталов или месяцев); индекс  $\ell_s$  означает внедрение ОТМ  $\ell$  в  $s$ -ом плановом периоде,  $s = 1, 2, \dots, R$ .

Сроку внедрения соответствует определенное значение  $\delta^{\ell s}$ , которое определяется так:  $\delta^{\ell s} = 1 - (s+1)/R$ , если считать сроком внедрения начало периода  $s$ ;  $\delta^{\ell s} = 1 - (s-1)/R - 1/2R$ , если сроком внедрения считать середину планового периода  $s$ ;  $\delta^{\ell s} = 1 - s/R$ , если срок внедрения - конец периода  $s$ , (мы будем придерживаться последнего положения).

Для более эффективного использования ОТМ предприятие может использовать кредит госбанка. Обозначим через  $W^s$  величину использования кредита по плану ОТМ в  $s$ -й плановый период. Расчеты за кредит должны быть проведены не более чем за  $\tau$  лет. Тогда из фонда развития производства мы должны оплатить в  $s$ -ом периоде (и в последующих) часть кредита, а именно:  $W^s/R\tau$ . Отсюда формулу (15), учитывая использование кредита, можно записать так

$$\sum_{\ell=1}^L \sum_{s=1}^{\tau} K^{\ell s} x^{\ell s} - \mu \sum_{i,\ell} \sum_{s=1}^{\tau} b_{iQ}^{\ell s} Y_i^{\ell s} - \sum_{s=1}^{\tau} W^s/R\tau \leq K \frac{\tau}{R}, \quad \tau = 1, 2, \dots, R. \quad (16)$$

Рассмотрим еще один вариант представления исходной информации в модели. Предположим, что план ОТМ  $\ell$  предусматривает установку (замену, модернизацию, внедрение плана НОТ и т.п.) нескольких станков в группу оборудования  $j$  (либо в группу, не представленную в модели) в  $s$ -ом периоде. Однако сразу

все станки приобрести (оплатить счет) в  $S$ -ом периоде, возможно, не хватит средств или будет просто нецелесообразно, поэтому это ОТМ разбиваем на множество вариантов, соответствующих приобретению одного станка со своим индексом  $\ell$  в плане ОТМ. Далее, если предусматривалась закупка единицы оборудования в  $S$ -ом периоде, то это ОТМ можно отодвинуть и на более поздние сроки. Эти варианты рассматриваем как самостоятельные, но вводим дополнительное ограничение:

$$\sum_{z=S}^R x^{\ell z} = 1, \quad (17)$$

т.к. речь идет об одном и том же варианте, но предусматривается реализация в любом из  $S, S+1, \dots, R$  периодов.

Внедрение любого ОТМ требует участия в работе различных отделов и служб предприятия. Обозначим через  $g_j^{\ell}, j=n+1, \dots, N$ , норматив участия во внедрении ОТМ  $\ell$  инженерно-технических работников отдела в течение одного периода. Для устранения значительных перегрузок ИТР в модель вводим следующее ограничение

$$\sum_{\ell} g_j^{\ell s} x^{\ell s} \leq G_j^S, \quad j=n+1, \dots, N, S=1, \dots, R, \quad (18)$$

где  $G_j^S$  - возможное количество работников отдела  $j$ , привлекаемых в  $S$ -ом периоде к внедрению плана ОТМ.

Одним из основных условий при выполнении плана производства продукции является соответствие увеличению выпуска товарной продукции наращивания производственной мощности предприятия. Мы предполагали, что производственная программа равномерно в течение года распределяется по периодам (например, по кварталам), при этом не учитывали нарастание мощности предприятия к концу года (так обстоит дело и фактически на предприятиях с дискретным производством). Но было бы вполне естественно выполнить тот же объем работ с учетом нарастания мощности, что обеспечит более равномерную загрузку оборудования.

Зная дефицит оборудования на начало года, отраженный значениями  $H_i$ , можно определить количество изделий  $i \in P_i$ , выпускаемых с вводом новых мощностей. Отсюда, когда мы ставим ограничение на интенсивность использования ОТМ, связанного с вводом новых мощностей, полагаем,  $h_i^{\ell} = \Delta P_i$ , а переменную  $Y_i^{\ell}$  в этом случае обозначаем через  $\bar{Y}_i^{\ell}$ . Причем, когда заменяем старое оборудование новым, прирост выпуска продукции опре-

делаем как  $\psi_e \nabla_i^e$ , т.е. как часть выпуска, где  $\psi_e$  - коэффициент увеличения производительности на новом (или модернизированном) оборудовании, а  $h_i^e = \delta^e (P_i - \Delta P_i) + \Delta P_i$ . В остальных случаях  $\psi_i = 1$ . Общее количество изделий  $i$ , выпускаемых с учетом нарастания мощностей, также не должно превышать  $\Delta P_i$ , т.е. имеем новое ограничение

$$\sum_e \bar{Y}_i^e \psi_e \leq \Delta P_i \quad (19)$$

Далее, если ОТМ предусматривает, например, экономию металла по изделию  $i$  с периода  $S$ , то максимальная интенсивность использования этого ОТМ определяется следующим образом

$$\bar{Y}_i^{ls} \leq \delta^{ls} (P_i - \Delta P_i) + \sum_{\substack{p=1 \\ p < S}}^L \bar{Y}_i^{lp} \psi_p + \sum_{\substack{p=1 \\ p > S}}^L \bar{Y}_i^{lp} \psi_p \cdot \frac{R-S}{R-S} \quad (20)$$

**ЗАДАЧА П.** Наиболее интересна и важна с точки зрения приложения модель техпромфинплана, позволяющая определить и план производства продукции  $X = (x_1, \dots, x_M)$ , который в большей степени позволит загрузить существующие и вновь вводимые мощности, тем самым увеличивает и экономический эффект внедрения плана ОТМ.

Представление исходной информации в модели П несколько отлично от условий и ограничений задачи I. Поэтому мы остановимся только на рассмотрении этих различий в задачах I и П.

Во-первых, мы должны отразить в модели загрузку имеющихся мощностей. Введем обозначения:  $\bar{x}_i$  - выпуск изделия  $i$  на существующих мощностях,

$\tilde{x}_i$  - выпуск изделия  $i$  на вновь вводимых мощностях,

$T_j$  - эффективный фонд времени работы группы оборудования  $j$  с начала планируемого периода (года),  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Часть загрузки имеющихся мощностей определяется выражением

$$\sum_i t_{ij} \bar{x}_i, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (21)$$

Далее, предположим, что группа оборудования  $j$  пополняется, согласно ОТМ  $\ell$ , однотипным станком. Тогда его загрузка будет учтена условием типа (8), только вместо  $Y_i^e$  будет записано  $\tilde{x}_i^e$  - количество изделий  $i$ , выпускаемых за счет вновь вводимых мощностей по плану ОТМ  $\ell$ . Интенсивность же использования ОТМ  $\ell$  будет определена согласно (9), как

$\sum_{i \in J_j} \tilde{x}_i^e$ . Изделия  $i \in J_j$  будут проходить обработку и на

остальных группах оборудования. Обозначим множество индексов групп оборудования, на которых обрабатывается изделие  $i$ , выпускаемое за счет вновь вводимого оборудования в одной из групп согласно ОТМ  $\ell$ , через  $J_\ell$ . Тогда дополнением к загрузке имеющихся мощностей будет выражение

$$\sum_{\ell, i \in J_\ell} t_{i\ell} \bar{x}_i^\ell, \quad j \neq \eta, \eta \in J_\ell. \quad (22)$$

Если предполагается установка более производительного оборудования, то в ограничении типа (8) вместо значений  $t_{ij}$  будут  $t_{ij}^\lambda$ . Дополнением к загрузке имеющихся мощностей будет выражение, аналогичное (22).

Замена группы оборудования  $j$  новым (или модернизация его, внедрение НОТ и т.п.), более производительным требует учета загрузки его эффективного фонда времени работы  $\delta^\lambda A_j^\lambda$ , а именно:

$$\sum_{\ell, i \in J_j} t_{ij}^\lambda \bar{x}_i^\ell \leq \delta^\lambda A_j^\lambda, \quad \lambda \in \Lambda, \quad (23)$$

где  $\Lambda$  соответствует множество ОТМ замены старого оборудования. Ограничение (23) предусматривает возможность обработки всех изделий  $i \in J_j$ , выпуск которых идет за счет вновь вводимых мощностей и на других группах оборудования, т. е. по всем вариантам ОТМ, включая и  $\Lambda$ , учитывается новая технология производства изделия  $i$ . Загрузка остальных групп оборудования учитывается аналогично (22), а в ограничении  $j$  значение  $T_j$  уменьшается на величину  $\delta^\lambda A_j^\lambda z^\lambda$ . Учитывается интенсивность использования новой технологии по формуле (9).

Таким образом, загрузка мощностей, имеющихся на начало планируемого периода, в задаче П будет учтена следующим ограничением:

$$\sum_i t_{ij} \bar{x}_i + \sum_{\ell, i \in J_j} t_{ij} \bar{x}_i^\ell + \sum_{\lambda \in \Lambda} \delta^\lambda A_j^\lambda z^\lambda \leq T_j, \quad j=1, \dots, n. \quad (24)$$

Искомый план  $x_i$  выпуска изделия  $i$  будет определен так

$$x_i = \bar{x}_i + \sum_\ell \bar{x}_i^\ell, \quad (25)$$

причем на  $x_i$  наложено дополнительное ограничение

$$\underline{P}_i \leq x_i \leq \bar{P}_i, \quad (26)$$

где  $\underline{P}_i$ ,  $\bar{P}_i$  - нижний и верхний пределы варьирования производственной программы.

После решения задачи нетрудно будет определить и нарастание выпуска продукции по периодам планирования.

Экономический эффект плана ОТМ учитывается в модели II, как и в задаче I.

Верхнее ограничение на переменную  $Y_i^{\ell}$  для ОТМ, не связанных с изменением мощностей предприятия и с экономией по накладным расходам, учитывается аналогично (20)

$$Y_i^{\ell} \leq \delta^{\ell s} \bar{x}_i + \sum_{\substack{p=1 \\ p \geq s}}^L \tilde{x}_i^{\nu p} + \sum_{\substack{p=1 \\ z < s}}^L \tilde{x}_i^{\nu z} \frac{R-s}{R-z} \quad (27)$$

Ограничения по относительным изменениям технико-экономических показателей техпромфинплана аналогичны (3), но вводится новое:

$$\sum_i \mu_i x_i \geq \underline{V}, \quad (28)$$

где  $\underline{V}$  - минимальный объем товарного выпуска продукции (пусть это будет значение  $B_1$ ),  $\mu_i$  - оптовая цена изделия  $i$ .

В задаче I значения  $B_q$  и часть фонда развития производства мы определяли, зная коэффициент роста выпуска товарной продукции. В задаче II такой коэффициент является величиной переменной и равен  $(1/V_0) \sum_i \mu_i x_i$ .

В задаче I мы учитывали заранее экономический эффект увеличения объема производства (экономия на условно-постоянных затратах) и фиксировали часть фонда развития производства. В модели II этого сделать нельзя. Поэтому будем считать увеличение объема выпуска товарной продукции как одно из ОТМ с индексом  $\ell=1$ . Вводим новое ограничение

$$\sum_i \mu_i x_i - V = 0, \quad (29)$$

а интенсивность  $Y_0^1$  определяем как  $V/V_0$ . Экономический эффект увеличения объема производства определим так

$$u(V/V_0 - 1) C_{\text{пост}}, \quad (30)$$

где  $u$  - коэффициент, учитывающий изменение условно-постоянных расходов  $C_{\text{пост}}$  с увеличением объема производства. Значение (30) отразим соответствующим образом в линейном функционале и ограничениях (3), (4), учитывая постоянную состав-

ляющую  $C_{\text{пост}}$ . В ограничениях, аналогичных (3), задачи II мы запишем вместо  $B_q$ ,  $q=2,3,\dots,Q$ , выражения  $VC_q \pm \bar{C}_q$ , где  $C_q$  и  $\bar{C}_q$  — некоторые величины, определенные предварительным расчетом. Например, снова возьмем расчет снижения расходов металла. Относительное уменьшение затрат металла определим из выражения  $(\beta/100)[(V/V_0)\Delta_0 + (V/V_0 - 1)\bar{\Delta}_0]$ , полагая  $C = (\beta/100)(\Delta_0 + \bar{\Delta}_0)/V_0$  и  $\bar{C} = -\beta\bar{\Delta}_0/100$ , получаем требуемое выражение  $C\sqrt{V} - \bar{C}$ .

Все остальные дополнения, отраженные в формулах (15)–(18) для задачи I, справедливы и для модели II.

Теперь рассмотрим вопрос реализации расчетов по задачам I и II на ЭВМ.

Задача (I) – (7) может быть сформулирована как задача линейного программирования, если для каждого ОТМ рассчитать предварительно максимальный экономический эффект. На интенсивность использования ОТМ  $Y_i^e$  наложить условие  $0 \leq Y_i^e \leq 1$ . Тогда если оптимальный план позволит перевыполнить все технико-экономические показатели техпромфинплана  $B_q$ , то основная масса переменных  $Y_i^e$ , определяющих оптимальный план, примет свое максимальное значение, а это позволит учесть фиксированные затраты  $K^e$ . Только переменная, определенная из условия (4), может быть не равна 1. В этом случае соответствующее ОТМ можно не внедрять либо найти дополнительные ресурсы для его осуществления.

К решению расширенных задач I и II такой подход, видимо, мало эффективен.

Рассмотрим следующую задачу. Найти числа  $x_i$ ,  $i=1,2,\dots,M$ , и  $Y_{\ell m}$ ,  $\ell=1,2,\dots,L$ ,  $m=1,2,\dots,\omega_\ell$ , максимизирующие линейную форму

$$\sum_i a_{ij} x_i + \sum_{\ell,m} c_{\ell m} Y_{\ell m} \quad (31)$$

при ограничениях:

$$\sum_i a_{ij} x_i + \sum_{\ell,m} c_{\ell m} Y_{\ell m} \begin{cases} = b_j, & j \in J_1, \\ \geq b_j, & j \in J_2, \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} x_i &\in [0, +\infty], & i \in J_1, \\ x_i &\in [0, \Delta_i], & i \in J_2, \end{aligned} \quad (33)$$

$$Y_{\ell m} \in [0, d_{\ell m}], \quad m=1,2,\dots,\omega_\ell, \quad \ell=1,2,\dots,L.$$

Кроме того, для  $Y_{\ell m}$  должно быть выполнено условие:

если  $Y_{\ell m} > 0$ , то  $Y_{\ell k} = d_{\ell k}$ ,  $k=1, 2, \dots, m-1$ . (34)

В сформулированной задаче [2] переменные  $Y_{\ell m}$  образуют  $L$  групп по  $\omega_{\ell}$  переменных в каждой, причем переменные каждой группы связаны условием (34).

В задачах I и II переменные  $Y_o^{\ell}$  (а в некоторых случаях и  $Y_i^{\ell}$ ) и  $z^{\ell}$  составляют  $L$  групп по две в каждой, т.е.  $\omega_{\ell} = 2$ . Если обозначить  $Y_o^{\ell}$  через  $Y_{\ell 2}$ , а  $z^{\ell}$  через  $Y_{\ell 1}$ , и на переменные поставить условия:  $Y_{\ell 1} \in [0, 1]$ ,  $Y_{\ell 2} \in [0, h^{\ell}]$ , то наша задача будет почти совпадать с задачей (31) - (34). Нарушено только условие (6), т.е. при решении задачи (31) - (34) переменные  $Y_{\ell 1}$  могут быть и меньше единицы, при этом  $Y_{\ell 2} = 0$  (т.к. если  $Y_{\ell 2} > 0$ , то  $Y_{\ell 1} = 1$ ). С переменными  $Y_{\ell 1}$  в нашей задаче связаны затраты на внедрение ОТМ.

Поэтому если мы решим задачи I и II, пользуясь программой на ЭВМ для модели (31) - (34), и получим некоторые  $Y_{\ell 1} < 1$  (таких переменных может быть не более  $R$ , т.е. не больше количества условий типа (16)), то можно отнести оставшиеся капиталовложения на следующий плановый период. Так как в общей массе вариантов ОТМ значительное количество из них требует небольших капиталовложений (при достаточной эффективности их), то можно сказать, что если мы и получим какие-то  $Y_{\ell 1} < 1$ , то величина оставшихся неиспользованными капиталовложений будет незначительна и могут быть найдены возможности эффективного их приложения в производстве.

Использование программы, которая предназначена для приближенного решения задачи сепарабельного программирования [2], при решении задачи I и II, даст возможность провести экономико-математический анализ с помощью двойственных оценок.

## Л и т е р а т у р а

1. Омаров А.М., Экономика и планирование промышленного предприятия. М., Экономика, 1969.
2. Шмырёва Н.В., Программа для решения некоторых задач сепарабельного программирования. Оптимальное планирование. В. 15, Новосибирск, Наука, 1970, 79-126.

Поступила в ред.-изд. отд.  
14.IV. 1972 г.