

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО КОМПЛЕКСА

*Н.М. Сотский, А.Г. Васильев*  
(Москва)

Известны три четко сформированные типа вычислительных машин (ВМ): аналоговые вычислительные машины (АВМ), электронные цифровые вычислительные машины (ЭЦВМ) и цифровые дифференциальные анализаторы (ЦДА). Эти типы вычислительных машин отличаются друг от друга по способу представления (кодирования) информации, по характеру процесса вычислений (параллельный или последовательный) и по степени автоматизации процесса подготовки исходной информации к обработке.

Кроме того, используются вычислительные системы, представляющие совокупность нескольких одинаковых или различных ВМ из числа перечисленных выше. Вычислительная система (ВС) тоже будет представлять собой систему для обработки информации [1,2].

Одним из основных параметров, характеризующих ВС, является ее реальная производительность, то есть выполняемое ВС в единицу времени количество элементарных операций типа: сложение двух чисел, вычитание двух чисел, умножение двух чисел и т.д. Для ВС, построенных на основе ВМ с цифровым способом кодирования информации, определение суммарной реальной производительности может быть произведено по следующей формуле:

$$P_{\Sigma} = K \cdot \sum_{i=1}^n P_i \text{ опер/ед.врем.}, \quad (I)$$

где  $K_1$  - коэффициент использования фонда времени ВМ, составляющих ВС;  
 $n$  - количество объединенных ВМ;  
 $\Pi_1$  - реальная производительность 1-ой ВМ, опер./ед. времени.

Для ВС, построенных на основе ВМ со смешанным способом кодирования информации, цифровым и аналоговым (ЭЦВМ с АВМ, ЦДА с АВМ), определение суммарной реальной производительности представляет трудности, так как не существует общего алгоритма нахождения числового эквивалента в элементарных операциях ЭЦВМ для выражения аналоговых операций АВМ.

Ниже приводится один из возможных методов оценки производительности АВМ и аналого-цифрового комплекса (АЦК), построенного на основе АВМ и ЭЦВМ. Размерность для такой производительности определяется числом элементарных операций, выполняемых в единицу времени. Определение производительности осуществляется для класса задач наиболее адекватного АЦК. К этим задачам относятся задачи исследования поведения систем управления, работающих в реальном масштабе времени, и другие задачи исследования динамических систем. При этом надо учитывать, что реальные объекты управления, использующие информацию в аналоговой форме, в силу технологических причин выдают информацию и реагируют на нее с погрешностями, значительно превышающими соответствующие погрешности в ЦВМ.

Производительностью АВМ  $V_{\text{АВМ}}$  будем называть то количество средних операций, которое должна выполнить (эквивалентная АВМ) ЭЦВМ в единицу времени, если она решает одинаковую с АВМ задачу за одно и то же время и с одной и той же точностью.

Таким образом, аналитическая зависимость для выражения производительности АВМ в эквивалентных операциях ЭЦВМ может быть представлена следующим образом:

$$V_{\text{АВМ}} = (N_1 + N_2) \cdot n \cdot N_3 (\delta_{\text{АВМ}}), \quad (2)$$

где  $N_1$  - количество операций в программе ЭЦВМ при решении дифференциальных уравнений конкретным численным методом, опер./шаг счета;  
 $N_2$  - среднее количество операций типа суммирования, умножения на постоянный множитель и т.д., приходя-

щееся на один операционный усилитель АВМ, работающий в режиме интегрирования, опер/шаг счета;

$N_3(\delta_{\text{АВМ}})$  - количество шагов счёта, приходящееся на единицу времени при обеспечении точности такой же, как и у АВМ при решении аналогичной задачи;

$n$  - наибольший порядок системы дифференциальных уравнений, которая может быть решена на данной АВМ (количество интегрирующих усилителей в данной АВМ).

С помощью АВМ, как правило, решают системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение реального физического объекта. Решение этих уравнений на ЭЦВМ с помощью численных методов производится по шагам счета. Величина шага счета определяется требуемой точностью вычислений. Количество операций, приходящееся на один шаг счета ( $n_1$ ), является, как правило, постоянным в течение всего процесса вычислений и определяется типом ЭЦВМ и выбранным методом численного интегрирования (таблица I) [3, 4].

Таблица I

Среднее количество операций в стандартных программах численного решения систем дифференциальных уравнений для некоторых ЭЦВМ

Тип ЭЦВМ	Количество операций в шаге счета ( $n_1$ )		Отношение $n_1$ Р.-Кутта к $n_1$ Эй-лера	Производительность ЭЦВМ (опер/сек)
	Метод Эйлера (прямоугольников)	Метод Рунге-Кутта		
БЭСМ-2	2	80	40	6000
Специализированная ЭЦВМ (2,5-адресная)	2	130	65	30000-40000
М-20, М-220	2	110	55	25000

В этой таблице приведены данные по количеству операций, приходящихся на один шаг счета, при решении одного дифференциального уравнения первого порядка и без учета вычислений правых частей уравнения.

Количество операций, которое может быть выполнено на АВМ в течение шага счёта для вычисления правых частей решаемых уравнений ( $N_2$ ), определяется тем количеством операционных усилителей в конкретной АВМ, которое приходится на один усилитель, работающий в режиме интегрирования. По данным таблицы 2 [5] видно, что для различных АВМ количество усилителей,приходящееся на один интегрирующий усилитель, равно двум. Количество элементарных операций, которое может быть выполнено с помощью одного операционного усилителя,ограничивается числом его входов и расположено в пределах 3-5. Значит, в течение одного шага счёта АВМ может выполнить 6-10 элементарных операций по вычислению правых частей, приходящихся на одно действие интегрирования (один усилитель в режиме интегрирования).

Таблица 2

Параметры некоторых отечественных АВМ

Тип АВМ	Количество операц. усилителей (включая интегрирующие усилители)	Наибольш. порядок интегрируемой системы уравнений (число интегрир.усилителей)	Погрешн. операционного усилителя (%)	Поло-са частот усилителя (гц)	Наибольшая частота решения на АВМ (гц)	Наибольшая длительность решения (сек.)
МПТ-9	48	16	0,5	350	4-5	300
ЭМУ-10	80	25	1-4			
МН-17М	186	60	0,3 (за 100сек)	500	5-6	1000
"Электрон"	205	60	1-2 (за 100сек)	400	5	~ 1000

Следующей компонентой производительности АВМ является число, показывающее, сколько шагов счёта должна выполнить эквивалентная ей ЭЦВМ в течение единицы времени, для того чтобы получить те же результаты и с той же точностью. Это число обратно величине шага счёта.

$$N_2(\delta_{\text{АВМ}}) = \frac{1}{h}, \quad \text{шаг счѐт./ед.времени,} \quad (3)$$

где  $h$  - величина шага счета, ед.врем./шаг счета.

Величину  $N_3(\delta_{ABM})$  можно также найти по произведению

$$N_3(\delta_{ABM}) = N_4(\delta_{ABM}) \cdot f, \quad (3a)$$

где  $N_4(\delta_{ABM})$  - количество шагов счета, приходящееся на один период функции, которая получается в результате решения уравнений на АБМ с заданной точностью;

$f$  - полоса частот решаемого уравнения, пропускаемая АБМ без искажения.

И, наконец, последней компонентой в зависимости (2) является число  $n$ , показывающее наибольший порядок такого дифференциального уравнения, которое может быть решено на АБМ. Это число в основном определяется количеством таких усилителей АБМ, которые могут работать в режиме интегрирования.

Погрешность вычислений для АБМ за некоторый промежуток времени определяется по паспортным данным. Она расположена в пределах от долей процента до нескольких процентов за интервал времени в 100 секунд (таблица 2).

Погрешность вычислений при численном решении системы дифференциальных уравнений на ЭЦВМ определяется, в основном, погрешностью этого метода интегрирования. Аналитические зависимости для вычисления такой погрешности на каждом шаге интегрирования в литературе описаны [4]. Однако определение суммарной погрешности метода спустя  $K$  шагов интегрирования составляет значительные трудности и связано с теорией устойчивости решения систем дифференциальных уравнений. Поэтому определение производительности АБМ может быть проведено лишь для тех задач, для которых известно поведение погрешности в зависимости от времени вычислений.

$$\delta = \varphi_1(K, h), \quad (4)$$

где  $\delta$  - погрешность, возникающая при решении дифференциального уравнения численным методом;

$K$  - количество шагов интегрирования в единицу времени, шагов счета/ед.времени;

$h$  - величина шага счета, ед.времени/шаг счета.

Если известна зависимость (4), то по ней легко найти обратную зависимость для выражения шага счета ( $h$ ) через погрешность вычислений ( $\delta$ )

$$h = \varphi_2(\delta, K), \quad (4a)$$

а по известному шагу интегрирования определить производительность АВМ в командах данной ЭЦВМ по формуле (2) уже не представляет трудностей.

Зависимость (4a) позволяет также определять производительность АВМ и в том случае, когда при решении одной и той же системы уравнений за один и тот же промежуток времени точности вычислений на АВМ и ЭЦВМ будут разными. Тогда величина производительности АВМ, определенная для случая равенства погрешностей вычислений, изменится в  $m_1$  раз, где

$$m_1 = \frac{h_1}{h_2}, \quad (5)$$

и

$$h_1 = \varphi_{21}(\delta, K)$$

при равенстве погрешностей, и

$$h_2 = \varphi_{22}(\delta, K)$$

при реальном соотношении погрешностей.

Зависимость (2) преобразуется следующим образом:

$$V_{\text{АВМ}} = (N_1 + N_2) \cdot N_3(\delta_{\text{АВМ}}) \cdot n \cdot m_1, \quad \text{опер./ед. времени.} \quad (6)$$

В качестве примера рассмотрено определение эквивалентного быстродействия АВМ из числа приведенных в таблице 2 при решении обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка  $y'' + y = 0$ . Величина погрешности операционных усилителей для АВМ определялась по каталогу [5] (таблица 2). Характер изменения этой погрешности при решении на АВМ уравнений подобного рода проверялся в течение 800 секунд на АВМ типа "Электрон".

Результаты этой проверки приведены на рис.1.

По этим результатам видно, что характер изменения погрешности — линейный и зависимость производительности АВМ от точности вычислений — тоже линейная. Если за один и тот же интервал времени решения этого уравнения погрешность результатов решения на одной из АВМ будет в  $m_1$  раз больше, то значит производительность этой АВМ будет в  $m_1$  раз меньше.

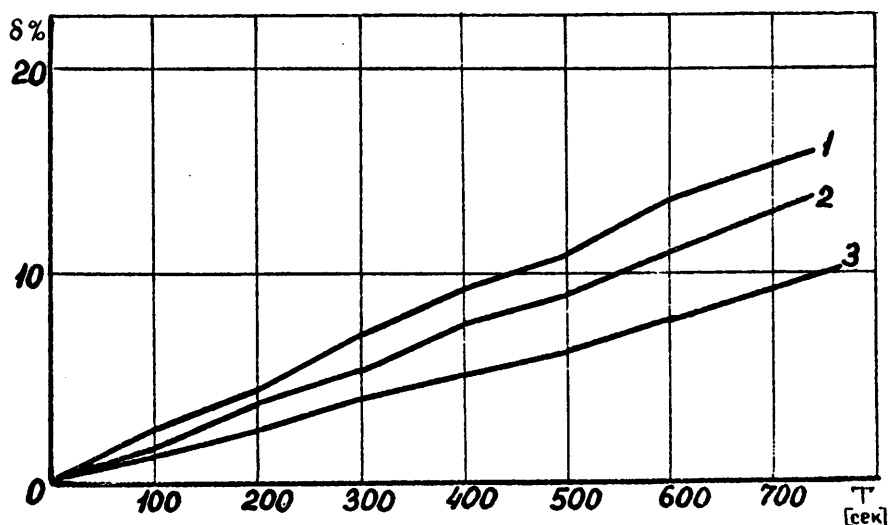


Рис. 1. Зависимость погрешности вычислений ( $\delta$ ) от времени решения уравнения  $y'' + y = 0$ . Кривые 1, 2, 3 — для различных групп операционных усилителей.

Величина шага интегрирования при решении этого уравнения на специализированной ЭЦВМ методом Эйлера равнялась 0,0005 сек. При таком шаге погрешность вычислений после 100 секунд решения приблизительно равнялась 1%. Для подсчета производительности АВМ при решении уравнения на ЭЦВМ методом Рунге-Кутты величина шага интегрирования выбиралась в 50 раз большей на основании исследований, приведенных в [6]. Величина производительности АВМ, перечисленных в таблице 2, для различных численных методов решения и типов ЭЦВМ (без учета производительности ЭЦВМ) приведены в таблице 3.

Данные этой таблицы показывают, что производительность АВМ, определенная для интервала времени, началом которого является нажатие кнопки "Пуск", а окончанием — останов вычислений, достигает величины порядка нескольких миллионов средних операций в секунду. Количество ЭЦВМ, которому эквивалентна АВМ по производительности, может быть получено путем деления производительности АВМ на производительность ЭЦВМ. Однако смена вариантов решаемой задачи на АВМ занимает значительное время и учет этого времени при определении производительности АВМ резко снизит ее величину. Поэтому объединение АВМ с ЭЦВМ в единый вычислительный комплекс, в котором функции быстро-

действующего вычислителя возложены на АВМ, а функции управления процессом вычислений и переход от одного варианта решаемой задачи к другому - на ЭЦВМ, позволяет сохранить высокую производительность АВМ в течение длительного времени. Увеличение количества ЭЦВМ в таком комплексе незначительно увеличивает его суммарную производительность. В АЦК объединяют такие ЭЦВМ и АВМ, у которых производительность АВМ превосходит производительность ЭЦВМ более чем на порядок.

Для АЦК обычно используются АВМ типа "МН-8" и "Электрон" с эквивалентной производительностью  $\sim 10^6$  операций в секунду и ЭЦВМ типа "М-20", "М-220" и др. со средней производительностью в  $10^4 - 10^5$  операций в секунду.

На рис. 2 показано изменение суммарной производительности

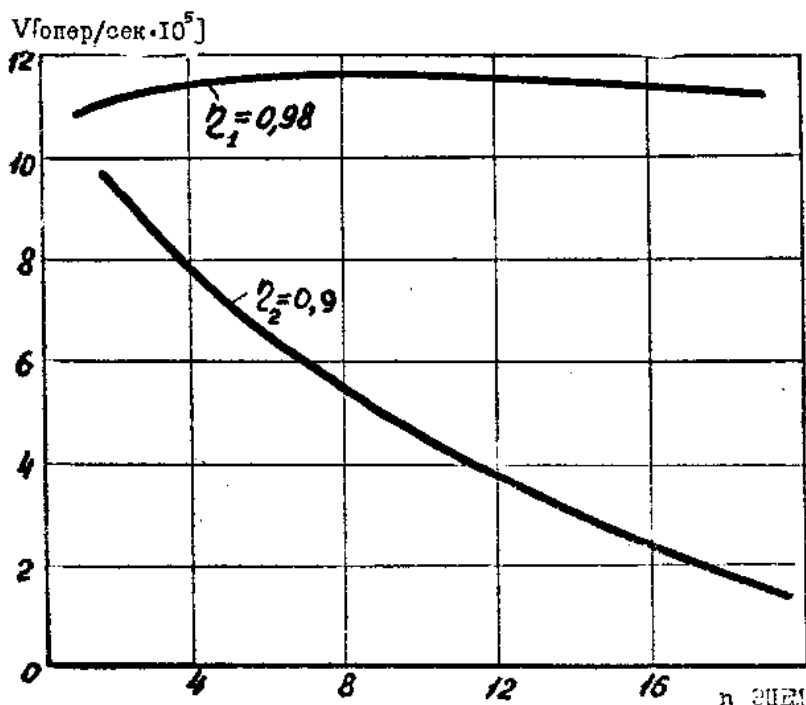


Рис. 2. Производительность аналого-цифрового комплекса, состоящего из  $n$  ЭЦВМ и АВМ при надежности ЭЦВМ  $\eta_1 = 0,98$ ,  $\eta_2 = 0,9$  и шаге счета  $h = 0,05$  сек.



ти АЦК, построенного на основе АВМ типа "Электрон" и 2,5 - адресной ЭЦВМ с производительностью в 30-40 тысяч операций в секунду. Вычисления на АЦК производились в течение небольших отрезков времени циклически с частотой обмена данными 20 гц. Количество обмениваемых кодов равнялось 10. Надежность ЭЦВМ для этих отрезков времени (15-20 минут) равнялась 0,98 и 0,9.

Как видно по графикам рисунка 2, увеличение количества ЭЦВМ в АЦК в начале незначительно увеличивает его суммарную производительность, а затем даже снижает ее за счет увеличения потерь времени на обмен данными между ЭЦВМ, на управление работой комплекса и его частей, на ожидание начала обмена данными и т.д. Сильное влияние на производительность комплекса оказывает надежность составляющих АВМ и ЭЦВМ. Снижение их надежности с 0,98 до 0,9 приводит к тому, что с увеличением количества ЭЦВМ в АЦК суммарная производительность последнего резко снижается (рис. 2).

В заключение можно сказать следующее.

1. Изложенная выше методика определения производительности АВМ позволяет осуществлять сравнительную оценку по производительности АВМ и ЭЦВМ для задач того класса, который решается с помощью АВМ. Производительность современных больших АВМ за интервал времени, в течение которого погрешность вычислений мала ( $\sim 1\%$ ), достигает величин порядка  $10^7$  (без учета производительности различных блоков нелинейностей, входящих в состав АВМ). Величина эквивалентной производительности АВМ очень сильно зависит от того типа ЭЦВМ, с которым производится сравнение производительностей, и от количества операций в стандартных программах решения дифференциальных уравнений.

2. Объединение АВМ с ЭЦВМ в единый вычислительный комплекс позволяет сохранить высокую производительность АВМ в течение более длительных отрезков времени. С помощью ЭЦВМ может автоматически осуществляться: 1) переход от решения одного варианта задачи к другому, 2) выставка нулей решающих усилителей, 3) установка новых исходных данных и т.д. К тому же с помощью ЭЦВМ в АЦК могут вычисляться те параметры задачи, требующая точность получения которых не может быть обеспечена на АВМ. Основной вычислительной частью комплекса является АВМ и поэтому увеличение количества ЭЦВМ, объединяемых с одной АВМ, нецелесообразно, так как не дает существенного влияния в производительности.

Т а б л и ц а 3

Эквивалентная производительность некоторых АВМ

Тип АВМ	Производительность АВМ в сравнении с ЭЦВМ типа: ( $10^6$ опер/сек).					
	БЭСМ-2		Специализированная 2,5 - адресная ЭЦВМ		М-20 (М-220)	
	Метод Эйлера	Метод Р.-Кутта	Метод Эйлера	Метод Р.-Кутта	Метод Эйлера	Метод Р.-Кутта
МПТ-9	0,77	0,15	0,77	0,22	0,77	0,19
ЭМУ-10	0,3	0,06	0,3	0,085	0,3	0,075
МН-17м	4,3	0,87	4,3	1,2	4,3	1,07
"Элект- рон"	1,4	0,3	1,4	0,4	1,4	0,36

Примечание.

При определении производительности АВМ по сравнению с методом Рунге-Кутта, вычисления правых частей производилось 4 раза за шаг счета ( $4.N_2$ ).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Э.В. Евреинов. Вычислительные системы малой и средней производительности. "Вычислительные системы", Сб. трудов, вып. 23, Новосибирск, "Наука", 1966.
2. Б.Я. Коган. Вопросы теории комбинированных вычислительных устройств. Сб. "Вычислительная техника в управлении", М., "Наука", 1966.
3. Библиотека стандартных программ. Под ред. М.Р. Шура-Бура, 3-д СМ, М., ЦБТИ, 1961.

4. Н.М. Лозинский, А.Т.Макушин, В.Я.Розенберг, В.Р.Эрглис.  
Справочник программиста, том 2, Стандартные программы и системы их использования., Л., "Судостроение", 1964.
5. Аналоговая вычислительная техника. Каталог изделий радиопромышленности. М., НИИТЭИР, 1966.
6. В.Н. Зайцева. Исследование допустимой дискретности решения систем дифференциальных уравнений на цифровой части аналого-цифрового комплекса. Сб. "Вычислительная техника в управлении", М., "Наука", 1966.