

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА УПРАВЛЯЮЩИХ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Н.К. Хитальский
(Новосибирск)

В последнее время намечается стремление рассматривать на-строенные на реализацию алгоритмов управления больших систем множества ячеек памяти электронных цифровых вычислительных систем (ЭЦВС) как своеобразные динамические системы, называемые управляющими алгоритмическими системами (УАС) [1].

Выделение УАС как самостоятельных объектов больших систем ставит на повестку дня целый ряд задач, связанных с их исследованием. К таким задачам можно отнести следующие: предъявление требований к УАС; синтез УАС, удовлетворяющих предъявляемым требованиям; оценка качества УАС; испытание УАС на соответствие предъявляемым требованиям; анализ и доработка УАС с целью повышения их качества.

Для решения перечисленных задач необходимо наличие общепринятых показателей качества УАС и методов их оценки.

Выработка общепринятых показателей качества УАС явилась предметом рассмотрения в работе [2]. В этой работе предложены вариант показателей качества УАС и их классификация на функциональные, операционные и экономические.

Предметом рассмотрения в данной работе являются методы оценки функциональных показателей качества УАС.

Оценка функциональных показателей качества УАС может производиться следующими методами: аналитическим методом, методом испытаний и комбинированным методом.

§ I. Аналитический метод оценки функциональных показателей качества УАС

Аналитический метод оценки функциональных показателей качества УАС заключается в вычислении значений последних по их аналитическим выражениям.

Для получения аналитических выражений функциональных показателей качества УАС можно воспользоваться формулой

$$Q_q = \sum_{\eta} Q_q(T_{\eta}) P(T_{\eta}), \quad (1)$$

где Q_q - q -й, $q = 1, 2, 3, \dots$, функциональный показатель качества УАС;

$Q_q(T_{\eta})$ - q -й условный функциональный показатель качества УАС в предположении её функционирования по фазовой траектории T_{η} , $\eta = 1, 2, 3, \dots$;

$P(T_{\eta})$ - вероятность функционирования УАС по фазовой траектории T_{η} .

Условный функциональный показатель качества УАС $Q_q(T_{\eta})$ представляет собой однозначную функцию от фазовой траектории T_{η} и в каждом конкретном случае определяется отдельно.

$$Q_q(T_{\eta}) = f_q(T_{\eta}), \quad (2)$$

где $f_q(T_{\eta})$ - однозначная функция от T_{η} .

Поскольку функционирование УАС можно представить как простую неоднородную дискретную цепь Маркова [2], то для вероятности $P(T_{\eta})$ можно написать

$$P(T_{\eta}) = p_{\alpha_0}^{\eta} \prod_{j=1}^{\eta} p_{\alpha_{j-1}^{\eta} \beta_j}^{\eta}, \quad (3)$$

где $p_{\alpha_0}^{\eta}$ - вероятность нахождения УАС в состоянии $\alpha \in T_{\eta}$, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$, в начальный момент времени t_0 ;

$p_{\alpha_{j-1}^{\eta} \beta_j}^{\eta}$ - вероятность перехода УАС в состояние $\beta = 1, 2, 3, \dots$, в момент времени t_j , если

она находилась в состоянии $\alpha \in T_\eta$ в момент времени t_{j-1} .

Переходные вероятности УАС $P_{\alpha_{j-1}, \beta_j}^\eta$ могут определяться по формуле полной вероятности

$$P_{\alpha_{j-1}, \beta_j}^\eta = \sum_a P_{\alpha_{j-1}, \beta_j}^\eta (\bar{a}_{a_j}) P(\bar{a}_{a_j}), \quad (4)$$

где $P_{\alpha_{j-1}, \beta_j}^\eta (\bar{a}_{a_j})$ - вероятность перехода УАС в состояние $\alpha \in T_\eta$ под воздействием входного сигнала \bar{a}_a , $a = 1, 2, 3, \dots$, в момент времени t_j , если в момент времени t_{j-1} она находилась в состоянии $\beta \in T_\eta$;

$P(\bar{a}_{a_j})$ - вероятность поступления входного сигнала \bar{a}_{a_j} .

Из (I-4) следует

$$Q_q = \sum_\eta f_q(T_\eta) P_{\alpha_0}^\eta \prod_{j=1}^n \sum_a P_{\alpha_{j-1}, \beta_j}^\eta (\bar{a}_{a_j}) P(\bar{a}_{a_j}). \quad (5)$$

Аналитический метод оценки функциональных показателей качества УАС позволяет явно учитывать влияние на функционирование этой системы её стохастических, структурных и динамических свойств. Причем можно учитывать влияние реализации и такта функционирования УАС. В связи с этим аналитический метод оценки функциональных показателей качества УАС потенциально может быть не только полезен для оценки качества функционирования этой системы, но также и для её анализа и оптимизации. В первом случае необходимо производить вычисления в соответствии с выражением (5), а во втором и третьем случаях необходимо исследовать функционал Q_q .

Однако в общем случае величины η , j , a и α могут достигать очень больших значений. В этом случае использование аналитических выражений функциональных показателей качества УАС связано с перебором большого числа всевозможных случаев. Поэтому использование этих выражений может оказаться нецелесообразным или невозможным, даже в случае, если для этого привлекаются электронные цифровые вычислительные машины (ЭЦМ).

Возможный вид скелетной граф-схемы [5] алгоритма вычисления функционала (5) на ЭЦМ приведен на рис. I,

где N - начало;

Φ_1 - алгоритм перебора и упорядочивания множеств входных сигналов, состояний и фазовых траекторий УАС;

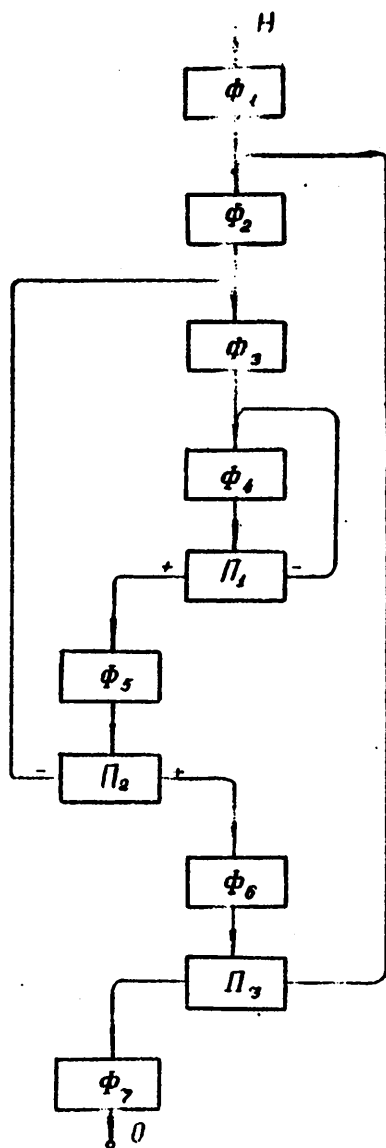


Рис. 1

- Ф₂ - алгоритм выбора фазовой траектории УАС T_η ;
- Ф₃ - алгоритм выбора текущего момента времени t_j ;
- Ф₄ - алгоритм выбора входного сигнала \vec{a}_{a_j} и вычисление $\sum_a P_{\alpha_{j-1}, \beta_j^\eta}(\vec{a}_{a_j})$;
- П₁ - алгоритм проверки наступления конца суммирования по a ;
- Ф₅ - алгоритм вычисления $\prod_j \sum_a P_{\alpha_{j-1}, \beta_j^\eta}(\vec{a}_{a_j}) P(\vec{a}_{a_j})$;
- П₂ - алгоритм проверки наступления конца умножения по j ;
- Ф₆ - алгоритм вычисления $\sum_\eta f_q(T_\eta) P_{\alpha_0^\eta} \prod_j \sum_a P_{\alpha_{j-1}, \beta_j^\eta}(\vec{a}_{a_j}) P(\vec{a}_{a_j})$;
- П₃ - алгоритм проверки наступления конца суммирования по η ;
- Ф₇ - алгоритм вывода результатов вычислений на печать;
- О - останов.

§ 2. Оценка функциональных показателей качества УАС методом испытаний

К методу испытаний можно отнести следующие его разновидности: метод статистических испытаний, метод натурных испытаний и метод сопряженных испытаний.

При оценке функциональных показателей качества УАС методом статистических испытаний на вход этих систем (или их моделей) подаются множества сигналов, полученные путем моделирования. Каждая реализация входных сигналов выбирается на основании жребия в соответствии с вероятностью своего появления. При этом оценку функциональных показателей качества УАС следует производить методом последовательного анализа [4], что позволяет сократить примерно на 50% необходимое число испытаний.

Метод статистических испытаний позволяет завершить оценку качества функционирования УАС практическими результатами, обеспечить практически сколь угодно малый доверительный интервал при сколь угодно высокой доверительной вероятности, а также исследовать зависимость Q_q от η, j, a и α , что может быть полезным при анализе и оптимизации этой системы.

Однако при оценке функциональных показателей качества УАС методом статистических испытаний имеют место следующие недостатки: при достаточно малом доверительном интервале и высокой доверительной вероятности может потребоваться большое число испытаний; могут встретиться большие трудности моделирования, вызванные сложностью больших систем, что иногда обуславливается в значительной мере субъективностью оценки; нельзя учитывать в явном виде влияние стохастических, структурных и динамических свойств УАС на значения её функциональных показателей качества, что ограничивает полезность метода для целей анализа и оптимизации.

Для оценки функциональных показателей качества УАС методом натуральных испытаний на вход этих систем подается множество сигналов, поступающих от реальных объектов больших систем. В этом в сущности и заключается отличие от метода статистических испытаний.

При использовании метода натуральных испытаний не встречаются трудности, характерные для моделирования, вследствие чего оценки функциональных показателей качества УАС свободны от субъективных факторов. Но в то же время следует отметить, что метод натуральных испытаний как правило очень дорог. Поэтому его целесообразно использовать только в целях оценки качества моделей объектов больших систем, а также для уточнения оценок функциональных показателей качества УАС.

Метод сопряженных испытаний представляет собой сочетание методов статистических и натуральных испытаний.

Характерной особенностью оценки функциональных показателей качества УАС методом сопряженных испытаний является то, что на вход этих систем или их моделей подаются множества сигналов, частично полученных путем моделирования, частично поступающих от реальных объектов больших систем. В остальном оценка функциональных показателей качества УАС методом сопряженных испытаний производится таким же образом, как и методом статистических и натуральных испытаний.

Преимущества метода сопряженных испытаний заключается в следующем: он связан с меньшим, чем метод статистических испытаний, объемом моделирования, в связи с чем оценка функциональных показателей качества УАС более объективна; он требует привлечения меньшего числа реальных элементов больших сист

для оценки функциональных показателей качества УАС, чем метод натурных испытаний.

Однако оценка функциональных показателей качества УАС обходится, как правило, дороже, чем при применении метода статистических испытаний и носит менее объективный характер, чем при применении метода натурных испытаний.

При соответствующих соотношениях статистических и натурных испытаний по желанию можно добиться большей объективности оценок функциональных показателей качества УАС при приемлемых материальных затратах и, наоборот, меньших материальных затрат при приемлемой объективности этих оценок.

Из сказанного следует, что метод сопряженных испытаний целесообразно применить только для уточнения моделей отдельных элементов больших систем, а также оценок некоторых функциональных показателей качества УАС.

Возможный вид скелетной граф-схемы алгоритма организации оценки функциональных показателей качества УАС методом испытаний на ЭЦВМ приведен на рис. 2, где

- Π_1 - алгоритм проверки использования метода сопряженных испытаний;
- Φ_1 - алгоритм формирования признаков реальных элементов и моделей элементов большой системы, участвующих в испытаниях;
- Φ_2 - алгоритм стыковки реальных элементов и моделей элементов большой системы, участвующих в испытаниях;
- Φ_3 - алгоритм выбора реализации входных сигналов УАС и организации в соответствии с ней функционирования реальных элементов и моделей элементов большой системы;
- Φ_4 - алгоритм приема необходимой информации о функционировании УАС или её модели;
- Π_2 - алгоритм проверки наступления конца реализации функционирования УАС;
- Φ_5 - алгоритм статистической оценки Q_q ;
- Π_3 - алгоритм проверки сходимости статистической оценки Q_q в заданном интервале с заданной вероятностью;
- Φ_6 - алгоритм вывода результатов вычислений на печать;
- Π_4 - алгоритм проверки использования метода статистических испытаний;

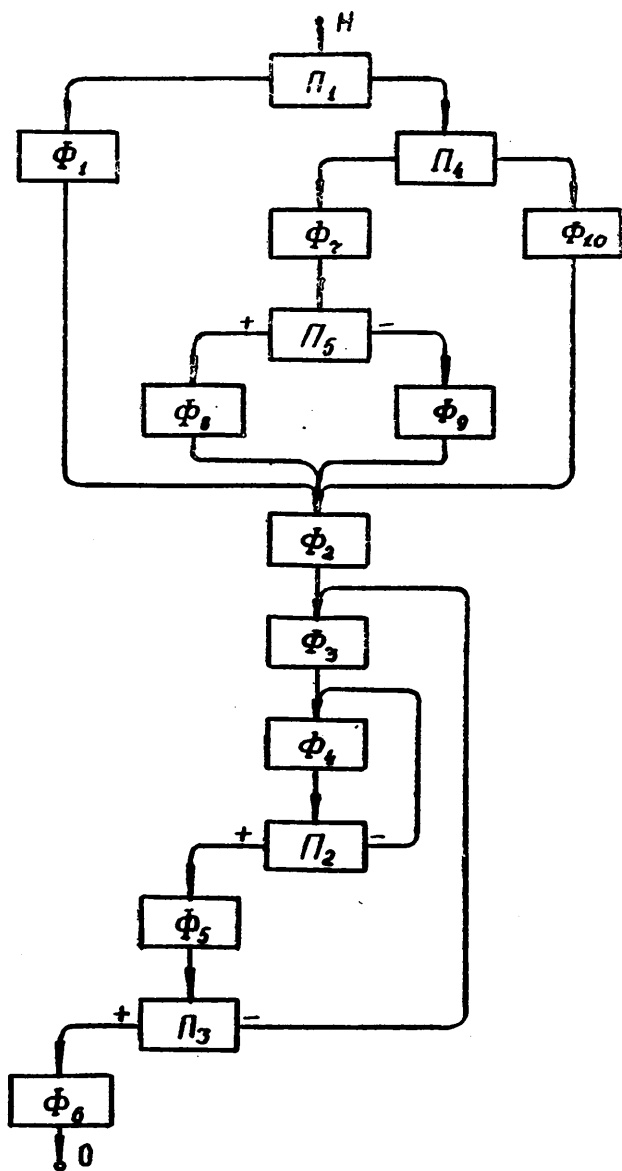


Рис.2

- Φ_7 - алгоритм формирования признака участия в испытаниях моделей всех элементов системы, кроме УАС;
- Π_5 - алгоритм проверки участия реальной УАС в испытаниях;
- Φ_8 - алгоритм формирования признака участия реальной УАС в испытаниях;
- Φ_9 - алгоритм формирования признака участия модели УАС в испытаниях;
- Φ_{10} - алгоритм формирования признака участия в испытаниях всех реальных элементов большой системы.

§ 3. Комбинированный метод оценки функциональных показателей качества УАС

Комбинированный метод оценки функциональных показателей качества УАС представляет собой сочетание аналитического метода с методом испытаний. При этом можно различать следующие виды комбинированного метода оценки функциональных показателей качества УАС: сочетание аналитического метода с методом статистических испытаний, сочетание аналитического метода с методом натурных испытаний, сочетание аналитического метода с методом сопряженных испытаний.

Сочетание аналитического метода с методом статистических испытаний предполагает проведение статистической оценки отдельных частей аналитических выражений функциональных показателей качества УАС. Дальше эти оценки используются для окончательного вычисления значений функциональных показателей качества УАС по соответствующим аналитическим выражениям.

Соотношение между аналитическим методом и методом статистических испытаний в каждом конкретном случае устанавливается отдельно. При этом необходимо учитывать цель исследования, сложность аналитических выражений функциональных показателей качества УАС и имеющиеся реальные возможности вычислительных средств.

В отличие от метода статистических испытаний соответствующее соотношение между аналитическим методом и методом статистических испытаний позволяет в некоторой мере учесть влияние стохастических, структурных и динамических свойств УАС на качество функционирования этих систем в явном виде, что может оказаться полезным при их анализе и оптимизации.

Однако при оценке функциональных показателей качества УАС путем сочетания аналитического метода с методом статистических испытаний имеют место следующие недостатки: для достаточно малых доверительных интервалов и высоких доверительных вероятностей может потребоваться большее число экспериментов, чем при применении только метода статистических испытаний; как и в случае применения метода статистических испытаний, могут встретиться большие трудности моделирования, а также связанная с ними значительная субъективность оценки; иногда могут встретиться препятствия, аналогичные тем, которые ограничивают практическую приемлемость аналитических выражений функциональных показателей качества УАС.

При сочетании аналитического метода с методом натуральных испытаний отдельные части явных аналитических выражений функциональных показателей качества УАС оцениваются методом натуральных испытаний. В этом и заключается основное отличие последнего от метода оценки функциональных показателей качества УАС путем сочетания аналитического метода с методом статистических испытаний.

В отличие от сочетания аналитического метода с методом статистических испытаний применение сочетания аналитического метода с методом натуральных испытаний не встречается с трудностями моделирования, вследствие чего оценки функциональных показателей качества УАС свободны от субъективного фактора. Но в то же время сочетание аналитического метода с методом натуральных испытаний обычно требует больших экономических затрат, чем сочетание аналитического метода с методом статистических испытаний. Поэтому к нему целесообразно прибегать только в целях синтеза и оценки качества моделей объектов больших систем, а также уточнения оценок функциональных показателей качества УАС с частичным явным учетом влияния их стохастических, структурных и динамических свойств.

Основная особенность сочетания аналитического метода с методом сопряженных испытаний заключается в том, что отдельные части аналитических выражений функциональных показателей качества УАС оцениваются методом сопряженных испытаний. После этого полученные оценки используются для окончательного вычисления функциональных показателей качества УАС по соответствующим аналитическим выражениям.

Преимущества сочетания аналитического метода с методом сопряженных испытаний заключается в следующем: необходимый объем моделирования меньше, чем при сочетании аналитического метода с методом статистических испытаний, поэтому оценки функциональных показателей качества УАС носят более объективный характер; число реальных объектов больших систем, привлекаемых для оценки функциональных показателей качества УАС, меньше, чем при сочетании аналитического метода с методом натурных испытаний, поэтому обычно дешевле.

К недостаткам сочетания аналитического метода с методом сопряженных испытаний можно отнести следующие: оценка функциональных показателей качества УАС, как правило, обходится дороже, чем при сочетании аналитического метода с методом статистических испытаний; оценка функциональных показателей качества УАС носит менее объективный характер, чем при сочетании аналитического метода с методом натурных испытаний.

Сочетание аналитического метода с методом натурных испытаний следует применять только в целях уточнения моделей отдельных элементов больших систем, а также оценок некоторых функциональных показателей качества УАС с частичным явным учетом их стохастических, структурных и динамических свойств.

Возможный вид скелетной граф-схемы общего алгоритма организации оценки функциональных показателей качества УАС на ЭЦВМ по выражению (I) приведен на рис. 3, где

- Π_1 - алгоритм проверки использования сочетания аналитического метода с методом сопряженных испытаний;
- Φ_5 - алгоритм идентификации фазовых траекторий УАС T_η статистической оценки $P(T_\eta)$ и $Q_q(T_\eta)$;
- Π_3 - алгоритм проверки сходимости статистической оценки $P(T_\eta)$ в заданном интервале с заданной вероятностью;
- Φ_6 - алгоритм формирования признака сходимости статистической оценки $P(T_\eta)$ в заданном интервале с заданной вероятностью;
- Π_4 - алгоритм проверки сходимости статистической оценки $Q_q(T_\eta)$ в заданном интервале с заданной вероятностью;
- Φ_7 - алгоритм формирования признака сходимости статистической оценки $Q_q(T_\eta)$ в заданном интервале с заданной вероятностью;

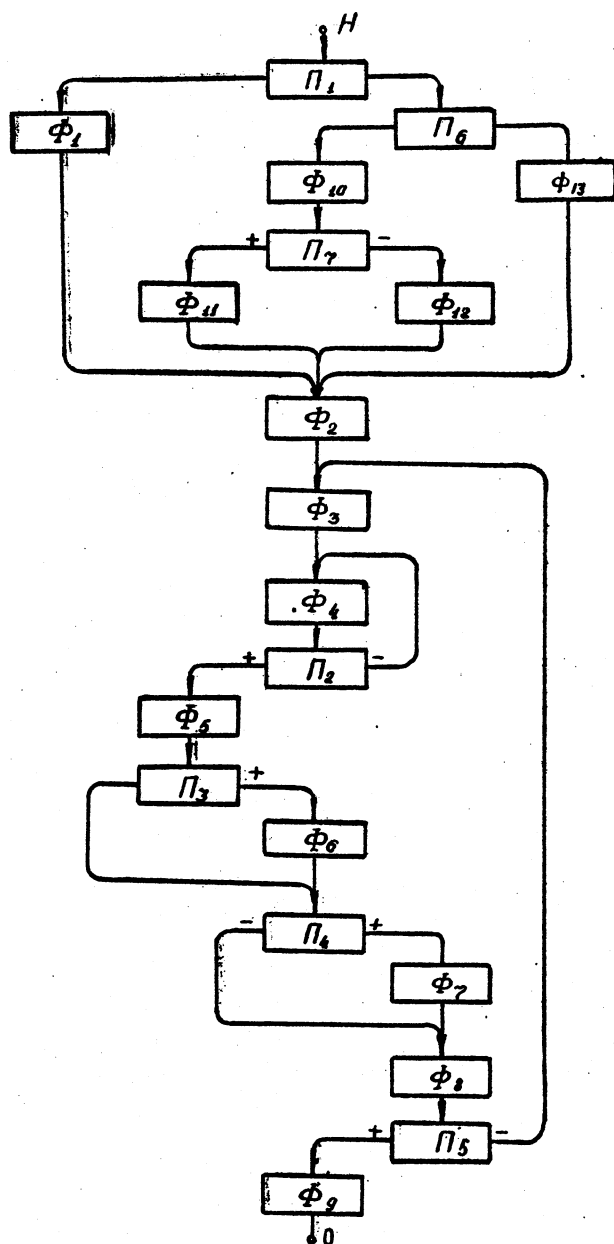


Рис. 3

- Φ_0 - алгоритм вычисления $\sum_{\eta} Q_{\eta}(T_{\eta}) P(T_{\eta})$;
 Π_5 - алгоритм проверки наступления конца суммирования по η ;
 Φ_9 - алгоритм вывода результатов вычислений на печать;
 Π_6 - алгоритм проверки использования сочетания аналитического метода с методом статистических испытаний;
 Φ_{10} , Π_7 , Φ_{11} , Φ_{12} и Φ_{13} - алгоритмы, эквивалентные Φ_7 , Π_5 , Φ_8 , Φ_9 и Φ_{10} соответственно, приведенным на рис. 2.

Наиболее универсальным и перспективным методом оценки функциональных показателей качества УАС является комбинированный метод. Причем наибольшее предпочтение следует отдавать сочетанию аналитического метода с методом статистических испытаний. Что касается аналитического метода и метода испытаний, то их можно рассматривать как частные случаи комбинированного метода.

Однако, учитывая фактические возможности современных вычислительных средств, а также сложность структуры и процессов функционирования УАС, в настоящее время наиболее доступным и реальным является метод статистических испытаний с широким использованием материалов натурных испытаний для уточнения полученных оценок и моделей элементов больших систем.

Л и т е р а т у р а

1. А.Ф. Кулаков. О соотношениях между цифровыми вычислительными машинами и алгоритмами управления в сложных системах. Известия АН СССР, Техническая кибернетика 1966, № 4.
2. А.Ф.Кулаков. Оценка качества управляющих алгоритмических систем. В данном сборнике.
3. И.Д. Заславский. Граф-схемы с памятью. - Труды математического института им. Стеклова В.А. Проблемы конструктивного направления в математике. 3. Изд-во "Наука", М.-Л., 1964.
4. А. Вальд. Последовательный анализ, М., Физматгиз, 1960.