

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ВО МНОГОКОНТУРНЫХ КРИОТРОННЫХ СХЕМАХ

И.Д. Войтович, В.Г. Касаткин, Г.А. Михайлов
(Киев)

В в е д е н и е

При проектировании криотронных блоков вычислительных машин, в том числе вычислительных сред на криотронах, ответы на многие вопросы могут быть получены в результате достаточно дешёвых расчетов. Эти вопросы относятся прежде всего к переходным процессам в криотронных схемах, которые с хорошей точностью представляются в виде эквивалентных цепей с сосредоточенными элементами. Такие расчеты могут быть сделаны на основе известных общих представлений и методов. При этом особенностями криотронных (эквивалентных) цепей является большое (как правило) число независимых связанных контуров и отсутствие иных элементов, кроме индуктивностей и управляемых (вообще говоря) сопротивлений вентилях.

На рис. 1 а,б в качестве примера показана схема обыкновенного пирамидального дешифратора (имеющего на рисунке 8 выходов) и его эквивалентная цепь в интервале времени между переключениями. Постоянный ток питания I проходит на выход дешифратора, соответствующий входному коду. При смене входного кода ток питания переключается в новую выходную ветвь. Время

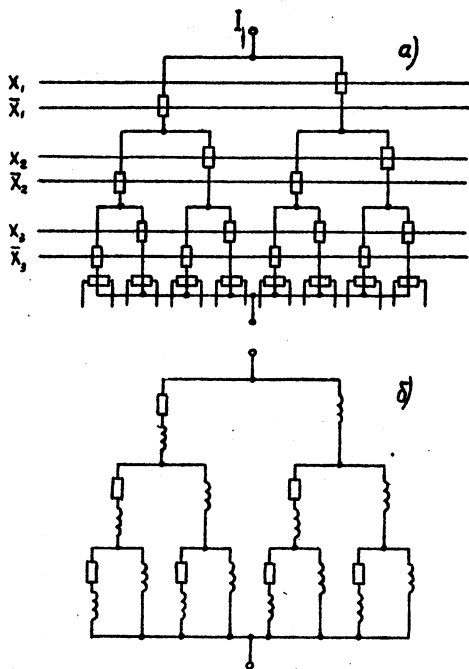


Рис. I

этого переключения определяется индуктивностями всех ветвей дешифратора, сопротивлениями вентилях запертых криотронов и первым кодом, от которого зависят начальные токи. Таким образом, в промежутках времени между переключениями схема представляется в виде эквивалентных линейных R-L цепей (идентичных, как оказывается в этом частном случае). Число независимых контуров такой цепи (равное числу выходов дешифратора без одного), может достигать 2^{30} и более.

Очевидно, что при расчете процессов в подобных цепях практически невозможно обойтись без использования ЦВМ.

В этом докладе кратко рассматриваются некоторые методы анализа криотронных цепей, которые довольно успешно применялись нами для расчета конкретных схем. Первые два из этих

методов универсальны по отношению к структуре схем, но максимальное число связанных контуров в них должно соответствовать порядку систем дифференциальных уравнений, которые еще могут быть проинтегрированы на ЦВМ. Два других предназначены для применения к схемам любых размеров, но их структура должна быть достаточно простой.

РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ В СХЕМАХ С ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИМИСЯ КРИОТРОНАМИ

Процессы в цепях с сосредоточенными элементами описываются дифференциальными уравнениями, алгоритмы составления и численного интегрирования которых хорошо известны и поддаются автоматизации в общем случае. Один из удобных приемов при этом — выделение элементов, параметры которых зависят от переменных (токов или напряжений), и замещение их эквивалентными генераторами обратной э.д.с. Для криотронных цепей в качестве переменных удобно выбрать независимых контурных токов. Тогда система уравнений в векторной форме имеет вид:

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = A\vec{i} + B\vec{E}, \quad (1)$$

где A и B — матрицы с постоянными элементами, \vec{E} — переменный вектор, состоящий из э.д.с. реальных генераторов и из фиктивных э.д.с. В случае криотронных схем эти эквивалентные э.д.с. имитируют вентильные сопротивления. Для каждого j -того криотрона они вычисляются как произведения

$$E_j = -R_j(i_k, i_j) i_j. \quad (2)$$

Здесь i_k — ток в управляющей полоске, i_j — ток в вентиле, $R_j(i_k, i_j)$ — известное сопротивление вентилля, зависящее от i_k и i_j . Токи $\vec{i}_{\text{эл}}$ во всех элементах, в том числе i_k и i_j , получаются в результате матричного преобразования

$$\vec{i}_{\text{эл}} = C\vec{i}. \quad (3)$$

Матрицы A, B, C находятся формально один раз для каждой схемы и система (1) с учетом (2) и (3) интегрируется численно.

Подобный алгоритм для ЦВМ был предложен и реализован М. Хейнсом [1]. Несмотря на свою универсальность, он отличается простотой вводимых в ЦВМ исходных данных, на подготовку кото-

рых при анализе произвольных схем, содержащих десятки независимых контуров, затрачивается очень мало труда. Этот алгоритм был запрограммирован нами для машины М-20 с небольшими изменениями. Одно из отличий от программы [1] состоит в возможности задавать характеристику криотрона в более общем виде (рис. 2б), чем простая "ступенька" (рис. 2а). Только это маленькое

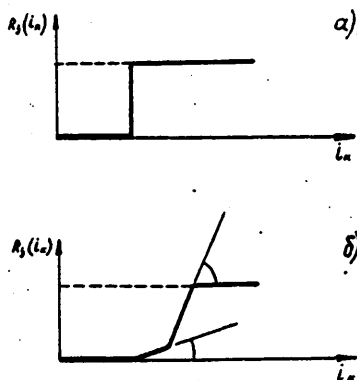


Рис. 2

усовершенствование и применение программы для анализа схем, в которых детали характеристики криотрона существенны, делают использование алгоритма интегрирования [1] достаточно оправданным.

Дело в том, что трудности, связанные с численным интегрированием, быстро возрастают при увеличении числа переменных и связаны с необходимостью использовать при счете весьма малый шаг. Если "ступенька" (рис. 2а) аппроксимирует характеристику криотрона с достаточной точностью и принята в качестве ее модели, то эквивалентная цепь всегда остается линейной, за исключением сравнительно малого числа точек, соответствующих моментам переключений криотронов. В этом случае целесообразно отказаться от универсального численного интегрирования [1] в пользу "полуаналитического" решения, т.е. вычисления на "линейных" участках собственных значений и т.д. Используя непрерывность токов в точках "нелинейности", можно легко вычислить

процессы на всем интервале времени, представляющем интерес. По точности и быстродействию такой алгоритм должен существенно превышать алгоритмы [1].

РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ В R-L ЦЕПЯХ

Универсальный метод, подобный [1], можно использовать, конечно, в случае, если в течение всего процесса криотроны схемы остаются в одном и том же состоянии. Однако, при анализе таких режимов преимущества "аналитического" алгоритма особенно заметны.

Процесс в этом случае описывается линейными уравнениями

$$-L \frac{d\vec{i}}{dt} = R\vec{i}, \quad (4)$$

где L и R - матрицы взаимных индуктивностей и взаимных сопротивлений, а также начальными условиями

$$\vec{i}(0) = \vec{i}_0. \quad (5)$$

Можно показать (см. [3]), что если (4) описывает поведение R-L цепи и матрица L не вырождена (это условие для криотронных цепей всегда выполняется), то собственные векторы \vec{h}_j системы (4) ортогональны (и могут быть пронормированы):

$$(\vec{h}_j, \vec{h}_k) = \delta_{jk}. \quad (6)$$

Существование матрицы L^{-1} очень облегчает вычисления собственных чисел p_j и векторов \vec{h}_j , т.к. они являются собственными числами и собственными векторами легко вычисляемой в таком случае матрицы

$$A^{-1} = -L^{-1}R. \quad (7)$$

Заметим, что

$$-p_j = \alpha_j > 0. \quad (8)$$

Выполнение (6) обеспечивает единственность решения системы (4), (5) (что очевидно, впрочем, из физических соображений). Это решение имеет вид

$$\vec{i}(t) = \sum_{j=1}^n c_j \vec{h}_j e^{p_j t}. \quad (9)$$

Коэффициенты c_j определяются начальными условиями (5) через систему линейных уравнений

$$H\vec{c} = \vec{I}_0, \quad (10)$$

в которой столбцами матрицы H являются собственные векторы \vec{h}_j . На основе этого классического метода интегрирования линейных дифференциальных уравнений можно составить весьма эффективные программы, при использовании которых основной частью исходных данных являются матрицы L и R или эквивалентная информация в еще более удобной форме.

Об одной такой программе, разработанной нами для вычисления на М-20 переходного тока в ветви R-L цепи, содержащей до 33 независимых контуров, сообщается в статье [2]. Однако в этой работе вычислительный алгоритм построен "с точки зрения" операторного метода и в общих чертах состоит в следующем. Система независимых контуров выбирается так, чтобы по рассматриваемой ветви проходил некоторый единственный контурный ток $i_k(t)$. Так как уравнения (4), (5) в операторной форме имеют вид

$$(R + pL) \vec{i}(p) = p\vec{I}_0 \quad (11)$$

и для $i_k(t)$ справедливо

$$i_k(t) = \sum_{j=1}^n a_j e^{p_j t}, \quad (12)$$

то задача сводится к вычислению p_j как собственных чисел матрицы $L^{-1}R$, а также коэффициентов a_j . Последние вычисляются по формулам

$$a_j = \frac{F_k(p_j)}{F'(p_j)p_j}, \quad (13)$$

смысл правых частей которых ясен из дробно-рационального выражения для оригинала $i_k(p)$:

$$i_k(p) = \frac{F_k(p)}{F(p)}, \quad (14)$$

получаемого непосредственно из (11).

ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД ПРИ РАСЧЕТЕ ОТДЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОЧЕНЬ БОЛЬШИХ СХЕМАХ

Во введении было отмечено, что эквивалентные цепи для криотронных схем могут содержать огромное число связанных независимых контуров. Применение рассмотренных выше методов в этих случаях невозможно из-за высокого порядка соответствующих систем уравнений. Как правило, интерес представляют лишь "линейные" режимы таких схем. Часто полезным результатом является расчет процесса в одной ветви цепи для какого-то из этих режимов. Покажем, как при решении такой задачи может быть использован известный (см., например, [4]) частотный метод.

Пусть в R-L цепи заданы начальные токи, причем через сопротивления R_j текут начальные токи i_j . Все начальные токи, существенные для переходного процесса, можно интерпретировать как установившиеся от группы источников э.д.с. Источники включены последовательно с сопротивлениями R_j и их э.д.с. равны

$$E_j = -i_j \cdot R_j \quad (15)$$

При одновременном выключении всех источников начнется интересующий нас переходной процесс, который совпадает, таким образом, с реакцией цепи на ступенчатое выключение источников E_j . Если есть возможность вычислить передаточные проводимости $Y_j(\omega)$ от каждого j -того источника к ветви цепи, в которой определяется переходной ток, то этот ток $i_k(t)$ можно вычислить частотным (спектральным) методом как сумму реакций от включения каждого из источников. Если процесс начинается в момент $t = 0$, а $\operatorname{Re} Y_j(\omega) = P_j(\omega)$, то

$$i_k(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sum_j E_j P_j(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (16)$$

Интегрирование можно выполнить достаточно точно, аппроксимируя действительную функцию $P(\omega) = \sum_j P_j(\omega)$ суммой типовых кривых, для которых вычислены реакции. Такой метод (аппроксимация трапециями) вместе с необходимым табличным материалом изложен в [4]. Функции $P_j(\omega)$ часто легко вычисляются, если структуры цепей достаточно просты. Примером такого случая может служить цепь на рис. 16.

Чаще всего основной задачей при расчете очень больших схем (т.е. таких, для которых уже не могут быть использованы универсальные программы) является вычисление максимальной из длительностей большого числа (например, 2^{60}) переходных процессов в R-L цепях. Строгий отбор процесса, имеющего наибольшую длительность T, представляет большие трудности. Не менее трудным может оказаться и вычисление длительности в этом конкретном случае. Представляется разумным вместо точного расчета ограничиться строгими оценками T. Нижней оценкой может быть расчет (частотным или другим методом) произвольно выбранного простого случая переключения с достаточно большой длительностью. Одна верхняя оценка была предложена нами в работе [3] и сводится к следующему.

Пусть начальный ток отличен от нуля только в одном контуре R-L цепи. Этот случай типичен для рассматриваемой задачи. Положим начальный ток равным единице. Если момент T окончания процесса наступает при выполнении для токов $i_k(t)$ во всех ветвях цепи соотношений

$$\begin{aligned} |i_k(\infty) - i_k(T)| &\leq \gamma, \\ |i_k(\infty) - i_k(t)| &< \gamma \quad \text{при } t > T, \end{aligned} \quad (I7)$$

где γ - заданный критерий, то, как показано в [3],

$$T \leq \frac{1}{\alpha_{\min}} \ln \gamma. \quad (I8)$$

Здесь α_{\min} - минимальный из модулей собственных значений p_i матрицы A^{-1} (см. соотношения (8), (7), (4)). Выражение (I8) имеет очень простой смысл - процесс не может быть в данном случае более "медленным", чем экспонента с максимальной "возможной" постоянной времени. Этот факт следует из (6). Оценку (I8) можно уточнить:

$$T \leq \ln \gamma \left(\sum_j |A_{ij}| \right)_{\max}, \quad (I9)$$

где $\left(\sum_j |A_{ij}| \right)_{\max}$ - максимальная сумма модулей элементов

строки (или столбца) матрицы

$$A = -R^{-1}L. \quad (20)$$

Само собой разумеется, что максимум в (19) отыскивается по всем цепям, определяющим рассматриваемое множество процессов. Для того, чтобы в конкретных задачах использование (19) давало содержательный результат, необходимо учитывать структуры цепей (определяющие вид матриц R и L). Это делается при анализе (20), который сводится к анализу матрицы L , если R^{-1} является единичной, чего часто можно добиться соответствующим выбором системы независимых контуров, т.к. в целях "аппаратурной" экономии разработчик при проектировании схем стремится избежать дублирования вентильных сопротивлений. Несмотря на кажущуюся поверхностность, такая оценка оказывается довольно содержательной. По-видимому, это связано с тем, что при большом числе возможных процессов (и цепей) всегда находится случай, достаточно близкий к пессимистической оценке.

Л и т е р а т у р а

1. Haynes M.K. Transient analysis of cryotron Network by computer simulation. - Proc.IRE, 1961, vol.49, Jan.
2. И.Д. Войтович. Расчет быстродействия криотронных цепей на ЦЕМ, семинар "Методы расчета цепей и полей на ЭЦВМ" при Научном совете по кибернетике АН УССР (в печати).
3. В.Г. Касаткин. О расчете быстродействия криотронных переключателей с большим числом выходов, семинар "Методы математического моделирования и теория электрических цепей" при Научном совете по кибернетике АН УССР (в печати).
4. В.В. Солодовников, Ю.И. Топчиев, Г.В. Крутикова. Частотный метод построения переходных процессов с приложением таблиц и номограмм. ГИТТЛ, Москва, 1955.