

АДАПТИВНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Г.И. Кавалеров, Г.С. Певзнер
(Ленинград)

Весьма важным этапом в изучении нелинейных элементов электрических цепей является снятие их характеристик. Характеристики нелинейных элементов, содержащих ферромагнетик, сегнетоэлектрик, электронную лампу, полупроводник и т.д., имеют качественно одинаковый вид, т.е. невременные монотонные функции со значительными линейными участками и участками насыщения. Лишь при небольших точностях измерений возможно непрерывное исследование функций, для получения высокой точности необходимо дискретное представление исследуемой невременной функции. Особенно важно представление исследуемой невременной функции в цифровой форме при современных методах исследования с применением цифровых вычислительных устройств. Это позволяет сравнительно просто определять все характерные точки и области исследуемой функции, а также любые другие функции, аналитически связанные с исследуемой.

При измерении в цифровой форме характеристики такого вида получаются или в виде таблиц $y(x)$, или в параметрическом виде $y(t)$ и $x(t)$. Определение таких характеристик связано с необходимостью измерения двух величин. В случае дискретного представления характеристик (как в общем случае для любых функций) возникает задача сокращения объема избыточной изме-

рительной информации, т.е. табличное задание функции должно выполняться с минимальным числом отсчетов при заданной допустимой погрешности аппроксимации. Это обеспечивает снижение требований к быстродействию измерительной аппаратуры, уменьшению объема используемых запоминающих устройств и сокращению времени, затрачиваемого на обработку полученной информации (как при ручной, так и машинной обработке).

При снятии некоторой характеристики $y = f(x)$ оба параметра есть некоторые неизвестные функции от времени (процессы), причем нелинейные, т.к. задающий параметр часто изменяют нелинейно, чтобы получить приемлемые характеристики изменения второго измеряемого параметра. Дискретизация же измеряемой характеристики $y = f(x)$ осуществляется в плоскости x . Рассматривается дискретное представление способом равномерного квантования по уровню одного из параметров. Первой задачей является выбор рациональной величины шага квантования с точки зрения представления функции с минимальным числом отсчетов при заданной допустимой погрешности аппроксимации. Подход к решению рассматривается с детерминистских позиций. Величина шага квантования зависит от вида аппроксимации, выбранного критерия оценки степени приближения искомой и восстанавливающей функций.

В целом ряде работ В.Н. Хлистунова, А.С. Немировского, Э.Л. Ицковича и др. показывается, что для функций любого вида наиболее удобной является линейная интерполяция, т.к. дает число отсчетов немного меньше, чем ступенчатая интерполяция и незначительно больше, чем параболическая, но в то же время немного проще, чем последняя.

В качестве оценки степени приближения восстанавливающей к функции и искомой можно взять критерий равномерного приближения

$$\delta_{\text{ан}} = |f(x) - \bar{f}(x)| \quad (I)$$

где $y = f(x)$ - искомая функция, $\bar{y} = \bar{f}(x)$ - восстанавливающая функция.

Этот критерий правомерен, когда целью воспроизведения исследуемой функции является возможность получения значений исследуемой функции при любом заданном значении аргумента с допустимой погрешностью аппроксимации. В тех же случаях, когда при построении восстанавливающей кривой целью является совпадение ее формы с формой исследуемой функции с заданной погреш-

ностью (постановка близка к задаче опознания образа), более правомерным является критерий формы функции, определяемый как кратчайшее расстояние между восстанавливающей и искомой функциями на плоскости координат этих функций, приведенный в работе Ю.П. Дробышева. Например, при изучении магнитных свойств материалов точное воспроизведение формы кривой намагничивания позволяет судить о целом ряде характеристик этих материалов. Связь между приведенными выше двумя критериями устанавливается по следующей формуле

$$\delta_{an} \approx \epsilon \sqrt{1 + [f'(x)]^2}, \quad (2)$$

где ϵ — допустимая погрешность приближения к искомой функции по критерию формы функции.

Выбор величины кванта при равномерном квантовании по уровню аргумента для критерия равномерного приближения при интерполяции полиномом Лагранжа степени $n = 1$ определен В.Н. Хлестуновым из оценки сверху остаточного члена в форме Коши

$$\Delta x = \sqrt{\frac{8 \delta_{an}}{f''_{\max}(x)}}. \quad (3)$$

Если проводить равномерное квантование по уровню функции, то для критерия равномерного приближения величина кванта определяется выражением (оценка сверху):

$$\Delta y = \sqrt{\frac{8 \delta_{an} \varphi_{\min}(y)}{\varphi''_{\max}(y)}}. \quad (4)$$

Последнее выражение получено применением формулы (3) для функции $x = \varphi(y)$, обратной рассматриваемой $y = f(x)$, при условии, что погрешность аппроксимации при квантовании по y , отсчитанная по абсциссе x_1 , заменяется выражением через погрешность аппроксимации при квантовании по x , отсчитанной по ординате y_1 , которое имеет вид

$$\delta_{an_y} = \delta_{an_x} \cdot \varphi'(y), \quad \text{что видно из рис. I.}$$

Выражение (4) может быть представлено и через характеристики прямой функции $y = f(x)$, учитывая соотношения между производными прямой и обратной функций

$$\varphi'(y) = \frac{1}{f'(x)}; \quad \varphi''(y) = - \frac{f''(x)}{[f'(x)]^3};$$

$$\Delta y = f'(x) \sqrt{\frac{8 \delta_{\text{оп}}}{|f''_{\text{max}}(x)|}} \quad (5)$$

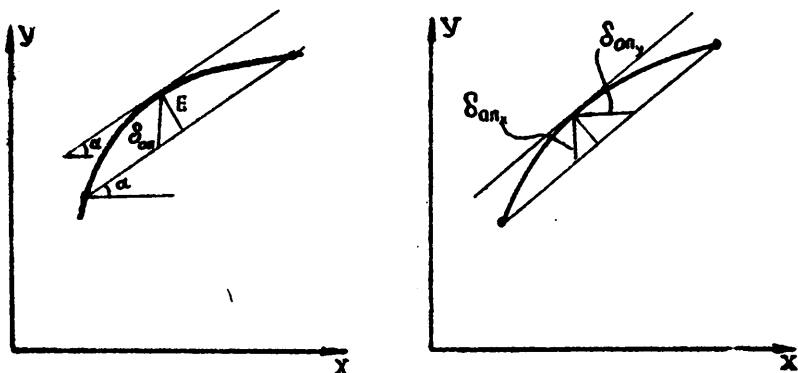


Рис. I.

Если же оценку степени приближения восстанавливающей функции к искомой делать через критерий формы функции, то формулы (3) и (4) с учетом формулы (2) преобразуются в следующий вид:

а) для равномерного квантования по уровню аргумента

$$\Delta x = \sqrt{\frac{8 \epsilon \sqrt{1 + [f'_{\text{min}}(x)]^2}}{|f''_{\text{max}}(x)|}} \quad (6)$$

б) для равномерного квантования по уровню функции y

$$\Delta y = \sqrt{\frac{8 \epsilon \sqrt{1 + [\varphi'_{\text{min}}(y)]^2}}{|\varphi''_{\text{max}}(y)|}} \quad (7)$$

Таким образом, при дискретизации на плоскости xu невременной функции $y = f(x)$ при указанных выше условиях величина кванта для равномерного квантования по параметру может быть определена по формулам (3), (4), (5), (6) и (7).

Второй важной задачей для дискретного представления невременной функции с точки зрения сокращения избыточности объема измерительной информации является выбор параметра, по уров-

ню которого следует проводить равномерное квантование. Если задача ставится для всей функции целиком (точнее для рассматриваемой ее части), то она решается сравнением отношения рассматриваемого диапазона изменения величины функции к величине кванта, определяемой формулами (4), (5) или (7), и отношения рассматриваемого диапазона изменения величин аргумента к величине кванта, определяемой формулами (3) или (6).

Если же задача ставится как выбор параметра равномерного квантования на текущем участке функции, когда величина кванта такова, что удовлетворяет формулами (3), (4) и (5) или (6) и (7), то она решается, как видно из рис. 2, на каждом отдельном

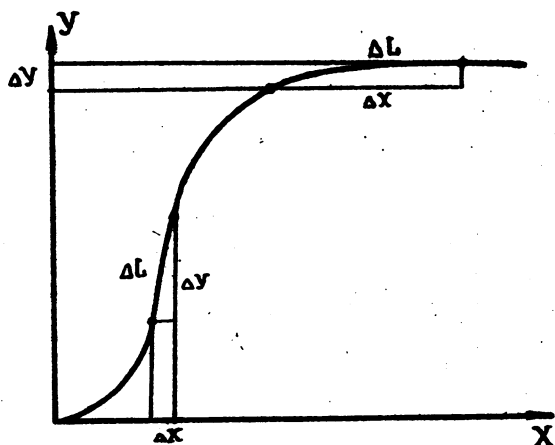


Рис. 2.

участке в зависимости от формы самой функции на нем. В тех случаях, когда на текущем участке скорость изменения функции высокая, выгоднее с точки зрения получения меньшего числа отсчетов применять равномерное квантование по уровню величины аргумента, а в тех случаях, когда скорость изменения функции невелика, выгоднее применять равномерное квантование по уровню величины функции. Таким образом, выбор параметра равномерного квантования на текущем участке функции определяется скоростью нарастания функции или величиной ее первой производной по аргументу. Уже из рис. 2 можно заключить, что к

классу больших текущих скоростей изменения функции можно отнести участки, на которых тангенс угла наклона менее единицы. Тогда выражение, определяющее класс скоростей изменения для данной функции на текущем участке, имеет вид:

$$\left| \frac{dy}{dx} \cdot \frac{m_{y-u}}{m_{x-u}} \right| = \left| \frac{dU_y}{dU_x} \right|,$$

где m_{y-u} , m_{x-u} — масштабные коэффициенты перевода значений параметров y и x в соответствующие напряжения U_y и U_x , т.е. коэффициенты преобразования первичных измерительных преобразователей. В этом выражении аргумент и величина функции представлены в виде напряжения, т.к. процесс квантования непосредственно реализуется для параметров, представленных в виде напряжений. Итак, критерий выбора параметра равномерного квантования на текущем участке функции с целью получения меньшего числа отсчетов при допустимой погрешности аппроксимации следующий:

а) если $\left| \frac{dU_y}{dU_x} \right| > 1$, то (8а)

равномерное квантование следует проводить по уровню величины аргумента.

б) если $\left| \frac{dU_y}{dU_x} \right| < 1$, то (8б)

равномерное квантование следует проводить по уровню величины функции.

Критерий (8) доказывается аналитически при линейной интерполяции как для критерия равномерного приближения, так и для критерия формы функции. Для доказательства воспользуемся величиной длины кривой функции на интервале параметра, равного величине кванта (как показано на рис. 3 величина ΔL). При условии, что функцию можно считать линейной на этом интервале, имеем:

$$\Delta_1 L \approx \Delta U_x \sqrt{1 + \left[r'(x) \frac{m_{y-u}}{m_{x-u}} \right]^2} \quad (9)$$

при квантовании по уровню аргумента

$$\Delta_2 L \approx \Delta U_y \sqrt{1 + \left[q(y) \frac{m_{x-u}}{m_{y-u}} \right]^2} \quad (10)$$

при квантовании по уровню величины функции,

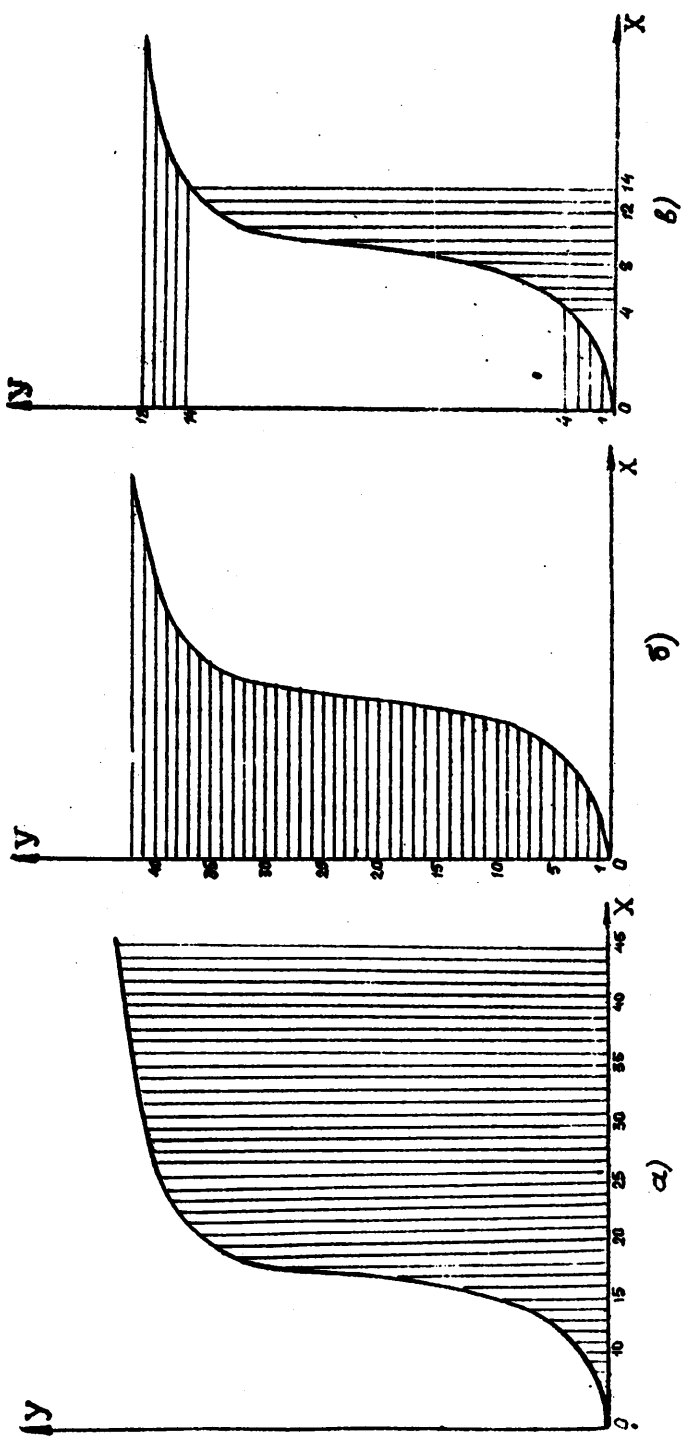


Рис. 3.

где

$$\Delta U_x = \Delta x \cdot \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \Delta U_y = \Delta y \cdot \frac{\partial U}{\partial y}.$$

Как указывалось выше, выбирается $\Delta U = \Delta U_x = \Delta U_y$. Рас-

смотрим участок, характеризующий тем, что $\left| f'(x) \frac{\frac{\partial U}{\partial y}}{\frac{\partial U}{\partial x}} \right| = \left| \frac{\Delta U_y}{\Delta U_x} \right| > 1$

или $\left| \varphi'(y) \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} \right| = \left| \frac{\Delta U_x}{\Delta U_y} \right| < 1$ на этом участке справедливо соотношение:

$$\Delta_1 L > \Delta_2 L.$$

Следовательно, на этом участке нужно проводить квантование по уровню аргумента, т.к. приращение длины функции, соответствующей кванту по величине аргумента, больше приращения длины функции, соответствующей кванту по величине функции. Рассмотрим участок, характеризующий тем, что

$$\left| f'(x) \frac{\frac{\partial U}{\partial y}}{\frac{\partial U}{\partial x}} \right| = \left| \frac{\Delta U_y}{\Delta U_x} \right| < 1 \quad \text{или} \quad \left| \varphi'(y) \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} \right| = \left| \frac{\Delta U_x}{\Delta U_y} \right| > 1,$$

На этом участке справедливо соотношение:

$$\Delta_1 L < \Delta_2 L,$$

следовательно, на этом участке необходимо проводить квантование по уровню величины функции, т.к. приращение величины длины функции, соответствующей кванту по величине аргумента, меньше приращения длины функции, соответствующей кванту по величине функции.

Выражения (8) могут быть представлены при приближенном дифференцировании в конечных разностях, что весьма удобно для технической реализации:

$$\left| \frac{\Delta U_y}{\Delta U_x} \right| > 1, \quad (\text{IIa})$$

$$\left| \frac{\Delta U_y}{\Delta U_x} \right| < 1. \quad (\text{IIб})$$

Погрешность этого перехода может быть оценена из теории приближенного дифференцирования достаточно точно следующей формулой:

$$\delta_{\text{диф}} = \frac{\Delta U_x}{2} U''_y (U_x),$$

или оценивая сверху

$$\delta_{\text{диф}} = \frac{\Delta U_x}{2} [U''_y (U_x)]_{\text{max}}.$$

Выражения (II) можно представить в виде

$$\Delta U_y > \Delta U_x \quad \text{или} \quad \Delta U_y - \Delta U_x > 0 \quad (I2a)$$

$$\Delta U_y < \Delta U_x \quad \text{или} \quad \Delta U_y - \Delta U_x < 0 \quad (I2b)$$

Если учесть, что дискретное представление исследуемой функции производится способом равномерного квантования на текущем участке при выбранной величине кванта Δ_3 , то алгоритм выбора параметра для равномерного квантования на текущем участке следующий (если равномерное квантование начинается по параметру x , т.е. по величине напряжения U_x):

1) производится отсчет в текущей точке исследуемой функции, когда текущее значение U_x отличается от его предыдущего значения, полученного в предыдущем отсчете, на величину

$$\Delta_3;$$

2) вычисляется конечная разность (приращение) по результатам измерений U_y в текущем и предыдущем отсчетах;

3) сравниваются величины $\Delta_1 U_y$ и $\Delta_1 U_x = \Delta_3$;

4) если $\Delta_1 U_y - \Delta_1 U_x = \Delta_3 > 0$, то равномерное квантование продолжается по параметру x ;

5) если $\Delta_1 U_y - \Delta_1 U_x = \Delta_3 < 0$, то осуществляется переход на равномерное квантование по параметру y ;

6) производится отсчет в текущей точке исследуемой функции, когда текущее значение U_y отличается от его предыдущего значения получаемого в предыдущем отсчете, на величину

$$\Delta_3;$$

7) вычисляется конечная разность (приращение) по результатам измерений U_x в текущем и предыдущем отсчетах;

8) сравниваются величины $\Delta_1 U_x$ и $\Delta_1 U_y = \Delta_3$;

9) если $\Delta_1 U_x - \Delta_1 U_y = \Delta_3 > 0$, то равномерное квантование продолжается по параметру y ;

10) если $\Delta_1 U_x - \Delta_1 U_y = \Delta_3 < 0$, то осуществляется переход на равномерное квантование по параметру x .

Таким образом, на основе приведенного алгоритма осуществляется автоматическое сокращение избыточности объема измерительной информации.

Невременные функции, отражающие какую-то реальную зависимость двух физических параметров, обычно характеризуются значительными линейными участками (кривые намагничивания маг-

нитных материалов, характеристики нелинейных элементов и т.д.). В связи с этим при дискретном представлении исследуемой функции существенным является сокращение избыточности объема измерительной информации на линейном участке, т.к. на нем в пределах достаточно двух отсчетов. Поэтому предлагается алгоритм, в котором осуществляется слежение за величиной первой производной исследуемой функции, и в тех случаях, когда последняя постоянна, т.е. линейный участок, регистрируется только два отсчета. Техническая реализация указанного алгоритма значительно упрощается, если его преобразовать для условия, когда дискретное представление исследуемой функции осуществляется способом равномерного квантования по уровню одного параметра на текущем участке. Первую производную можно приближенно определять как отношение конечных разностей (приращений) функции и аргумента, т.е. $y' = f'(x) \approx \frac{\Delta y}{\Delta x}$, где Δx и Δy величины квантов.

Тогда для линейного участка справедливо выражение

$$\frac{\Delta_1 y}{\Delta_1 x} = \frac{\Delta_{i+1} y}{\Delta_{i+1} x} \quad (13)$$

но, т.к. квантование равномерное по уровню одного из параметров, например, x , т.е. $\Delta_1 x = \Delta_{i+1} x$ (в пределах заданной точности), то выражение (13) сводится к выражению

$$\Delta_1 y = \Delta_{i+1} y \quad (14)$$

или

$$\Delta_1^2 y = \Delta_{i+1} y - \Delta_1 y \quad (15)$$

Таким образом, на основе последнего выражения (15) алгоритм сокращения избыточности объема измерительной информации на линейном участке исследуемой функции при равномерном квантовании по уровню одного из параметров следующий:

а) для каждого текущего отсчета определяется вторая конечная разность по уровню параметра, квантуемого неравномерно, с учетом значений его, полученным в двух предыдущих отсчетах;

б) если вычисленная вторая конечная разность не равна нулю, то текущий участок исследуемой функции нелинейных и отсчет (т.е. измерение по обоим параметрам) следует регистрировать;

в) если вычисленная вторая конечная разность равна нулю,

то текущий участок исследуемой функции линейный и отсчет не следует регистрировать.

Оба, приведенных выше, алгоритма (как в отдельности, так и вместе) технически реализуются с помощью схем импульсной и вычислительной техники. Рассмотрим функциональную схему такого устройства, представленную на рис. 4.

Датчики D_y и D_x представляют собой первичные измерительные преобразователи, преобразующие соответственно величины значений функции и аргумента в соответствующие величины напряжений. Эти величины напряжений через коммутатор аналоговых величин ($КОМ_1$) подаются на преобразователь "напряжение - цифровой код" (ПН-К), откуда через коммутатор кодовых величин ($КОМ_2$) кодовые числа поступают на ячейки памяти текущих значений функции и аргумента ($ЯП_y$) и ($ЯП_x$). Кодовые числа с ячеек памяти подаются через коммутатор кодовых величин ($КОМ_3$) на квантующее устройство (кв.уст.) и блок определения первой конечной разности по параметру (Δ'), а также через кодовые ключи (код.кл.) на запоминающее или регистрирующее устройства (ЗУ или РУ), стоящее на выходе рассматриваемого устройства. На квантующее устройство попадает сигнал также с выхода коммутатора аналоговых величин. Оно осуществляет равномерное квантование по уровню параметра путем выдачи сигнала на запуск преобразователя "напряжение - цифровой код" для измерения в момент, когда текущее значение параметра достигает своего предыдущего значения, алгебраически сложенного с величиной кванта.

Работа коммутаторов ($КОМ_1$), ($КОМ_2$) и схемы управления ими состоит в следующем: постоянно подключается один канал, т.е. тот параметр, по которому идет равномерное квантование; в момент отсчета происходит переключение на другой параметр. для измерения его значения, а затем снова подключается прежний канал для слежения по первому параметру.

Кодовое число с блока определения первой конечной разности по параметру (Δ') поступает на блок определения разности ($\Delta_3 - \Delta'$). Туда же подается и кодовое число заданной величины кванта (Δ_3) с блока, задающего величину кванта в цифровой форме. Результат с блока определения разности ($\Delta_3 - \Delta'$) поступает в логическую схему анализа ($\Delta_3 - \Delta'$), которая выполняет 4, 5, 9 и 10 пункта первого алгоритма, приведенного выше, и выдает сигнал в случае необходимости перехода равномерного квантования с одного парамет-

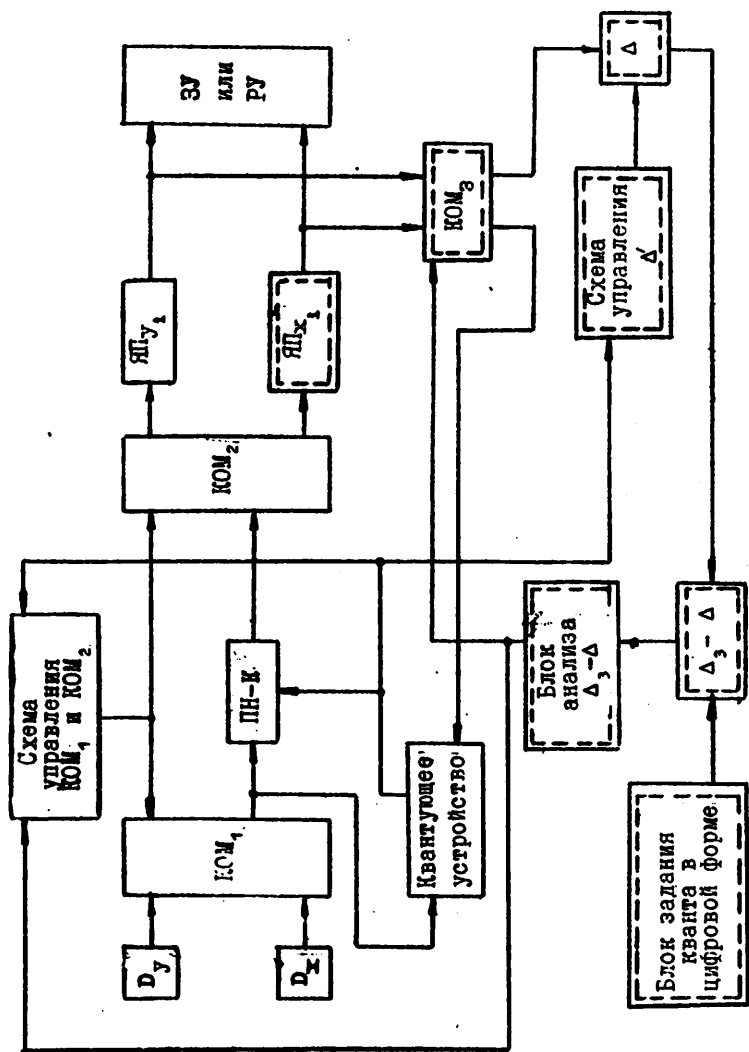


Рис. 4.

ра на другой. Последний сигнал подается на схему управления коммутаторами ($КОМ_1$ и $КОМ_2$) с целью переключить постоянно включенный канал, а также на коммутатор кодовых величин ($КОМ_3$) для переключения параметров, подаваемых в квантующее устройство и блок вычисления первой конечной разности. Результат с блока (Δ') поступает также на блок определения второй конечной разности (Δ^2), причем оба блока управляются своей схемой управления. Результат с блока (Δ^2) поступает на логическую схему, определяющую равенство $\Delta^2 = 0$. В случае выполнения последнего равенства со схемы поступает сигнал на кодовые ключи, которые, закрываясь, не пропускают измерительную информацию на выход рассматриваемого устройства.

Приведенное устройство используется, например, при снятии статических характеристик магнитных материалов, в "измерительной информационной системе (ИИС) для изучения магнитных свойств сплавов". Оно позволяет при заданной погрешности аппроксимации значительно сократить число отсчетов по сравнению с обычным равномерным квантованием. Степень сокращения числа отсчетов зависит, конечно, от вида исследуемой кривой. Так для конкретного материала (КФ-50) этот коэффициент степени сокращения составляет приблизительно 40. Это означает, что при записи на магнитную ленту в двоично-десятичном коде информации, получаемой во время проведения полного эксперимента с помощью ИИС, понадобится вместо 100 бобин магнитной ленты (250 м) только 3.

Блоки схемы, показанной на рис. 4, используются и для других целей в указанной выше ИИС. Так блоки вычисления первой конечной разности по параметру используются в устройствах проверки степени размагниченности исследуемых образцов и проверки их магнитной подготовки. Блоки вычисления второй конечной разности по параметру используются в устройстве определения области максимальной дифференциальной магнитной проницаемости. Остановимся на последнем несколько подробнее.

Весьма важной задачей является сокращение объема избыточной измерительной информации, когда целью эксперимента является достаточно точное определение на исследуемой функции некоторой точки или области, которые являются отдельной характеристикой, т.е. отсчеты в районе этой точки или области должны быть достаточно частыми. Отсчеты в остальных точках и областях не имеют смысла, если самой функцией не интересуются,

или их следует выполнять гораздо реже, т.к. самой функцией интересуются с гораздо меньшей точностью.

В таких случаях, очевидно, эксперимент следует выполнять в два этапа. На первом этапе производится разведка, т.е. снятие исследуемой функции с заданной точностью для всей функции, если это требуется, и приближенное определение искомой характеристики (точки или области). В тех случаях, когда не требуется снятие самой функции, то в процессе разведки определяется только приближенное значение искомой характеристики. Полученные результаты (точка или границы области) запоминаются. На втором этапе выполняется снятие функции с высокой частотой отсчетов, определяемой точностью определения самой характеристики, но отсчеты выполняются только в интервале, внутри которого лежат искомые точки или область, причем ширина этого интервала выбирается такой, чтобы перекрыть с запасом погрешность приближенного определения искомой характеристики.

Эту методику можно проиллюстрировать на примере определения максимального значения дифференциальной магнитной проницаемости исследуемого магнитного материала. Снимается кривая намагничивания исследуемого материала, с достаточно большой погрешностью аппроксимации, причем результаты отсчетов не фиксируются, а фиксируется только один отсчет, для которого ставится в соответствие максимальное значение дифференциальной магнитной проницаемости $\left(\frac{dB}{dH}\right)_{\max}$. Отсчет, которому соответствует величина $\left(\frac{dB}{dH}\right)_{\max}$ может быть определен известным исследованием функции на экстремум, т.е. отсчет следует фиксировать в точке, в которой величина $\frac{d^2B}{dH^2}$ меняет свой знак с положительного на отрицательный. Если опять использовать аппарат конечных разностей, то имеем:

$$\frac{d^2B}{dH^2} \approx \frac{\Delta^2 B}{(\Delta H)^2}.$$

Тогда искомая точка определяется при использовании равномерного квантования по уровню напряженности поля H моментом, когда величина второй конечной разности по параметру B (индукции) $\Delta^2 B$ меняет свой знак с положительного на отрицательный.

Полученный отсчет (H_1, B_1) запоминается и определяется интервал $[H_1 - Z, H_1 + Z]$, где Z - величина, определяемая точностью выполнения разведки и запасом.

Затем следует второй этап, на котором снимается функция $B(H)$ уже только на интервале $[H_1 - Z, H_1 + Z]$ и с часто-

той отсчетов (или величиной кванта ΔN), определяемой точностью определения величины $(\frac{dN}{dH})_{\max}$

Первый этап приведенного примера легко технически реализуется схемой, представленной на рис. 4, т.к. в ней определяется величина второй конечной разности по параметру на сумматоре, а изменение знака этой величины определяется изменением состояния знакового триггера в сумматоре.