

ОБ ИНФОРМАЦИОННОЙ ЕМКОСТИ ОДНОРОДНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ

И.В. Прангисвили

(Москва)

Информационный подход к оценке однородных структур позволяет сравнивать способности различных вариантов однородных структур к реализации различных логических и вычислительных функций и выбирать оптимальную сложность элементов этих структур.

Под универсальным настраиваемым логическим устройством от n переменных будем понимать настраиваемую извне сигналами 0,1 комбинационную схему, на выходе которой реализуется любая булева функция от n переменных.

В принципе универсальное логическое устройство должно иметь один или несколько независимых выходов, с каждого из которых (независимо от другого) можно снять любую из 2^{2^n} булевых функций от n переменных.

Чтобы выполнить на выходе универсального логического устройства требуемую булеву функцию, на вход устройства наряду с входными переменными подаются управляющие постоянные сигналы 0,1; эти сигналы служат для настройки логических элементов на выполнение требуемых булевых функций.

Один из вариантов схемы универсального логического элемента, реализующего на единственном выходе любую из 16 булевых функций от двух x_1, x_2 переменных, показан на рис. 1а. Вид выходной функции определяется состоянием элемента, которое зависит от значений (0 или 1) управляющих постоянных сигналов a, b, c, d . Так как такой элемент находится в одном из 16 состояний, то количество информации, необходимое для настройки элемента на всевозможные булевы функции, будет

$$I = \log_2 N = \log_2 16 = 2^n = 4 \text{ бит (дв.ед.)}$$

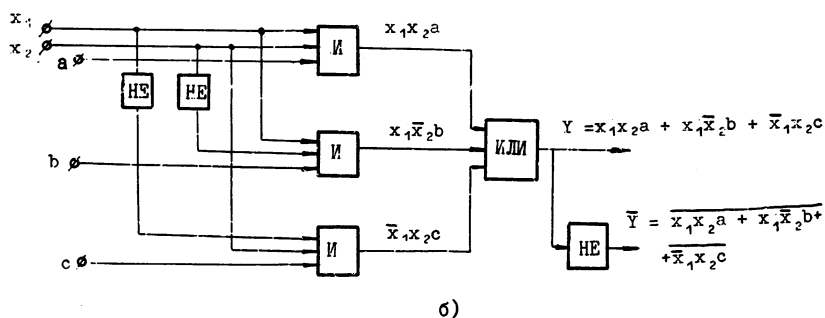
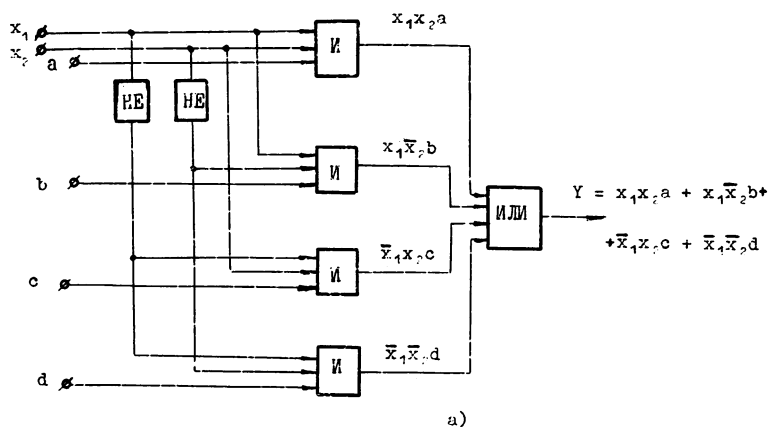


Рис. 1. Блок-схемы универсальных настраиваемых 2-выходов элементов: а) с одним выходом; б) с двумя взаимноинверсными выходами.

Если универсальный элемент выполнить с двумя взаимоинверсными выходами Y и \bar{Y} , то количество информации, необходимое для его настройки на реализацию любой из 2^{2^n} булевых функций (на каждом из выходов), сократится на единицу и будет равно $I = (2^n - 1)$ бит. Такой универсальный элемент от двух переменных x_1, x_2 реализующих на каждом выходе по 8 взаимоинверсных функций $Y = f_1, f_2, \dots, f_8$ и $\bar{Y} = \bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_8 = f_9, f_{10}, \dots, f_{16}$, показан на рис. 1б. Количество информации для настройки элемента на реализацию любой из 16 булевых функций будет

$$2^2 - 1 = 3 \text{ бит}$$

Если универсальный элемент от двух переменных имеет два независимых выхода, то количество информации, необходимое для настройки элемента на всевозможные выходные функции, удвоится и станет равным 8 бит.

Для реализации однородной структуры необходимо каждый универсальный элемент соединять с окружающими его элементами непосредственно одинаковым образом и образовывать однородную решетчатую структуру.

Последовательное (каскадное) соединение универсальных элементов между собой снижает количество возможных функций, реализуемых на выходе каскада. Так, например, на выходе каскада из двух последовательно соединенных универсальных элементов с тремя входными переменными a, b, c (рис. 2а) можно получить 88 неповторяющихся булевых функций от трех переменных вместо возможных $2^{2^3} = 256$ функций. Это обусловлено тем, что для каждого способа настройки m_1 элемента 1, который дает выход Y , имеется соответствующий способ настройки m'_1 , при котором на выходе будет инверсная функция \bar{Y} , а для каждого способа настройки m_2 элемента 2, являющегося нетривиальной функцией, существует другой способ настройки m'_2 элемента 2, выход которого не меняется при замене Y на \bar{Y} . Непосредственное соединение трех универсальных элементов по схеме рис. 2б позволяет реализовать на выходе каскада 520 неповторяющихся булевых функций от четырех a, b, c, d переменных вместо $2^{2^4} = 65536$ возможных функций. Схема соединения по типу рис. 2б обеспечивает на выходе каскада 192 неповторяющиеся

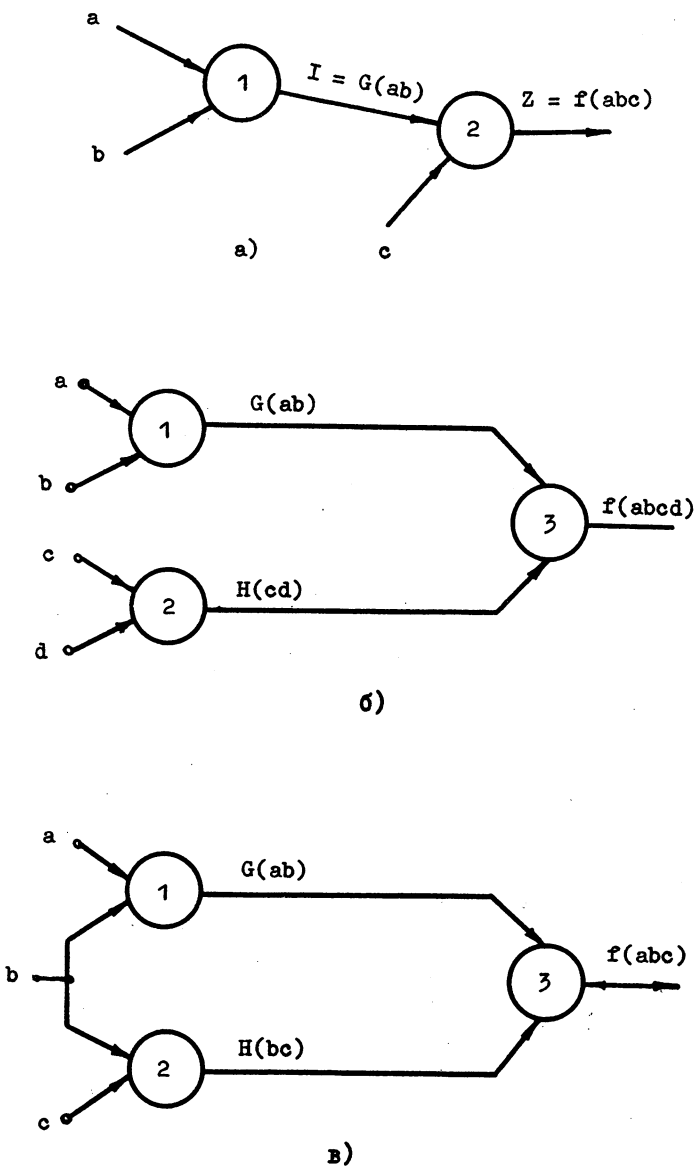


Рис. 2. Непосредственное соединение универсальных настраиваемых 2-входовых элементов для реализации булевых функций: а) от трех a, b, c переменных; б) от четырех a, b, c, d переменных; в) от трех a, b, c переменных с объединенным входом.

функции от трех a, b, c переменных из возможных 256 функций.

Однородная трехъярусная структура из универсальных настраиваемых элементов (рис. 3) уже позволяет реализовать на своем выходе (выход элементов последнего яруса) все возможные 256 булевых функций от трех a, b, c входных переменных, и поэтому она является универсальной логической схемой (устройством). Эта схема содержит 3 входа, 3 выхода и 9 универсальных настраиваемых элементов, соединенных геометрически одинаковым образом. Выходы такой структуры симметричны, но не являются полностью независимыми, так как для получения на одном из выходов схемы заданной булевой функции необходимо настроить на выполнении этой функции один выходной элемент третьего яруса, два элемента второго яруса и все три элемента первого яруса (всего 6 элементов), что исключает возможность одновременного получения любой булевой функции на других выходах путем настройки оставшихся элементов. Иными словами, настройка всех трех элементов первого яруса на реализацию заданной функции на заданном выходе ограничивает возможность получения любой булевой функции на других выходах путем настройки оставшихся элементов. Таким образом, непосредственная связь элементов между собой и отсутствие возможности коммутации соединительных каналов делает выходы структуры частично зависимыми и ограничивает функциональные возможности структуры.

Однородная пятиярусная структура для реализации булевых функций от четырех переменных приведена на рис. 4, а трехъярусная структура реализующей функции от пяти переменных и состоящая из 3-входовых универсальных элементов, показана на рис. 5. В общем случае для реализации структуры типа рис. 3 и 4, выполняющей любую из 2^{2^n} булевых функций при $n \geq 3$, требуется около $(n+2)2^{n-2}$ 2-входовых универсальных элементов. Причем около $2^{n-2} + 1$ элементов из всего количества не участвуют в реализации заданной функции и поэтому могут быть использованы для реализации другой булевой функции на другом выходе структуры. Количество информации, необходимое для настройки структуры, выполненной из универсальных элементов с одним выходом, равно $I = 4(n+2)2^{n-2}$ бит. Число функций, приходящихся на 1 бит информации, равно $s = \frac{2^{2^n}}{4(n+2)2^{n-2}}$ функции/бит, и информационная избыточность структуры данного типа в среднем равна

$$K = \frac{4(n+2)2^{n-2}}{2^n} = n+2.$$

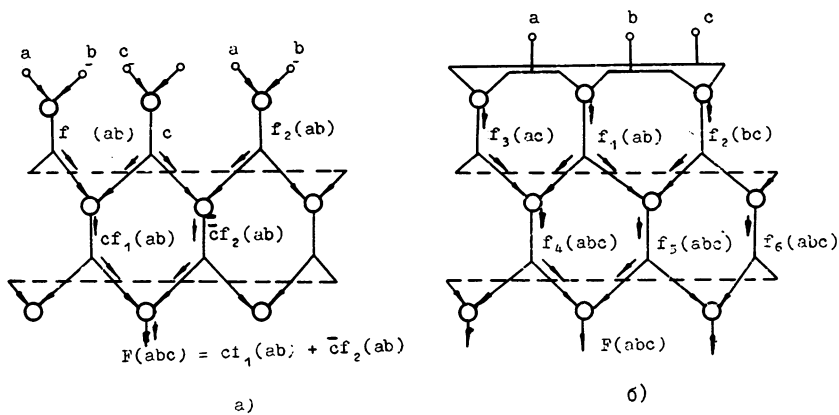


Рис. 3. Трехъярусная однородная структура (два варианта).

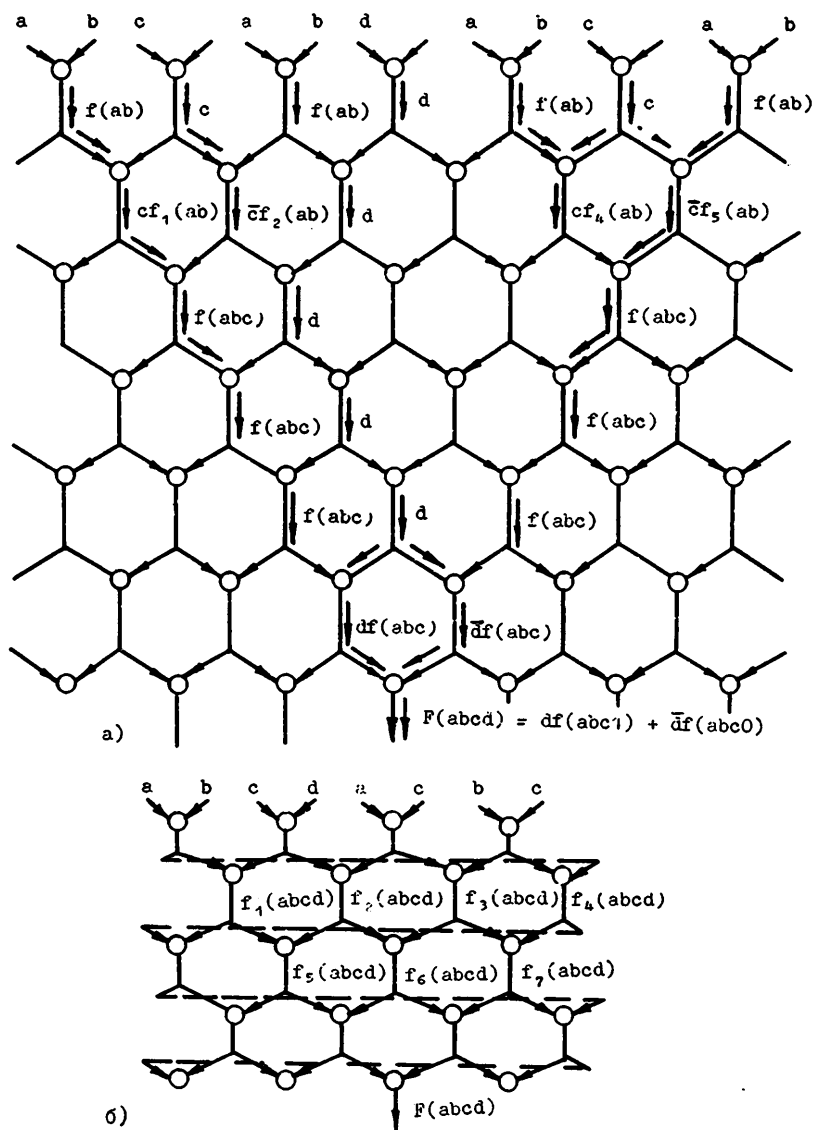


Рис. 4. Пятиярусная однородная структура (два варианта).

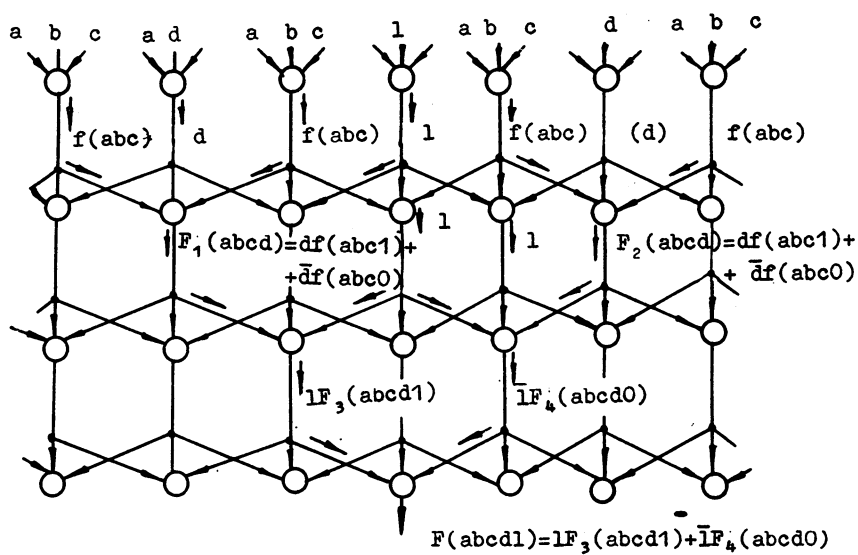


Рис. 5. Структура из универсальных 3-входовых элементов.

Если структура выполняется из универсальных элементов, требующих для настройки 3 бита информации и имеющих два взаимноинверсных выхода Y и \bar{Y} , то оба эти выхода используются только у крайних элементов, образующих выходы всей структуры. Внутри же структуры связь между элементами осуществляется только через прямой выход Y . Количество информации, необходимое для настройки такого варианта структуры на реализацию любой булевой функции от n переменных, несколько сокращается и равно $I = 3(n+1)2^{n-2}$ бит. Информационная избыточность структуры будет

$$K = \frac{3(n+1)2^{n-2}}{2^n} = \frac{3}{4}(n+1).$$

Для сравнения с информационной точки зрения однородной структуры данного типа с другими типами структур рассмотрим количество информации, необходимое для двухмерной решетчатой структуры с разрывными ячейками [1]. Так как каждая разрывная ячейка структуры может быть настроена на выполнение одной из 6 булевых функций (или константы 0,1), то количество информации, необходимое для настройки ячейки, равно 3 бит. Число ячеек в двухмерной решетчатой структуре с разрывными ячейками, необходимое для реализации любой булевой функции от n переменных, не больше $(n+1)2^{n-2}$. Поэтому количество информации настройки структуры равно $I = 3(n+1)2^{n-2}$ бит. Число функций, приходящихся на 1 бит информации, равно $c = \frac{2^2}{3(n+1)2^{n-2}}$ функции/бит, а информационная избыточность структуры равна

$$K = \frac{3(n+1)2^{n-2}}{2^n} = \frac{3}{4}(n+1).$$

При синтезе однородных вычислительных сред [2] из функциональных $F_1 = \bar{X}_1, F_2 = X_1 X_2, F_3 = X_1 + X_2$ и соединительных 0, D, P элементов для реализации любой логической функции от n переменных $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на основе представления в виде СДНФ требуется суммарное число элементов (L), где $L \leq 16(n-1)2^n + 8 \cdot 2^n = 8 \cdot 2^n (2n-1)$. При $n \geq 3$ приблизительно можно считать, что $2n-1 \approx 2n$ и $L \approx 16n \cdot 2^n$. Это число снижается почти вдвое, если применяется моделирование функции f или \bar{f} в СДНФ с числом конъюнктивных членов, меньшим или равным $\frac{2^n}{2}$. Тогда $L \approx \frac{16n \cdot 2^n}{2} = 8n \cdot 2^n$. Так как для настройки любого элемента на одну из функций $F_1, F_2, F_3, 0, D, P$ требуется минимум 3 бита информации, то общее количество информации, требуемой для настройки среды на реализацию одной

любой булевой функции, равно $I = 3 \cdot 8n \cdot 2^n = 24n \cdot 2^n$ бит. Число функций, приходящееся на 1 бит информации, равно $c = \frac{2^{2^n}}{24 \cdot n \cdot 2^n}$ функций/бит, а информационная избыточность равна

$$K = \frac{24n \cdot 2^n}{2^n} = 24 \text{ н.}$$

Аналогично этому для простейших решетчатых структур [3] количество информации, требуемой для настройки структуры на реализацию одной из 2^{2^n} булевых функций, ориентировочно равно $I \approx 27n \cdot 2^n$ бит, а информационная избыточность равна $K = \frac{27 \cdot n \cdot 2^n}{2^n} = 27n$. Каждый элемент такой структуры предельно простой, принимает два состояния и поэтому требует для своей настройки количество информации, равное 1 бит.

Из сравнения информационной емкости и избыточности рассмотренных структур следует, что однородная универсальная структура из 2-входовых универсальных элементов (рис.3,4) требует для своей настройки почти такую же информационную емкость и информационную избыточность, как и двумерная решетчатая структура из разрывных ячеек, и значительно (в 24 или 27 раз) меньшую, чем вычислительная среда и простейшая решетчатая структура. Это говорит о том, что при построении универсальных комбинационных схем в информационном отношении предпочтение следует отдавать структурам с более сложными элементами (ячейками), каждая из которых обладает большой логической гибкостью (эффективностью) и настраивается на реализацию всех или большего количества булевых функций от двух переменных, т.е. реализуют логически более эффективный оператор.

Однородная универсальная структура с относительно простыми и логически малоэффективными элементами (простейшая решетчатая структура, вычислительная среда), каждая из которых реализует простые операторы в виде одной, двух или трех булевых функций от двух переменных, требует для реализации различных логических схем большего количества элементов и настроечной информации, чем структура с более сложными, но логически эффективными элементами. Дело в том, что даже для реализации любой функции от двух переменных необходимо несколько простых и малоэффективных элементов, выполняющих логические и соединительные функции. При выполнении логических устройств на интегральных схемах, с точки зрения надежности и экономичности, основное значение имеет общее количество затраченных логических элементов при заданном числе их внешних выводов, а не

схемная сложность самого логического элемента. Таким образом, при построении универсальных и однородных логических устройств на интегральных схемах предпочтение следует отдавать более сложным и логически (и информационно) более эффективным элементам.

Л и т е р а т у р а

1. R.C.Minnick. Cutpoint cellular logic.- IEEE Trans. on Electronic Computer, 1964, vol. 13, N 6.
2. Э.В. Евреинов. Теоретические основы построения универсальных вычислительных сред. Вычислительные системы. Новосибирск, 1965, вып. 16,
3. И.П. Егоров, М.А. Ускач. Способ реализации элементов и узлов электронных устройств на решетчатых структурах. - Новые бесконтактные электронные устройства, М., Моск. дом научно-технич. пропаганды, вып. I, 1966 г.