

ЗАДАЧА КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ КРУПНОМАСШТАБНОГО ПРОЕКТА В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ: ОПЫТ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Э.Х.Гимади, Н.М.Пузынина

Применение математических методов к исследованию крупномасштабных процессов планирования и управления в народном хозяйстве приводит к необходимости рассмотрения широкого класса задач календарного планирования в условиях ограниченных ресурсов.

К ярким примерам таких крупных проектов можно отнести планирование строительства Байкало-Амурской железнодорожной магистрали и хозяйственного освоения ее зоны, планирование и освоение Западно-Сибирского нефтегазового комплекса и т.п. В математическом плане задачи календарного планирования могут быть описаны в терминах теории расписаний [4, 5]. Известно, что даже достаточно упрощенные формулировки задач теории расписаний приводят к полиномиально-полным проблемам [5]. Поэтому целесообразно для таких задач пытаться строить малотрудоемкие приближенные алгоритмы с оценками отклонения приближенного решения от точного [3]. При построении излагаемого ниже алгоритма решения задачи календарного планирования в условиях ограниченных ресурсов авторы стремились к этой реализации.

Задачи календарного планирования часто возникают в разных областях народного хозяйства и поэтому поиск эффективных методов их решения является очень актуальным. К настоящему времени уже накоплен некоторый опыт решения подобных задач, однако известные авторам, как правило, страдают по крайней мере одним из трех следующих недостатков: либо они относятся к классу PERT-TIME, т.е. предполагают случай неограниченных ресурсов; либо алгоритмы, будучи эвристическими, не позволяют оценить, насколько близко к оптимальному полученное решение; либо возможности алгоритмов ограничены задачами небольшой размерности.

Описываемое ниже математическое обеспечение в значительной степени свободно от перечисленных ниже недостатков; оно предназначено для решения задачи планирования крупномасштабных проектов и достаточно универсально. Алгоритмы доведены до практически действующего программного обеспечения, которое применялось в разные годы для решения ряда конкретных народнохозяйственных задач, в том числе и для упомянутых выше проектов.

Приведем математическую постановку задачи.

Пусть ориентированный граф $G=(X, U)$ представляет собой совокупность элементов и взаимосвязей программы; U - множество дуг-работ, X - множество вершин-событий сетевой модели.

Множество U состоит, во-первых, из фактических работ, требующих для своего выполнения ресурсов некоторых типов из множества $\{1, 2, \dots, M\}$, во-вторых, из фиктивных работ и работ-ожиданий, не потребляющих никакого ресурса и не выпускающих продукции.

Здесь и далее под словом "ресурсы" подразумеваются не только ресурсы, потребляемые работой, но и различные виды производимой ею продукции.

Для каждой работы $u \in U$ задаются коды ее начального x_u и конечного y_u событий, а также ее длительность τ_u (для всех работ, кроме фиктивных)^{*}. Кроме того, для каждой фактической работы задаются профили потребления ресурсов (или выпуска продуктов) на интервале ее выполнения. Информация о каждом профиле работы включает в себя тип V ресурса, его категорию K , объем ресурса, тип W профиля, т.е. вид функции потребления (выпуска) ресурса, который задается указанием его номера из некоторого конечного множества, а также указываются продолжительность τ'' профиля и задержка τ' его начала по сравнению с началом всей работы u . Кроме того, указывается совокупность признаков, характеризующих данную работу u в целом (например, приоритет, принадлежность к определенной отрасли, территориально-промышленному комплексу, подрядчику).

В каждый год выделенного интервала планирования задаются ограничения на объемы расходования лимитированных ресурсов и объемы выпуска целевой продукции.

Из множества вершин сетевой модели выделено подмножество X^{AIP} целевых (директивных) событий, для каждого из которых задан директивный срок его выполнения. Все работы, входящие в директивное событие $x \in X^{AIP}$ должны быть закончены не позже момента T_x^{AIP} .

Динамика потребления ресурсов и выпуска продукции на интервале выполнения каждой работы задается функцией распределения. Все типы функций, использованные в сетевой модели, сведены к стандартизованному виду, требующему задание значений 5 коэффициентов.

Совокупность моментов начал $\{t_u\}_{u \in U}$ выполнения работ называется допустимым календарным планом (расписанием), если:

- 1) соблюдается технология выполнения работ:

$$t_u + \tau_u \leq t_v$$

для любой пары работ $u, v \in U$ такой, что $x_u = y_v$;

- 2) выполняются директивные сроки:

^{*} В случае модульного варианта программы шифры конечных событий работ, входящих в каждый конкретный модуль, генерируются автоматически программным путем.

$$t(x) \leq T_x^{AUP}, \quad x \in X^{AUP},$$

где $t(x)$ – момент свершения события x ;

3) имеющихся в наличии в каждый момент времени ресурсов каждого типа достаточно для выполнения всех работ, выполняемых в данный момент;

4) задания по выпуску конечной продукции выполняются в каждый момент планового периода.

Требуется найти допустимое расписание η^* минимальной длительности, т.е. такое, при котором достигает минимума целевая функция

$$T(\eta) = \max_{u \in U} (t_u + \tau_u) \rightarrow \min_{(\eta)}.$$

Кроме того, среди всех допустимых расписаний минимальной длительности требуется найти такое расписание, при котором выполняется один из следующих трех критериев:

1) Динамика потребления (выпуска) ресурсов по возможности меньшим образом отличается от предлагаемой динамики лимитированных ресурсов (потребляемых или производимых), т.е. достигает минимума целевая функция

$$\sum_{v \in \Theta} \sum_{t=1}^{T^*} |R_t^v - \rho_t^v(\eta)| \rightarrow \min_{\eta \in \{\eta^*\}},$$

где R_t^v – суммарный объем заданных, а $\rho_t^v(\eta)$ – потребленных (произведенных) ресурсов v -го типа в момент t ; Θ – множество типов ограниченных ресурсов; $T^* = T(\eta^*)$.

2) Динамика потребления (выпуска) ресурсов по возможности меньшим образом отличается от сглаженной допустимой динамики ограниченных ресурсов, т.е. достигает минимума целевая функция предыдущего критерия, где R_t^v – объем сглаженных допустимых ограниченных ресурсов v -го типа в момент t , который также должен быть найден в процессе работы алгоритма. Под сглаженной амплитудой здесь понимается динамика, график которой представляет собой кривую непрерывную кривую, проведенную в пределах интервала планирования внутри допустимой области, ограниченной графиками верхней и нижней интегральных оценок допустимых динамик потребления ресурсов.

3) Сумма приведенных интегральных затрат достигает минимального значения. Предполагается, что в этом случае исходная информация включает в себя только ограничения на ресурсы складываемого типа.

Для решения сформулированной задачи разработан малотрудоемкий алгоритм [1, 2], реализованный для случая как складываемых, так и нескладываемых ресурсов с учетом директивных сроков и предусматривающий возможность использования либо обычного, либо модульного принципа задания исходной информации.

Алгоритм условно можно разделить на две части: предварительную и основ-

ную. Предварительная часть состоит из ввода и преобразования исходной информации к рабочему виду и контроля правильности ее задания. Она включает в себя пункты:

- а) ввод исходной информации; в случае необходимости одновременно происходит преобразование исходной информации, имеющей модульную структуру, к рабочему виду, пригодному для работы алгоритма;
- б) натуральная перенумерация исходных шифров событий сетевой модели и составление словаря соответствия новых шифров событий исходным;
- в) проверка наличия контуров и висячих вершин в сетевой модели, при наличии таковых они выдаются на печать для внепрограммного направления;
- г) вычисление рангов вершин-событий, а также наиболее ранних моментов начал работ и критического времени завершения проекта $T_{кр}$ при снятии ограничений на ресурсы.

Основная часть алгоритма – построение искомого расписания – включает в себя:

- п.1. Вычисление наиболее поздних моментов свершения событий и проверку допустимости директивных сроков.
- п.2. Вычисление графика потребления ресурсов для наиболее позднего расписания и проверку его допустимости. Построение таблиц верхних и нижних оценок динамики потребления ограниченных ресурсов.
- п.3. Вычисление длины \tilde{T} оценочного расписания $\tilde{\eta}$ с использованием метода дихотомии и нахождение самого этого расписания (под оценочным расписанием понимается допустимое расписание возможно меньшей длины в предположении складированности всех ресурсов).
- п.4. Отыскание допустимого расписания исходной задачи.
- п.5. Вывод результатов счета.

Суть работы основной оптимизационной части алгоритма может быть представлена в виде двух этапов (п.п. 3 и 4).

Результатом работы первого этапа является оценочное расписание. Остановимся подробнее на процессе его отыскания.

Можно показать, что длительность T^* оптимального расписания независимо от характера используемых ресурсов при конкретно заданных ограничениях на директивный срок окончания проекта лежит в пределах $[T_{кр}, T_{max}]$, где $T_{max} = \min\{T_{кр} + P, T_{\beta}^{dir}\}$, P – длина периода, в котором имеются ограничения на использование ресурсов и выпуск продукции, T_{β}^{dir} – директивный срок свершения конечного события сетевой модели.

Отсюда следует возможность построения алгоритма отыскания оценочного расписания $\tilde{\eta} = \{\tilde{t}_i\}_{i \in U}$ с использованием метода дихотомии. При этом, задавшись максимально допустимой величиной погрешности ε длительности оценочного расписания, мы найдем расписание с длительностью $\tilde{T}_{\varepsilon} \leq \tilde{T} + \varepsilon$ за число итераций,

не превышающее $\log_2(\frac{P}{\varepsilon})$. В каждой итерации проверяется выполнение условий (3)-(4) при выбранном значении T . В случае невыполнения условий хотя бы для одного $t=1, \dots, T$, $u=1, \dots, M$ величина T увеличивается, а при выполнении всех условий — уменьшается, причем процесс обрывается, как только найдется значение T_ε с допустимым расписанием, а разность между этим значением длины расписания и последним значением T , при котором расписание было недопустимым, станет меньше или равным ε .

Общая трудоемкость отыскания оценочного расписания, включая предварительную часть, в случае $\varepsilon \leq P/N$ зависит от числа работ N сетевой модели как функция порядка $N \log_2 N$.

На втором этапе ищется допустимое расписание $\eta = \{t_u\}_{u \in U}$ исходной задачи, в которой имеют место ограничения как на складываемые, так и на нескладываемые ресурсы.

При этом возникает аналог задачи об упаковке [5] N штук m -мерных деталей в m -мерные ящики ($m=|O|$) с некоторыми дополнительными условиями, суть которой применительно к нашей постановке заключается в следующем: требуется так разместить N работ на временной оси, чтобы выполнялись ресурсные ограничения и время выполнения проекта было по возможности минимальным. Для решения этой задачи применяется известный FFD-алгоритм [5], в котором список работ U упорядочен по невозрастанию их весов (с помощью весовой функции $f(u)$) и работы берутся из списка U последовательно и помещаются на временной оси в самое раннее время, подходящее по ресурсным ограничениям. Заметим, что в том случае, когда все работы независимы, имеют единичные длительности и задан единственный ограниченный ресурс, справедлива следующая оценка [5]:

$$T_{FFD} \leq \left[\frac{11}{9} T^* \right],$$

где T_{FFD} — длительность расписания, полученного FFD-алгоритмом.

Опишем алгоритм несколько подробнее. Все работы упорядочиваются по значениям приоритетной функции $f(u)$ динамического упорядочения работ $u \in U$ и последовательно накладываются на календарь. После наложения на календарь K работ, $0 < K < N$, определяется возможно меньший момент начала $(K+1)$ -й по порядку работы, причем пока $t_u \leq \tilde{t}_u$ для уже наложенных на календарь работ, начала всех работ, кроме $(K+1)$ -й, считаются закрепленными и равными t_u для всех наложенных работ и \tilde{t}_u для оставшихся работ. Как только для очередной накладываемой работы момента $t_u \leq \tilde{t}_u$ найти не удалось, закрепленными считаем моменты начала лишь тех работ, которые уже наложены на календарь.

Наложение работ на календарь осуществляется после получения правого оптимального расписания в предположении складываемости всех ресурсов (т. е. оценочного расписания). При этом происходит сдвиг моментов начал работ на

возможно более ранние сроки, допустимые по ограничениям как на складываемые, так и нескладываемые типы ресурсов с тем, чтобы по возможности уменьшить невязку между предлагаемыми ресурсами и затратами, полученными для рекомендуемого расписания.

В результате работы алгоритма формируется календарное расписание с апостериорной оценкой точности полученного решения за время, имеющее степенную зависимость от параметров N, P, M , причем наиболее эффективен алгоритм при условии складываемости всех ресурсов – в этом случае он позволяет находить асимптотически точное решение, т.е. он находит расписание, длительность которого отличается от оптимального не более чем на $\varepsilon \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$; $\varepsilon = O(\frac{P}{N})$.

Разработанное алгоритмическое обеспечение является достаточно гибким инструментом для решения задач календарного планирования в том смысле, что с его помощью весьма простыми и удобными для пользователя способами можно генерировать различные модификации алгоритмов и формировать приближенные решения в зависимости от цели исследования и специфики конкретной рассматриваемой задачи сетевого моделирования. Вот один из таких приемов: посредством изменения функции упорядочения работ в процессе наложения их на календарь можно получать различные варианты приближенных решений изучаемой задачи. Указанная функция упорядочения строится как взвешенная сумма наиболее раннего и наиболее позднего моментов начала работы, ее ранга, резерва, объема работы, приоритета и так далее. Для выбора нужного вида этой функции пользователю достаточно в исходной информации задать необходимые значения соответствующих компонентов управляющего массива ПП.

Программное обеспечение создано на алгоритмическом языке АЛГОЛ с применением современных диалоговых систем "ПУЛЬТ", "СЕРВИС", "КРАБ" на ЭВМ БЭСМ-6. Для удобства использования обеспечения разработана подробная "Инструкция пользователю программой СИБИРЬ", выдаваемая по системному приказу в виде машинной распечатки – листинга.

Используемые диалоговые системы предназначены для управления с выносного пульта (терминала типа ВИДЕОТОН) процессами трансляции, отладки программы и счета на машине БЭСМ-6.

В распоряжении пользователя имеется архив, который служит для хранения текстов программ и массивов информации. Имеется возможность записывать в архив и редактировать программы в произвольной системе программирования, доступной пользователю машины БЭСМ-6.

Программы, информационные массивы, текст "Инструкции пользователю программы СИБИРЬ" хранятся в архиве или базах данных, и связь с ними осуществляется простыми и удобными для пользователя способами. Инструкция может быть распечатана на бумагу постранично с помощью одного системного приказа.

Пользователь может ввести с терминала в архив новые программы или данные, может записать в свою библиотеку программы и данные, уже существующие

на перфокартах, а также использовать программы, записанные на магнитных лентах. Пользователь, работая за терминалом, может подвергнуть любым построчным или контекстным изменениям информацию, записанную в архив, или запустить задачу на трансляцию и счет в пакетном режиме. Кроме того, имеется возможность для непосредственной связи и управления программой в диалоговом режиме, а также для отладки программы и ее детального исследования.

Зная элементарные основы пользования современными диалоговыми системами типа "ПУЛЬТ", "СЕРВИС" и "КРАБ", как показывает опыт общения с пользователями программы "СИБИРЬ", можно за достаточно короткий срок освоить разработанное программное обеспечение, т.е. научиться задавать и корректировать исходную информацию, записывать ее в архив или базу данных и вызывать оттуда, выбирать нужный состав таблиц и параметров, распечатывать инструкцию, формировать пакетные задачи и осуществлять с их помощью расчеты, и так далее.

Исследуемая задача календарного планирования имеет характерную особенность: трудности, связанные с ее решением, быстро возрастают с ростом размерности задачи. Однако для многих реальных практических задач, связанных с реализацией крупных проектов, необходимо осуществлять расчеты на больших информационных массивах, что вызывает необходимость в разработке специальных алгоритмов и программ для таких задач. В связи с этим при создании предлагаемого математического обеспечения было затрачено много усилий на преодоление трудностей, сопряженных с большой размерностью задачи, которые носят не только алгоритмический и программистский характер, но связаны также с практическим использованием разработанного программного комплекса в качестве инструмента для решения конкретных прикладных задач.

Для максимального использования внутренних резервов памяти ЭВМ в программе "СИБИРЬ" используются различные способы плотного хранения информации, и среди них динамическое распределение памяти, модульный принцип задания исходной сетевой модели, разнообразные склейки исходной и рабочей информации, применяемые с целью наиболее полной загрузки каждой ячейки используемой машинной памяти.

В программном обеспечении предусмотрены экономный доступ к информации, а также организация быстрой и удобной записи и корректировки исходной информации.

При работе с крупными сетевыми моделями пользователи зачастую сталкиваются со специфическими проблемами, связанными с необходимостью обозреть, учесть и корректно задать большие объемы информации. При задании сетевого графика, как правило, требуется так зашифровать его вершины-события, чтобы их шифры являлись натуральными числами от 1 до N_c , где N_c – число событий сети. При большом сетевом графике сделать это почти невозможно, поскольку он

генерируется по частям и постоянно модифицируется. Тем более сложно исключить из рассмотрения (или, напротив, включить) некоторые события, так как это требует немедленной перенумерации вершин всей сети. Не менее трудно крупный сетевой график задать корректно, т.е. так, чтобы в нем не было циклов и висячих вершин, чтобы директивные сроки не нарушали технологических ограничений, а ресурсные ограничения не вступали в противоречие с директивными сроками, и тому подобное.

В связи с вышеизложенным для облегчения работы пользователей при разработке программ целесообразно предусмотреть возможности автоматического контроля правильности задания исходной информации, что и было учтено при создании предлагаемого математического обеспечения. В программу "СИБИРЬ" включен блок проверки корректности исходных данных, в котором осуществляется автоматическая проверка правильности задания информации, производится натуральная перенумерация исходных шифров событий сети, при необходимости происходит автоматическая корректировка исходной информации или (по желанию пользователя) выдаются на печать ошибки, допущенные при ее задании. Сделанные программой корректировки также выдаются на печать для дополнительного внепрограммного анализа. С той же целью предусмотрена возможность работы программы в режиме как обычного, так и модульного представления информации о произвольном подмножестве объектов, входящих в состав сетевой модели.

В настоящее время программный комплекс может использоваться на информационных массивах, позволяющих учитывать до 100 отраслей, 100 территориально-производственных комплексов (узлов) и 50 подрядчиков; число номенклатур ресурсов, работ и событий, период планирования и другие параметры ограничиваются только внутренними возможностями используемой ЭВМ и внешних устройств хранения информации.

На информации, содержащей 44 типа ресурса, 15 отраслей, 11 ТПК и несколько тысяч работ, при периоде планирования в 30 лет, программа работает на ЭВМ БЭСМ-6 от 5 до 10 минут в зависимости от состава требуемых таблиц и связанных с этим вычислений.

Как показывает опыт, накопленный при решении с помощью описанного программного обеспечения конкретных народнохозяйственных задач, обычно не приходится использовать одновременно всю совокупность сервисных и программных возможностей обеспечения. В зависимости от цели исследования на разных этапах решения задачи целесообразно подключить лишь некоторые режимы работы программы. Например, на этапе корректировки исходной информации имеет смысл подключить блок проверки исходных данных, режимы вычисления и выдачи на печать таблицы исходных и исправленных директивных сроков, выдачи на печать части исходной информации и различных ее характеристик, а также возможных диагнозов корректности задания тех или иных ее параметров.

Для формирования обоснованных ресурсных ограничений на ранних этапах исследования задачи полезно вычислять таблицы верхних и нижних оценок динамик потребления ресурсов, которые задают область допустимых затрат ресурсов по всем годам планового периода.

При поиске приемлемого варианта решения задачи часто нет необходимости вычислять одновременно таблицу-расписание и график Ганта, тем более что это требует значительных затрат машинного времени и бумаги (особенно при большом числе работ в сетевой модели). В этом случае можно вычислять только одну из этих таблиц или выдавать их на печать при проведении повторных расчетов.

На этапе анализа выбранных вариантов решений целесообразно подключать режимы вычисления таблиц общей динамики потребления ресурсов и ее разрезов по отраслям, ТПК, подрядчикам, таблицы-расписания и тому подобное.

Как уже упоминалось выше, набор тех или иных режимов работы программы, а также выдача на печать нужного состава таблиц, информации, параметров и диагностик осуществляется с помощью управляющего массива ПП.

Работа над математическим и программным обеспечением продолжается, оно совершенствуется, происходит учет новых факторов и условий. Одна из версий программы "СИБИРЬ" в настоящее время реализована в системе ФОРТРАН ЕС ЭВМ.

Информационное обеспечение для задач планирования строительства БАМ, хозяйственного освоения зоны БАМ и Западно-Сибирского нефтегазового комплекса, а также экономический анализ результатов счета осуществляются сотрудниками Института экономики и организации промышленного производства СО АН СССР.

Поступила в ред.-изд.отдел

18 августа 1983 г.

Л и т е р а т у р а

1. Гимади Э.Х., Пузынина Н.М., Севастьянов С.В. О некоторых экстремальных задачах реализации крупных проектов типа БАМ. - В кн.: Экономика и математические методы. М., 1979, вып 5, с. 1017-1020.
2. Gimadi E.Kh. On some optimization problems of large projects planning and control. IFIP Abstracts. 9th IFIP Conference on Optimization Techniques, Warsaw, 1979, p. 78-79.
3. Гимади Э.Х., Глебов Н.И., Перепелица В.А. Алгоритмы с оценками для задач дискретной оптимизации. - В кн.: Проблемы кибернетики, 1975, вып. 31, с. 35-42.
4. Гимади Э.Х., Глебов Н.И., Перепелица В.А. Исследования по теории расписаний. - В кн.: Управляемые системы. - Новосибирск, 1974, вып. 12, с. 3-10.
5. Graham R.L., Lawler E.L., Lenstra J.K., Rinnooy Kan A.H.G. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. - Annals of Discrete mathematics, 1979, p. 287-326.