Управляемые системы, ИМ СО РАН, 1993 г., вып. 31

УДК 519.8

О СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЙ И АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМАХ ИХ РЕШЕНИЯ

Ю.Н.Сотсков

Рассматриваются сетевые модели многостадийных обслуживающих систем с последовательными и параллельными приборами. Для решения задач построения оптимальных расписаний практической размерности предлагается использовать адаптивные алгоритмы, которые можно настраивать на специфические условия применения. Используемая терминология по теории расписаний соответствует принятой в [1], а по теории графов - в [2]. Доказательства приведенных утверждений содержатся в [1, 5 - 8].

1. Последовательные приборы

Пусть в детерминированной обслуживающей системе, состоящей из множества приборов $M = \{1, 2, \dots, M\}$, необходимо выполнить множество операций $Q = \{1, 2, \dots, q\}$. Каждая операция $i \in Q$ представляет собой непрерывный процесс обслуживания некоторого требования соответствующим прибором. Каждый прибор выполняет не более одной операции одновременно.

Известны длительности выполнения операций, длительности пусконаладочных, переналадочных и транспортных работ. На множестве операций задано отношение строгого порядка, регламентирующее возможную последовательность их выполнения. Может быть указана необходимость совмещения во времени процессов выполнения некоторых операций, ограничения на суммарную продолжительность операций и т.п.

Пусть перечисленные параметры и ограничения представлены в виде обобщенной детерминированной временной модели [3], т.е. в виде взвешенного ориентированного графа (Q, U), где Q - множество вершин (операций), а U - множество дуг, каждой из которых $(i, j) \in U$ приписано действительное (возможно, отрицательное) число a_{ij}.

Поскольку прерывания операций не допускаются, то расписание функционирования такой обслуживающей системы однозначно определяется вектором $S = (t_1, t_2, \dots, t_q)$ моментов t_i, $t_i \geq 0$, начала выполнения операций $i \in Q$. Расписание S будем называть допустимым относительно (Q, U), если для каждой дуги $(i, j) \in U$ выполняется условие

$$t_j - t_i \geq a_{ij} . \qquad (1)$$

В этом пункте будем предполагать, что все приборы множества $\underline{M}$ различные (последовательные), причем для каждой операции $i \in Q$ заранее известно, каким прибором из множества $\underline{M}$ она должна выполняться.

Построим смешанный граф $G = (Q, U, V)$, добавив в ориентированный граф (Q, U) множество ребер V: ребро $[i, j]$ принадлежит V тогда и только тогда, когда операции i и j должны выполняться одним и тем же прибором. Каждому ребру $[i, j] \in V$ припишем пару весов $a_{ij} > 0$ и $a_{ji} > 0$. Значение a_{ij} (соответственно a_{ji}) равно наименьшей из допустимых длительностей интервала времени между началом операции i и началом операции j, если первой из них выполняется операция i (операция j). Поскольку прибор не может выполнять две и более операции одновременно, то для каждого ребра $[i, j] \in V$ должно иметь место одно из двух соотношений:

$$t_j - t_i \geq a_{ij} \quad \text{или} \quad t_i - t_j \geq a_{ji} . \qquad (2)$$

Таким образом, расписание $S = (t_1, t_2, \ldots, t_q)$ <u>допустимо</u> относительно G, если условие (1) выполняется для всех дуг $(i, j) \in U$, а условие (2) – для всех ребер $[i, j] \in V$. Допустимое относительно G расписание S будем называть <u>оптимальным</u>, если заданный не убывающий по каждому аргументу целевой функционал $F(x_1, x_2, \ldots, x_q)$ принимает при $x_i = t_i$, $i \in Q$, наименьшее значение среди всех допустимых относительно G расписаний. Такой критерий оптимальности расписаний принято называть <u>регулярным</u> [1, 4].

Пусть $\bar{P}(G)$ – множество всех ориентированных графов, порождаемых смешанным графом G в результате замены каждого ребра $[i, j]$ дугой (i, j) с весом a_{ij} или дугой (j, i) с весом a_{ji}. Под <u>весом</u> пути или контура будем подразумевать сумму весов дуг, входящих в этот путь или контур.

Для поиска оптимального расписания при любом регулярном критерии достаточно ограничиться рассмотрением множества <u>активных</u> расписаний [1], причем существует взаимно однозначное соответствие между множеством всех активных расписаний, допустимых относительно G, и множеством $P(G)$, $P(G) \subseteq \bar{P}(G)$, ориентированных графов, не содержащих контуров положительного веса. Следовательно, для мощности $|P(G)|$ множества $P(G)$ выполняется соотношение

$$0 \leq |P(G)| \leq 2^{|V|} . \qquad (3)$$

Ниже приведены некоторые утверждения относительно сложности определе-

ния условий, при которых величина $|P(G)|$ принимает свои экстремальные значения, т.е. когда в соотношении (3) имеют место знаки равенства. В [5] доказана следующая

Теорема 1. Задача проверки условия $|P(G)| = 2^{|V|}$ является $co\text{-}NP$-полной.

Если в графе G нет неположительных весов дуг, то $|P(G)| = 0$ тогда и только тогда, когда в графе (Q, U) имеется контур, причем проверить это условие и построить допустимое относительно бесконтурного графа G расписание можно за $O(q^2)$ элементарных действий [1, 6]. В общем случае $P(G) = \emptyset$, если (Q, U) содержит контур положительного веса. Если же (Q, U) бесконтурный граф, то $P(G) \neq \emptyset$. В [6] доказана следующая

Теорема 2. Задача проверки условия $P(G) = \emptyset$ является NP-трудной в сильном смысле даже в том случае, когда только одной дуге смешанного графа G приписан отрицательный вес, а веса остальных дуг положительны.

Приведенные утверждения показывают, что построение допустимого расписания (не говоря уже об оптимальном) в общем случае представляет собой довольно сложную задачу. И тем не менее описанная система обслуживания требует дальнейшего обобщения для того, чтобы учитывать характерные особенности практических задач оперативно-календарного планирования.

2. Последовательные и параллельные приборы

Пусть в отличие от предыдущего пункта множество приборов $\underline{M} = \{1, 2, \ldots, M\}$ разбито на m попарно непересекающихся непустых подмножеств $\underline{M}_1, \underline{M}_2, \ldots, \underline{M}_m$. Каждое множество $\underline{M}_K$, $K = \overline{1, m}$, состоит из одинаковых (параллельных) приборов типа K. Пусть Q_K - подмножество операций Q, выполняемых приборами типа K. Для выполнения отдельной операции требуется один прибор или одновременно несколько приборов разных типов, т.е.

$$Q = \bigcup_{K=1}^{m} Q_K$$

и, возможно, $Q_K \cap Q \neq \emptyset$ при некоторых $K \neq l$, $1 \leq K \leq m$, $1 \leq l \leq m$. При выполнении операции $i \in Q_K$ может быть использован любой из приборов множества $\underline{M}_K$. В задаче требуется:

- определить число z_K приборов множества $\underline{M}_K$, используемых в процессе выполнения операций Q_K, $1 \leq z_K \leq |\underline{M}_K|$, $K = \overline{1, m}$;

- распределить операции множества Q_K, $K = \overline{1, m}$, по этим приборам (т.е. разбить множество Q_K на z_K попарно непересекающихся непустых подмножеств $(Q_K^1, Q_K^2, \ldots, Q_K^{z_K})$;

- построить расписание выполнения операций множества Q (т.е. для каждой операции $i \in Q$ указать момент ее начала $t_i \geq 0$).

При этом значение заданного неубывающего по каждому аргументу целевого функционала $\Phi(t_1, t_2, \dots, t_q, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m)$ должно быть минимальным.

Построим взвешенный смешанный мультиграф $G=(Q,U,V)$, где (Q,U) - обобщенная детерминированная временная модель, а ребро $[i,j]^K$ принадлежит множеству V тогда и только тогда, когда $i \in Q_K$ и $j \in Q_K$. Таким образом, кратность ребра, инцидентного вершинам i и j, равна числу типов приборов, каждый из которых требуется для выполнения как операции i, так и операции j. В частности, если $|Q_K \cap Q_\ell| \leq 1$, $K \neq \ell$, то кратность каждого ребра графа G не превосходит единицы. Каждому ребру $[i,j]^K \in V$ приписана пара весов $a_{ij} > 0$ и $a_{ji} > 0$ с аналогичным предыдущему пункту смыслом значений.

Если операции i и j, принадлежашие множеству Q_K, назначены на один и тот же прибор множества $\underline{M}_K$, то в зависимости от порядка их выполнения должно иметь место одно из двух неравенств (2). При этом ребро $[i,j]^K \in V$ заменяется дугой $(i,j)^K$ веса a_i или дугой $(j,i)^K$ веса a_{ji} соответственно.

Если операции i и j, принадлежащие множеству Q_K, назначены на разные приборы множества $\underline{M}_K$, то не требуется выполнения условия (2). В этом случае ребро $[i,j]^K$ удаляется.

Выбирая последовательно ребра мультиграфа G и применяя к каждому из них $[i,j]^K$ одно из трех возможных преобразований (а именно удаление ребра, замену его дугой $(i,j)^K$ веса a_{ij} или дугой $(j,i)^K$ веса a_{ji}), получаем последовательность $\alpha = (\alpha_1^{h_1}, \alpha_2^{h_2}, \dots, \alpha_{|V|}^{h_{|V|}})$ преобразований мультиграфа G. Здесь $\alpha_\ell^{h_\ell}$ означает, какое ребро $[i,j]^K$ выбрано из множества V на ℓ-м шаге, $1 \leq \ell \leq |V|$, и какое из преобразований $h_\ell \in \{1,2,3\}$ к нему применено:

$$h_\ell = \begin{cases} 1, \text{ если ребро } [i,j]^K \text{ удалено;} \\ 2, \text{ если ребро } [i,j]^K,\ i<j, \text{ заменено дугой } (i,j)^K; \\ 3, \text{ если ребро } [i,j]^K,\ i<j, \text{ заменено дугой } (j,i)^K. \end{cases}$$

Ориентированный мультиграф, полученный из G в результате последовательности преобразований α, обозначим через $G[\alpha] = (Q, U[\alpha])$. Нетрудно увидеть, что порядок следования ребер $[i,j] \in V$ в последовательности α не влияет на мультиграф $G[\alpha]$, и в дальнейшем будем различать последовательности преобразований α с точностью до порядка следования их элементов.

Каждый выбор чисел $\tau_K (1 \leq \tau_K \leq m_K,\ K=\overline{1,m})$ приборов множе-

ства $\underline{M}_K$, каждое распределение операций Q_K по выбранным приборам

$$\left(Q_K = \bigcup_{r=1}^{r_K} Q_K^r,\ Q_K^r \cap Q_K^\rho = \emptyset,\ r \neq \rho,\ r = \overline{1, r_K},\ \rho = \overline{1, r_K} \right)$$

и каждое допустимое расписание выполнения операций Q соответствующими приборами очевидным образом определяет (причем однозначно) некоторый мультиграф $G[\alpha]$. Обратное, вообще говоря, неверно. В [7, 8] доказана следующая

Теорема 3. Преобразования α являются допустимыми для мультиграфа G (т.е. определяют распределение операций по приборам и расписание выполнения операций соответствующими приборами) тогда и только тогда, когда мультиграф $G[\alpha]$ удовлетворяет условиям:

1) мультиграф $G[\alpha]$ не содержит контуров положительного веса;

2) для каждого $K = \overline{1, m}$ число $r_K[\alpha]$ компонент связности графа $(Q_K, U_K[\alpha])$ не превосходит $|\underline{M}_K|$;

3) каждая компонента связности графа $(Q_K, U_K[\alpha])$, $K = \overline{1, m}$, является турниром (т.е. полным ориентированным графом).

Через $R[G]$ обозначим множество всех мультиграфов $G[\alpha]$, для которых выполняются условия 1 - 3 теоремы 3. Следуя [8], нетрудно показать, что каждым графом $G[\alpha] \in R[G]$ однозначно определяются число $r_K[\alpha]$ приборов множества $\underline{M}_K$, $K = \overline{1, m}$, единственное (с точностью до нумерации приборов) распределение операций множества Q_K по $r_K[\alpha]$ приборам, $K = \overline{1, m}$, и единственное активное расписание выполнения операций соответствующими приборами. При этом расписании [3] значение t_i равно <u>наиболее раннему сроку</u> $t_i(Q, U[\alpha])$ завершения операции i относительно графа $(Q, U[\alpha])$, а значение целевого функционала равно $\Phi(G[\alpha]) = \Phi(t_1(Q, U[\alpha]), t_2(Q, U[\alpha]), \dots, t_q(Q, U[\alpha]); r_1[\alpha], r_2[\alpha], \dots, r_m[\alpha])$.

Таким образом, рассматриваемая в этом пункте задача сводится к построению оптимального мультиграфа $G[\alpha^*] \in R(G)$, т.е. такого мультиграфа, которому соответствует наименьшее значение $\Phi(G[\alpha^*])$ целевого функционала $\Phi(G[\alpha])$.

Нетрудно убедиться в том, что если $|\underline{M}_1| = |\underline{M}_2| = \dots = |\underline{M}_m| = 1$, то множество $P(G)$ совпадает с множеством $R(G)$.

3. Графы ресурсов

При конструктивном подходе к поиску α^* желательно располагать условиями, при которых заданная частичная последовательность $\alpha^1 = (\alpha_1^{h_1}, \alpha_2^{h_2}, \dots, a_\ell^{h_\ell})$, $\ell < |V|$, может быть достроена до полной допустимой последова-

тельности

$$\alpha = (\alpha^1, \alpha_{\ell+1}^{h_{\ell+1}}, \alpha_{\ell+2}^{h_{\ell+2}}, \dots, \alpha_{|V|}^{h_{|V|}}).$$

Последовательности α^1 и числу K, $1 \le K \le m$, поставим в соответствие вспомогательный псевдограф $H_K[\alpha] = (Q_K[\alpha^1], V_K[\alpha^1])$, который будем называть графом ресурсов, поскольку он определяет распределение операций Q_K по приборам (ресурсам) типа K. Опишем правила построения этого псевдографа. Пусть $\alpha_1^{h_1}$ представляет собой преобразование ребра $[i,j]^K \in V$. Тогда граф $H_K[\alpha_1^{h_1}]$ получается из графа $(Q_K, \emptyset)$ добавлением ребра $[i,j]$, если $h_1 = 1$, и отождествлением вершин i и j, если $h_1 = 2$ или $h_1 = 3$. Если $\alpha_1^{h_1}$ представляет собой преобразование ребра $[i,j]^n \in V$, $K \ne n$, то $H_K[\alpha^{h_1}] = (Q_K, \emptyset)$.

Пусть построен псевдограф $H_K[\alpha''], \alpha'' = (\alpha_1^{h_1}, \alpha_2^{h_2}, \dots, \alpha_{p-1}^{h_{p-1}})$, $p \le \ell$, причем $\alpha_p^{h_p}$ представляет собой преобразование ребра $[i,j]^K \in V$, a и b – вершины псевдографа $H_K[\alpha'']$, которые отождествлены соответственно с вершинами i и j, либо $a = i$ и (или) $b = j$. Если $h_p = 1$, то псевдограф $H_K[(\alpha'', \alpha_p^{h_p})]$ получается из псевдографа $H_K[\alpha'']$ в результате добавления ребра $[a,b]$. Аналогично если $h_p = 2$ или $h_p = 3$, то псевдограф $H_K[(\alpha'', \alpha_p^{h_p})]$ получается из псевдографа $H_K[\alpha'']$ в результате отождествления вершин a и b. Если $\alpha_p^{h_p}$ – преобразование ребра $[i,j]^n \in V$, $K \ne n$, то $H_K[(\alpha'', \alpha_p^{h_p})] = H_K[\alpha'']$.

Обозначим через $\chi(H_K[\alpha''])$ хроматическое число [2] псевдографа $H_K[\alpha'']$. Пусть мультиграф $G[\alpha'] = (Q, U[\alpha'], V[\alpha'])$ получен в результате последовательности преобразований мультиграфа G. Ребро $[i,j]^K$ мультиграфа $G[\alpha']$ будем называть конфликтным, если выполняется соотношение:

$$-a_{ji} < t_j(Q, U[\alpha']) - t_i(Q, U[\alpha']) < a_{ij}. \tag{4}$$

Нетрудно заметить, что если в мультиграфе $G[\alpha']$ имеется конфликтное ребро $[i,j]^K$, то вектор $t_1(Q, U[\alpha']), t_2(Q, U[\alpha']), \dots, t_q(Q, U[\alpha'])$ не является допустимым относительно G расписанием, поскольку для пары операций i и j не выполняется условие (2). В этом случае операции i и j претендуют на один прибор в одно и то же время и для разрешения такого конфликта ребро $[i,j]^K$ должно быть либо сориентировано (тогда интервалы времени выполнения операций i и j не будут пересекаться), либо удалено (тогда операции i и j будут назначены на разные приборы типа K и, следо-

вательно, в выполнении условия (2) не будет необходимости). В [7, 8] доказаны следующие утверждения.

Т е о р е м а 4. Для того чтобы $R(G[\alpha]) \neq \emptyset$, необходимо выполнение следующих условий:

1°) мультиграф $(Q, U[\alpha'])$ не содержит контуров положительного веса;

2°) выполняются соотношения $X(H_k[\alpha']) \leq |M_k|$ для всех $k=\overline{1,m}$;

3°) для каждого $k=\overline{1,m}$ граф $H_k[\alpha']$ не содержит петель.

Т е о р е м а 5. Для того чтобы $P(G[\alpha]) \neq \emptyset$, достаточно, чтобы в мультиграфе $G[\alpha']$ не было конфликтных ребер и выполнялись условия 1°, 2° и 3°. При этом $\min \Phi(G[\alpha]) = \Phi(t_1(Q, U[\alpha']),$ $t_2(Q, U[\alpha']), \ldots, t_q(Q, U[\alpha']); X(H_1[\alpha']), X(H_2[\alpha']), \ldots, X(H_m[\alpha']))$, где минимум берется по всем допустимым последовательностям $\alpha = (\alpha', \alpha'')$ преобразований мультиграфа G.

4. Адаптивные алгоритмы

Сетевые модели в виде смешанных графов (мультиграфов) $G=(Q,U,V)$ позволяют достаточно точно описывать реальные обслуживающие системы. Однако в связи с NP-трудностью в сильном смысле задач построения оптимальных (и даже допустимых относительно G) расписаний, применение точных алгоритмов решения задач практической размерности не представляется возможным из-за слишком большого времени их реализации. Приемлемое время "решения" большеразмерных задач обеспечивают эвристические алгоритмы, которые, к сожалению, нередко дают расписания значительно хуже оптимальных, и тем самым снижают значение достигнутой адекватности сетевой модели реальной обслуживающей системе. Основная сложность разработки эвристических алгоритмов высокой точности заключена именно в выборе хороших правил разрешения конфликтов, причем правила, приемлемые при одних условиях задачи, могут оказаться абсолютно непригодными при других условиях.

Рассмотрим один из путей преодоления указанных трудностей, связанный с разработкой адаптивных алгоритмов, т.е. алгоритмов, в которых предусмотрен этап адаптации (настройки, приспосабливания, обучения и т.п.) используемых правил разрешения конфликтов и, возможно, других параметров к специфическим условиям класса решаемых задач. В адаптивных алгоритмах предполагается накопление информации о классе рассматриваемых задач, определение специфических особенностей этого класса и использование полученной информации в процессе последующего решения сложных задач из данного класса.

Напомним, что идеи создания программных средств адаптации эвристических алгоритмов для построения близких к оптимальным расписаний ранее обсуж-

дались в [9-13]. В частности, работы [9-11] содержат описания эвристических алгоритмов и их программных реализаций для обучения поиску оптимального по быстродействию расписания обслуживания требований последовательными приборами.

Адаптивные алгоритмы не получили пока широкого признания и распространения в теории расписаний, по-видимому, потому, что до сих пор применялись к достаточно изученным классам задач. Решению таких задач специалисты достаточно хорошо обучились и уже создали алгоритмы, с которыми не могут конкурировать адаптивные алгоритмы (для этого последним требуется неоправданно много времени на "обучение"). Использование адаптивных алгоритмов должно дать значительные результаты при решении более сложных и недостаточно изученных задач теории расписаний и оперативно-календарного планирования.

Ниже приведена достаточно общая схема создания адаптивных алгоритмов на основе сетевых моделей, описанных в пп. 1-3. В дальнейшем процесс адаптации будем называть обучением, а непосредственное решение большеразмерной задачи адаптивным алгоритмом - экзаменом.

Экзамен может состоять из многократного выполнения следующей последовательности шагов:

1) релаксации некоторых ограничений исходной задачи;

2) построения оптимального (или допустимого) расписания $S = (t_1, t_2, \dots, t_q)$ для полученной релаксированной задачи;

3) выделения конфликтов в расписании S относительно исходной задачи; если хотя бы один конфликт выделен, то выполняем шаг 4, иначе построенное расписание S является допустимым расписанием для исходной задачи и экзамен закончен;

4) поиска наиболее близких аналогов выделенного конфликта и разрешения конфликта в соответствии с наилучшими для этих аналогов правилами, введения в релаксированную задачу соответствующих ограничений и выполнения шага 2 для полученной задачи.

Экзамену должен предшествовать процесс обучения, который может включать выполнение следующих шагов для различных "обучающих" примеров:

1°) задание основных правил разрешения конфликтов;

2°) решение некоторого примера из рассматриваемого класса задач;

3°) накопление информации об эффективности различных правил разрешения конфликтов при решении данного примера.

Для того чтобы накапливаемая в процессе обучения информация была достоверной, представляется целесообразным на шаге 2° строить оптимальное расписание, а в ряде случаев - и все оптимальные расписания для обучающего примера. Поэтому в качестве обучающих можно рассматривать индивидуальные задачи небольшой размерности.

Специфика адаптивных алгоритмов заключена в шаге 3° обучения и в шаге 4 экзамена (аналоги остальных шагов встречаются в различных точных, приближенных и эвристических алгоритмах и не характеризуют сами по себе адаптивные алгоритмы). Поэтому остановимся на указанных шагах более подробно, используя для их формального описания терминологию теории распознавания образов [14].

§ 5. Классификация конфликтных ребер

Основной вопрос при разрешении конфликта состоит в распознавании класса, которому принадлежит данный объект. Под объектом здесь будем понимать конфликтное ребро $[i,j]^K$ смешанного мультиграфа $G[\alpha'] = (Q, U[\alpha'], V[\alpha'])$, выделенное на шаге 3 экзамена или на шаге 3° обучения, а под классом – множество преобразований этого ребра, которые могут привести к некоторому оптимальному графу $G[\alpha^*] \in R(G)$. В данном случае (т.е. для задачи, описанной в пп. 2 и 3) можно определить восемь классов, одному из которых принадлежит ребро $[i,j]^K$. Обозначим их через $\Omega_{1,2,3}$, $\Omega_{2,3}$, $\Omega_{1,2}$, $\Omega_{1,3}$, Ω_2, Ω_3, Ω_1 и Ω_0. Класс $\Omega_{1,2,3}$ включает ребро $[i,j]^K$ тогда и только тогда, когда каждое из множеств

$$R_1 = R((Q, U[\alpha'] \cup (i,j)^K, V[\alpha'] \setminus [i,j]^K)),$$

$$R_2 = R((Q, U[\alpha'] \cup (j,i)^K, V[\alpha'] \setminus [i,j]^K))$$

и

$$R_3 = R((Q, U[\alpha'], V[\alpha'] \setminus [i,j]^K))$$

содержит хотя бы один оптимальный граф $G[\alpha^*] \in R(G)$. Класс $\Omega_{2,3}$ (соответственно $\Omega_{1,2}$, $\Omega_{1,3}$) включает ребро $[i,j]^K$ тогда и только тогда, когда каждое множество R_1 и R_2 (R_1 и R_3, R_2 и R_3) содержит хотя бы один оптимальный граф, а множество R_3 (R_2, R_1) – нет. Класс Ω_2 (соответственно Ω_3, Ω_1) включает ребро $[i,j]^K$ тогда и только тогда, когда множество R_1 содержит хотя бы один оптимальный граф, а множество $R_2 \cup R_3$ ($R_1 \cup R_3$, $R_1 \cup R_2$) – не содержит. Наконец, класс Ω_0 включает ребро $[i,j]^K$ тогда и только тогда, когда ни одно из множеств R_1, R_2 и R_3 не содержит ни одного оптимального графа.

Обозначим через X_β признак классификации конфликтных ребер, а через $x_{\gamma\beta}$ – значение признака X_β, $\beta = \overline{1,6}$, для ребра $[i_\gamma, j_\gamma]^{K_\gamma}$, $\gamma = \overline{1,m}$. В качестве признаков классификации объектов следует использовать характеристики, связанные с различными правилами разрешения конфликтов.

После получения оптимальных расписаний для некоторого обучающего при-

мера анализируются конфликтные ребра $[i_K, j_K]^K$, которые рассматривались на различных итерациях использованного на шаге 2° алгоритма. В зависимости от того, какое преобразование ребра $[i_K, j_K]^K$ приводит или не приводит к оптимальному графу, оно включается в тот или иной класс $\Omega_{1,2,3}$, $\Omega_{2,3}$, $\Omega_{1,2}$, $\Omega_{1,3}$, Ω_2, Ω_3, Ω_1 и Ω_0. Затем для этого ребра вычисляются и запоминаются значения классификационных признаков x_{K1}, x_{K2}, ..., x_{K8}.

В результате последующего анализа полученной информации по решению одного или нескольких обучающих примеров (сравнительно небольшой размерности) на шаге 3° выделяются наиболее информативные признаки классификации объектов.

Пусть на 4-м шаге очередной итерации экзамена рассматривается конфликтное ребро $[i, j]^K$. Тогда для успешного разрешения конфликта необходимо распознать класс, которому принадлежит это ребро. Вычислим значения признаков классификации x_1, $x_2, \dots, x_8$, характеризующие ребро $[i, j]^K$. Если бы на каждой итерации алгоритма по совокупности значений $x_1, x_2, \dots$ $\dots, x_8$ можно было решить задачу распознавания: какому из восьми классов принадлежит очередное конфликтное ребро $[i, j]^K$, - то алгоритм давал бы точное решение задачи. В общем случае можно использовать различные методы теории распознавания образов, сущность которых в данном контексте состоит в установлении сходства значений признаков ($x_1, x_2, \dots, x_8$) распознаваемого объекта $[i, j]^K$ и наборов значений признаков $x_{\gamma 1}, x_{\gamma 2}, \dots$ $\dots, x_{\gamma 8}$), $\gamma = \overline{1, m}$, "эталонных" объектов $[i_\gamma, j_\gamma]^{K_\gamma}$, которые получены на этапе обучения и принадлежность которых к классам $\Omega_{1,2,3}$, $\Omega_{2,3}$, $\Omega_{1,2}$, $\Omega_{1,3}$, Ω_2, Ω_3, Ω_1 или Ω_0 уже известна. На основании анализа установленного сходства на 4-м шаге принимается решение об отнесении объекта $[i, j]^K$ к одному из этих классов и соответственно принимается решение о выборе преобразования α_1, α_2 или α_3 конфликтного ребра $[i, j]^K$.

6. Заключение

Выбор признаков классификации зависит от вида целевого функционала $\Phi(G[\alpha])$ и других условий задачи и при достаточном обосновании может гарантировать получение оптимального или близкого к нему расписания.

В настоящее время не известно отдельных признаков классификации (правил разрешения конфликтов), которые обладали бы хорошей "разрешающей способностью" для достаточно широкого класса задач теории расписаний. Однако для некоторых критериев оптимальности, например для минимизации общего времени выполнения множества операций, выделены правила разрешения конфликтов,

которые в совокупности дают хорошие результаты [15]. Представляется перспективным использование адаптивных алгоритмов и программ для автоматизации выделения таких эффективных совокупностей для различных классов задач теории расписаний.

Трудоемкость адаптивного алгоритма зависит от множества рассматриваемых при реализации алгоритма расписаний. Если заданный целевой функционал $\Phi(G(a))$ имеет достаточно общий вид, то оптимальное расписание можно искать среди активных или компактных [14] расписаний. За счет учета специфики целевого функционала и других условий задачи можно существенно сократить область поиска решения, рассматривая некоторое подмножество допустимых расписаний значительно меньшей мощности, чем мощность $|R(G)|$ множества активных расписаний.

Отметим, что описанные адаптивные алгоритмы могут применяться не только для детерминированных систем обслуживания, которые являются основным объектом исследования в теории расписаний, но и для стохастических систем и систем обслуживания в условиях неопределенности.

Описанные и другие идеи разработки адаптивных алгоритмов были апробированы Н.В.Шахлевич на системах обслуживания с последовательными приборами. В таких системах имеется только две возможности преобразования конфликтного ребра $[i,j]$ (см. п. 1), и поэтому ребро $[i,j]$ принадлежит одному из четырех классов $\Omega_{2,3}$, Ω_2, Ω_3 и Ω_0. Проведенные вычислительные эксперименты по оценке эффективности разработанных Н.В.Шахлевич адаптивных программ показали обнадеживающие результаты, которые готовятся к опубликованию.

Поступила в ред.-изд. отдел
25 марта 1991 г.

Литература

1. Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Струсевич В.А. Теория расписаний. Многостадийные системы. - М.: Наука, 1989. - 328 с.

2. Харари Ф. Теория графов. - М.: Мир, 1973. - 300 с.

3. Основные положения по разработке и применению систем сетевого планирования и управления. - М.: Экономика, 1974. - 216 с.

4. Rinnooy Kan A.N.G. Machine Scheduling Problems: Classification, Complexity and Computations. The Hague. Martinus Nijhott, 1976. - 180 p.

5. Сотсков Ю.Н. О сложности построения расписаний, допустимых относительно смешанного графа // Известия АН БССР. Серия физ.-матем. наук. - 1991. - № 1. - С. 121.

6. Сотсков Ю.Н., Танаев В.С. Построение расписания, допустимого относительно смешанного мультиграфа // Известия АН БССР. Серия физ.-матем. наук. - 1989. - № 4. - С. 94-98.

7. Сотсков Ю.Н. Оптимальное планирование детерминированных работ в вычислительной системе // Автоматика и вычислительная техника. - 1989. - № 1. - С. 17-22.

8. Сотсков Ю.Н. Сетевая модель оптимального использования нескладируемых ресурсов // Методы решения экстремальных задач. - Минск: ИТК АН БССР. - 1989. - С. 35-47.

9. Матюшков Л.П., Танаев В.С. Программные генераторы допустимых расписаний. I, II // Вычислит. техника в машиностроении. - Минск: ИТК АН БССР, 1967. - С. 35-48; 1968. - С. 12-28.

10. Реклайтис В.К., Тамулинас Б.В. Автоматическое построение правил упорядочения работ в одномаршрутной задаче календарного планирования // Автоматика и телемеханика. - 1977. - № 4. - С. 182-186.

11. Тамулинас Б.В. Алгоритмы, обучаемые поиску оптимальных расписаний в системах обслуживания (1. Структура задач поиска расписаний и методы их решения; 2. Адаптивный способ упорядочения потока задач) // Труды АН Лит.ССР. Серия Б. - 1979. - Т. 2 (111). - С. 95-102; 1979. - Т. 6 (115). - С. 111-121.

12. Танаев В.С., Шкурба В.В. Введение в теорию расписаний. - М.: Наука, 1975. - 256 с.

13. Шкурба В.В. О задачах упорядочения // Кибернетика. - 1967. - № 2. - С. 63-65.

14. Распознавание, классификация, прогноз. Математические методы и их приложения. Вып. 1; вып. 2. ВЦ АН СССР / Под редакцией Ю.И.Журавлева. - М.: Наука, 1988. - 335 с.; 1989. - 275 с.

15. Blockstone N., Pyillips D.T., Hogg C.L. A state-of-the-art survey of dispatching rules for manufacturing job shop operations // Int. J. Prod. Res. - 1982. - V. 20, № 1. - P. 27-45.