Управляемые системы, ИМ,ИК СО АН СССР 1970 г. выпуск 6.
УДК.519.3.

ОЦЕНКА ПЛАТЫ В ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ ПРИ НАЛИЧИИ ЭФФЕКТА ЗАПАЗДЫВАНИЯ

В.Н.Лагунов

0. В предлагаемой заметке рассматривается игра преследования при условии, что к одному из противников, а именно к преследуемому, информация о фазовых координатах и об управлении другого противника поступает с запаздыванием на некоторое время $\Delta t > 0$; т.е. в любой момент t_0 убегающему известны фазовые координаты и управление противника для момента $(t_0 - \Delta t)$, но не известно его поведение для $t > (t_0 - \Delta t)$. Рассматривается игра преследования для объектов, равномерно перемещающихся по плоскости по траекториям ограниченной кривизны при выше описанном запаздывании поступления информации к убегающему объекту. При этом используются обозначения работы [I] , в которой упомянутая игра изучалась без эффекта запаздывания.

Для игры, описанной в [I] , при дополнительном требовании запаздывания поступления информации к убегающему объекту на время Δt , справедлива

Т е о р е м а А. Пусть выполнены соотношения:

$$\lambda = \frac{V_2}{V_1} > \frac{5+\sqrt{33}}{2};$$

$$\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1} < \min\left\{\frac{1}{\lambda},\ \frac{\lambda^2-5\lambda-2}{3(\lambda^2+\lambda)},\ \frac{\lambda^2-3\lambda-1}{3\lambda^2+1}\right\};$$

$$r(0) \geqslant 2\Delta t(V_1+V_2)+d_0+(V_1+V_2)\frac{\measuredangle -\dot{\bar{r}}_1(0),\dot{\bar{r}}_2(0)}{\omega_1-\omega_2}; \qquad /1/$$

$$\Delta t\cdot V_2 \leqslant \frac{1}{2}R_0 - d_0; \qquad /2/$$

$$\Delta t\,\omega_2 < \operatorname{tg}\frac{\rho^* - \frac{V_2}{\omega_2}\left[1-\cos(\Delta t\cdot\omega_2)\right]}{d_0^2+\rho^{*2}}; \qquad /3/$$

тогда существует эффективно вычисляемое число ρ^{**} и конкретно конструируемая стратегия $\dot{\bar{f}}_1^{**}$ преследуемого объекта, гарантирующая выполнение неравенства

$$\rho \geqslant \rho^{**}, \qquad /4/$$

при этом для стратегии $\bar{f}_1^{**}$ оценка /4/, где ρ есть точная нижняя грань расстояния между объектами на всем бесконечном полуинтервале времени $[0,\infty)$, на котором развивается игра, не может быть улучшена.

Д о к а з а т е л ь с т в о сформулированной теоремы полностью не приводится, т.к. оно аналогично доказательству соответствующей теоремы работы [I] . Отметим лишь в общих чертах те моменты, которые специфичны для доказательства теоремы А.

Основное отличие рассматриваемой задачи от задачи работы [I] состоит в том, что вместо однозначно определенного положения догоняющего объекта в момент t_0 /это положение на рис. 3 работы [I] обозначено через O^*/ мы будем иметь положение догоняющего объекта, которое он занимал в момент $(t_0 - \Delta t)$. В момент же t_0 догоняющий объект может занимать любое положение во множестве $G^* \subset G'$/ какое именно - преследуемому объекту не известно!/. Множество G^* легко может быть описано точно /см. рис. 2 работы [I] /. При этом точка $A' \in G^*$, а вектор $\dot{\bar{r}}_2(t_0)$, соответствующий случаю совпадения преследующего объекта в момент t_0 с точкой A', направлен по касательной к окружности, проходящей через точки O^*, A'. Можно показать, что из сказанного вытекает следующее изменение области G'', изображенной на рис. 3. Начало дуги $\smile O^*DL$ сместится на вектор $\overline{O^*A'}$, изображенной на рис. 2, а затем вся дуга повернется на угол $\omega_2 \Delta t$ по часовой стрелке. Можно проверить, что условие /3/ гарантирует существование на дуге после указанного смещения точек, лежащих выше оси $O'X'$. Максимальная ордината таких точек есть ρ^{**} /см./4/ /: эта ордината равна радиусу максимального круга, вписанного в область $G''' \subset G''$, получившуюся из G'' после описанного выше сдвига дуги $\smile O^*DL$ и соответствующего сдвига дуги, симметричной дуге $\smile O^*DL$ относительно $O'X'$. Причем внутренность области G''' состоит из точек, через которые точка $\bar{r}(t)$, $t \in [t_0, t_0 + t^{**}]$ пройти не может. По ограничивающей область G''' дуге точка $\bar{r}(t)$ пройти может /если, например, объект $\bar{r}_2$ в момент t_0 окажется в положении, соответствующем точке A' на рис. 2/. Из сказанного вытекает оценка /4/ и ее точный характер.

Соотношения /I/, /2/ отличаются от соответствующих соотношений /0.9/, /I,I5/ ввиду наличия эффекта запаздывания. Можно показать, что стратегия $\bar{f}_1^{**}$ аналогична стратегии $\bar{f}_1^*$, описанной в работе [I] /см./2.I//, причем в каждый момент t_0 преследуемый объект формирует свое управление, исходя из знания величин $\bar{r}_2(t_0 - \Delta t)$, $\dot{\bar{r}}_2(t_0 - \Delta t)$, $\ddot{\bar{r}}_2(t_0 - \Delta t)$, совершенно так же, как в игре работы [I], исходя из знания величин $\bar{r}_2(t_0)$, $\dot{\bar{r}}_2(t_0)$, $\ddot{\bar{r}}_2(t_0)$. Коэффициент двойка в первом слагаемом в /I/ позволяет преследуемому объекту на отрезке $0 \leq t \leq \Delta t$, где $t = 0$ - начальный момент игры, применять произвольное допустимое управление $\tilde{\bar{u}}(t)$ /тем самым для стратегии $\bar{f}_1^{**}$, в формуле типа /2.I/ /работы [I] / вместо одной первой строки:

$$\bar{u}_{1,1}(t), \ t \in [0, t_1],$$

появятся две строки:

$$\begin{aligned} &\tilde{\bar{u}}(t), \ t \in [0, \Delta t], \\ &\bar{u}_{1,1}(t), \ t \in (\Delta t, t_1]. \end{aligned}$$

Условия /I/, /2/ обеспечивают убегающему объекту возможность неограниченно долго поддерживать неравенство $r(t) \geqslant \rho^{**}$, причем цикличность, имевшая место для стратегии $\bar{f}_1^*$, будет иметь место и для стратегии $\bar{f}_1^{**}$. При этом роль момента t_1' /см. /2.2/ работы [I] /

будет играть корень уравнения $r(t_1') = d_0'$, где d_0' -абсцисса точки, ордината которой равна ρ^{**}; при этом начало координат вспомогательной координатной системы есть точка O^*, являющаяся концом радиус-вектора $\overline{r}_2(t_1' - \Delta t)$ в координатной системе Ω.

Величина ρ^{**} может быть вычислена обычным методом, исходя из уравнения /I.4/ работы [I], вектора $\overline{O^*A}$ и дуги $\smile O^*A'$, изображенных на рис. 2.

Поступила в редакцию I9.5.I970 г.

Литература

I. В.Н.Лагунов, Оценка платы в одной дифференциальной игре, Управляемые системы, Новосибирск, 1969, вып. 2.