I

В.Л. ДЯТЛОВ

ОБ УРАВНЕНИЯХ, ОПИСЫВАЮЩИХ ПРОЦЕССЫ В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ

В ферромагнитных пленках может возникать ряд явлений, представляющих большой интерес для практических приложений, в частности при использовании ферромагнитных пленок в элементах вычислительных машин.

Целый ряд таких явлений можно проанализировать, используя уже полученные дифференциальные уравнения, описывающие движение магнитного момента в однодоменной ферромагнитной пленке [8, 18]. Один из способов получения этого уравнения приведен в данной работе.

Решая это уравнение совместно с соответствующими дополнительными уравнениями, можно проанализировать параметрические колебания, непрерывное вращение вектора намагниченности, ферромагнитный резонанс и другие явления в пленках. Причём решение можно более эффективно проводить на электронной вычислительной машине.

1. Уравнение движения магнитного момента в ферромагнитной однодоменной пленке

Движение магнитного момента в ферромагнетике описывается уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта [1,2], которое имеет вид:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial \tau} = [\vec{M}\vec{H}] - \frac{\alpha}{M}\left[\vec{M}[\vec{M}\vec{H}]\right], \qquad (1)$$

где $\vec{M}$ - вектор намагниченности в произвольной точке ферромагнетика;

M - модуль вектора намагниченности;

$\vec{H}$ - эквивалентное поле в рассматриваемой точке ферромагнетика;

α - коэффициент релаксации;

$$\tau = t\mu_0\gamma\left[1+\alpha^2\right]^{-1},$$

где t - время,

$$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-9}\ гн\cdot см^{-1},$$

$$\gamma = 1{,}76\cdot 10^{15}\ см^2 в^{-1} сек^{-2},$$

γ - магнетомеханическое отношение.

Уравнение (I) составлено при условии, что величина модуля вектора $\vec{M}$ остается постоянной при движении $\vec{M}$. Выражение для эквивалентного поля $\vec{H}$ можно получить из условия, что суммарная энергия ферромагнетика в равновесном состоянии должна быть минимальной.

Эта энергия выражается интегралом:

$$\int_V \left(E_e + E_o + E_a + E_A\right) dV \qquad (2)$$

где $E_e = -\mu_0(\vec{H}_e\vec{M})$ - плотность энергии внешнего поля;

E_o - плотность энергии размагничивающих полей;

E_a - плотность энергии анизотропии;

$E_A = c(\Delta\vec{M}\nabla\vec{M})$ - плотность обменной энергии;

V - объем ферромагнетика.

$$C = \frac{A}{2aM^2},$$

где A - интеграл обмена;

a - постоянная кристаллической решетки.

Для отыскания минимума суммарной энергии необходимо найти экстремумы функционала (2). По Ландау и Лифшицу этот функционал представляется в виде функции вектора намагниченности $\vec{M}$, и его экстремумы отыскиваются относительно вариации вектора намагниченности $\delta\vec{M}$ [3]. При этом необходимо рассматривать случаи, когда E_o и E_a представляются функциями вектора $\vec{M}$.

Так как в декартовых координатах

$$\nabla\vec{M}\nabla\vec{M} = \left(\frac{\partial\vec{M}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\vec{M}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\vec{M}}{\partial z}\right)^2,$$

то рассматриваемый функционал можно представить в виде:

$$\int_V F\left(\vec{M}, \frac{\partial\vec{M}}{\partial x}, \frac{\partial\vec{M}}{\partial y}, \frac{\partial\vec{M}}{\partial z}\right) dV.$$

Условие экстремумов этого функционала [I6]:

$$\int_V \left(F_{\vec{M}} - \frac{\partial}{\partial x}\left\{F_{\vec{p}}\right\} - \frac{\partial}{\partial y}\left\{F_{\vec{q}}\right\} - \frac{\partial}{\partial z}\left\{F_{\vec{s}}\right\}\right)\delta\vec{M}\,dV = 0, \qquad (3)$$

где $F_{\vec{M}}$ - частная производная функции F по $\vec{M}$,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{F_{\vec{p}}\right\},\ \frac{\partial}{\partial y}\left\{F_{\vec{q}}\right\},\ \frac{\partial}{\partial z}\left\{F_{\vec{s}}\right\},$$

где

$$\vec{p} = \frac{\partial\vec{M}}{\partial x},\quad \vec{q} = \frac{\partial\vec{M}}{\partial y},\quad \vec{s} = \frac{\partial\vec{M}}{\partial z}$$

- так называемые полные частные производные.

Например, при вычислении $\frac{\partial}{\partial x}\left\{F_{\vec{p}}\right\}$, y и z считаются фиксированными, а зависимость $\vec{M}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$ и $\vec{s}$ от x учитывается.

Для рассматриваемого случая выражение (3) принимает вид:

$$\int_V \left(\vec{H}_e - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_o}{\partial\vec{M}} - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_a}{\partial\vec{M}} + \frac{c}{\mu_0}\Delta\vec{M}\right)\delta\vec{M}\,dV = 0. \qquad (4)$$

Для того чтобы последний интеграл был равен нулю, учитывая произвольность величины $\delta\vec{M}$, векторная величина

$$\vec{H}' = \vec{H}_e - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_o}{\partial\vec{M}} - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_a}{\partial\vec{M}} + \frac{c}{\mu_0}\Delta\vec{M}$$

должна быть перпендикулярна вектору $\delta\vec{M}$.

Так как модуль вектора $\vec{M}$ постоянный, то вектор $\delta\vec{M}$ перпендикулярен вектору $\vec{M}$. Поэтому, учитывая произвольность направления вектора вариации $\delta\vec{M}$, вектор $\vec{M}$ должен быть направленным либо по вектору $\vec{H}'$, либо против. Последний случай соответствует максимуму энергии ферромагнетика. Направление вектора $\vec{M}$ по вектору $\vec{H}'$ соответствует отыскиваемому условию минимума суммарной энергии. Это говорит о том, что величина $\vec{H}'$ по своему действию на вектор намагниченности аналогична полю, поэтому она отождествляется с эквивалентным полем в уравнении (I):

$$\vec{H} = \vec{H}' = \vec{H}_e - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_o}{\partial\vec{M}} - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_a}{\partial\vec{M}} + \frac{c}{\mu_0}\Delta\vec{M}, \qquad (5)$$

где

$$\vec{H}_i = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_o}{\partial\vec{M}} - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_a}{\partial\vec{M}} + \frac{c}{\mu_0}\Delta\vec{M} \qquad (6)$$

- внутреннее поле.

В общем случае не всегда можно представить плотность энергии размагничивающего поля E_a в виде функции вектора $\vec{M}$ в рассматриваемой точке. В этих случаях можно положить:

$$\vec{H}=\vec{H}_e+\vec{H}_o-\frac{1}{\mu_o}\frac{\partial E_a}{\partial \vec{M}}+\frac{c}{\mu_o}\Delta\vec{M},$$

где поле $\vec{H}_o$ может быть рассчитано, например, методами магнитостатики.

В магнитомягких ферромагнетиках

$$|\vec{H}|<<|\vec{M}|=M\ . \qquad (7)$$

Это условие часто используется при рассмотрении конкретных задач [I,8].

В однодоменных ферромагнитных пленках, толщина которых на много порядков меньше остальных размеров, существуют особые условия для движения вектора намагниченности.

Для таких пленок можно положить :

$$H_{oz}=-M_z\ , \qquad (8)$$

$$H_{ox}=H_{oy}=0\ , \qquad (9)$$

если ось z направить перпендикулярно пленке, а оси x и y расположить в плоскости пленки. I) Это означает,что при своем движении вектор намагниченности мало отклоняется от плоскости пленки,так как его проекция M_z оказывается по величине равной одной из составляющих внутреннего поля, которое, согласно (7), значительно меньше величины M. Другими словами, в однодоменных ферромагнитных пленках

$$M_x,\ M_y>>M_z\ . \qquad (I0)$$

Малые отклонения вектора намагниченности в направлении, перпендикулярном плоскости пленки,позволяют положить:

$$H_{zo}\cong H_z=-M_z \quad (\text{при } H_{ze}=0)\ . \qquad (II)$$

Таким образом, для пленок можно считать, что

$$\vec{H}=\vec{i}H_x+\vec{j}H_y-\vec{k}M_z\ , \qquad (I2)$$

где H_x и H_y - проекции эквивалентного поля на оси x и y.

I) Приближенно можно считать размагничивающие факторы

$$N_x=0,\ N_y=0,\ N_z=1\ .$$

Подставляя в уравнение (I) выражения для $\vec{H}$, согласно равенству (I2), и выражение для вектора намагниченности

$$\vec{M}=\vec{i}M_x+\vec{j}M_y+\vec{k}M_z\ , \qquad (I3)$$

пренебрегая членами, содержащими H^2, после ряда промежуточных выкладок, можно получить уравнения:

$$\frac{\partial M_x}{\partial \tau}=-M_yM_z-\frac{\alpha}{M}M_y(M_xH_y-M_yH_x)\ ; \qquad (I4)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial \tau}=M_xM_z-\frac{\alpha}{M}M_x(M_yH_x-M_xH_y)\ ; \qquad (I5)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial \tau}=M_xH_y-M_yH_x-\alpha MM_z\ . \qquad (I6)$$

Причем, любые два из этих уравнений связаны условием

$$M_x^2+M_y^2=M^2. \qquad (I7)$$

Из уравнений (I4) и (I5), исключая M_z и пренебрегая малыми членами порядка выше первого, можно получить уравнение:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial \tau^2}-\frac{\partial M_x}{\partial \tau}\frac{\partial M_y}{\partial \tau}\frac{1}{M_y}+\alpha M\frac{\partial M_x}{\partial \tau}+$$

$$+(1+\alpha^2)M_xM_yH_y-(1+\alpha^2)M_y^2H_x=0\ . \qquad (I8)$$

При замене $M_x=M\sin\varphi$,
$M_y=M\cos\varphi$,

где φ - угол между направлением вектора намагниченности и осью y, и учёте уравнения (I7) уравнение (I8) получает вид:

$$\gamma\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+\xi\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\mu_oMH_y\sin\varphi-\mu_oMH_x\cos\varphi=0, \qquad (I9)$$

где $\quad \gamma=\dfrac{1+\alpha^2}{\mu_o\gamma^2}\ , \quad \xi=\dfrac{\alpha M}{\gamma}\ .$

Уравнение (I9) по своему виду напоминает уравнение механических моментов, действующих на магнитный момент в единице объема вещества пленки. Поэтому можно считать γ - моментом инерции носителей магнетизма в единице объема пленки, ξ - коэффициентом, характеризующим трение в единице объема пленки. Можно положить плотность энергии анизотропии [8], равной

$$E_a=K\cdot\sin^2\varphi$$

где Ψ – угол между направлением вектора намагниченности и направлением оси легкого намагничивания,

а K – константа анизотропии.

Для определенности можно считать, что ось легкого намагничивания направлена вдоль оси y и $\Psi = \varphi$. При этом второе слагаемое внутреннего поля из формулы (6) будет равно:

$$\vec{H}_a = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_a}{\partial \vec{M}} = -\frac{K}{\mu_0}\frac{d}{d\vec{M}}\left(\frac{\vec{i}\,\vec{M}}{M}\right)^2 = -\frac{2K}{\mu_0 M^2} M_x \vec{i} .$$

Первое же слагаемое формулы (6) уже учтено (уравнения (8) и (9)), а третье слагаемое для однодоменных пленок равняется нулю.

Следовательно, в однодоменной пленке компоненты поля по x и y оказываются равными:

$$H_y = H_{ye}, \quad H_x = H_{xe} - H_K \sin\varphi,$$

где
$$H_K = \frac{2K}{\mu_0 M},$$

а H_{ye} и H_{xe} – величины внешних полей по x и y. Отсюда и из уравнения (19) следует искомое уравнение:

$$n^2\frac{d^2\varphi}{d\theta^2} + \beta n\frac{d\varphi}{d\theta} + \frac{1}{2}\sin 2\varphi + h_{ye}\sin\varphi - h_{xe}\cos\varphi = 0, \quad (20)$$

где

$$n = \frac{\omega}{\omega_c}, \quad \omega_c = \mu_0\gamma\sqrt{\frac{H_K M}{1+\alpha^2}};$$

$$\theta = \omega t, \quad \beta = \alpha\sqrt{\frac{M}{(1+\alpha^2)H_K}};$$

$$h_{ye} = \frac{H_{ye}}{H_K}, \quad h_{xe} = \frac{H_{xe}}{H_K}.$$

2. Уравнения параметрических колебаний

Рассматривается устройство, в котором ферромагнитная пленка является сердечником некоторой катушки индуктивности, включенной параллельно некоторой емкости. Параметрические ко-

лебания в таком контуре возникают при периодическом изменении индуктивности за счет внешнего периодического поля. Спецификой пленочных параметронов является простота конструкции, при которой внешнее поле изменяет периодически индуктивность контура и не наводит в этом контуре э.д.с. своей частоты. На рис. 1 приведена принципиальная схема пленочного параметрона с осью легкого намагничивания, направленной вдоль прикладываемого внешнего поля. На этом рисунке H_{2f} – величина амплитуды и направление внешнего периодического поля частоты $2f$, H_0 – величина и направление постоянного поля.

Для получения искомых уравнений можно положить в уравнение (20) для рассматриваемого случая

$$h_{ye} = h_0 + h\sin 2\theta,$$

где
$$h_0 = \frac{H_0}{H_K}, \quad h = \frac{H_{2f}}{H_K},$$

и определить h_{xe} из уравнений контура.

Уравнения контура можно составить следующим образом. Поток обмотки параметрона $\Phi_x = \Phi_x' + \Phi_x''$, где $\Phi_x' = B_x S'$, $B_x = \mu_0(M_x + H_{xe}) \cong \mu_0 M_x$, а S' – площадь поперечного сечения пленки по оси y; $\Phi_x'' = \mu_0 H_{xe} S''$, S'' – площадь промежутка между пленкой и обмоткой. Считается, что поле H_{xe} одинаковое и в магнитной пленке и в промежутке между магнитной пленкой и обмоткой.

Теперь для контура в целом можно написать уравнения (при одном витке обмотки катушки):

$$e = -\frac{d\Phi_x}{dt} = -\mu_0 S'\frac{dM_x}{dt} - \mu_0 S''\frac{dH_x}{dt},$$

$$i = C\frac{du}{dt} + \frac{u}{r}, \quad u = e - ir',$$

где e – э.д.с. самоиндукции,
u – напряжение на конденсаторе,
i – ток контура,
C – емкость конденсатора,
r – сопротивление, параллельное емкости C и выражающее потери в конденсаторе,
r' – сопротивление обмотки.

Можно принять $H_{xe} = \rho i$, где ρ – некоторый коэффициент, выражение для которого определяется конструкцией обмотки.

Из последних уравнений можно получить систему уравнений, описывающих параметрические колебания в параметроне на ферромагнитной пленке:

$$n^2\frac{d^2\varphi}{d\theta^2}+\lambda\frac{d\varphi}{d\theta}+\frac{1}{2}\sin 2\varphi+(h_0+h\sin 2\theta)\cdot\sin\varphi-$$
$$-h_{xe}\cos\varphi=0; \qquad (21)$$

$$k_0 h_{xe}+k_1\frac{dh_{xe}}{d\theta}+k_2\frac{d^2h_{xe}}{d\theta^2}=$$
$$=-k_3\frac{d^2}{d\theta^2}\sin\varphi-k_4\frac{d}{d\theta}\sin\varphi;$$

где
$$\lambda=\beta n=\frac{\alpha\omega}{\mu_0\gamma H_k};$$
$$k_0=1+\frac{r'}{r};$$
$$k_1=\frac{\rho\mu_0 s''\omega}{r}+cr'\omega;$$
$$k_2=\rho\mu_0 s''c\omega^2,$$
$$k_3=\frac{\rho\mu_0 s'C\omega^2M}{H_k},$$
$$k_4=\frac{\rho\mu_0 s'\omega M}{rH_k}.$$

Решение системы (21) на электронной вычислительной машине проведено в статье 3 этого сборника (при указанных допущениях).

Мощность, которая выделяется в параметроне, можно оценить при условии: $k_1=k_2=k_4=0$, $k_0=1$, не решая системы (21).

Мощность, выделяющаяся в единице объема ферромагнетика пленки, равна:

$$p=\overline{H_{ye}\frac{dB_y}{dt}}=-\omega\mu_0 MH_k\overline{(h_0+h\sin 2\theta)\sin\varphi\frac{d\varphi}{d\theta}},$$

где черта означает усреднение по времени.

Последнее выражение показывает, что можно оценить величину мощности, умножив первое уравнение (21) на $\frac{d\varphi}{d\theta}$ (после подстановки $h_{xe}=-\frac{k_3}{k_0}\frac{d^2}{d\theta^2}\sin\varphi$) и усреднив его.

Можно показать, что в результате усреднения для p получается выражение:

$$p=\omega\mu_0 MH_k\lambda\overline{\left(\frac{d\varphi}{d\theta}\right)^2}.$$

Откуда, полагая $\varphi\cong\varphi_m\sin\theta$,
где φ_m – максимальный угол отклонения вектора $\vec{M}$ относительно оси y, можно получить:

$$p\cong\omega^2\frac{\alpha B_s}{2\mu_0\gamma}\varphi_m^2, \qquad (22)$$

где $B_s=\mu_0 M$.

Для того, чтобы получить мощность P, выделяющуюся во всей пленке, надо умножить величину p на объем пленки V:

$$P=pV.$$

3. Уравнение вращения вектора намагниченности

Возможность вращения вектора намагниченности в пленке показана в статье 2 этого сборника на основе решения уравнения (20). Однако, как показано в статье 4 этого сборника, вращение происходит при значениях $h>0{,}1$, а это означает, что частота внешнего поля для пермаллоевых пленок должна быть больше 50 мгц. При этом для получения широких областей вращений (в координатах n, h (см. статью 4)) желательно проводить эксперименты при $n\cong 1$, то есть для пермаллоевых пленок при частотах порядка 500 мгц. При таких частотах проведение экспериментов пока затруднительно. Однако частоту возбуждающего поля для получения широких областей вращения в пленках можно уменьшить, помещая пленку в две катушки, создающие взаимно-перпендикулярные поля с обмотками, включенными на емкости (рис. 2).

Если сделать обмотки катушек плотно облегающими пленку (например, напылением) и если пренебречь потерями в конденсаторах и в обмотках, то для контуров можно записать уравнения (при одном витке обмотки катушки):

$$e_x=-\frac{d\Phi_x}{dt}=-\mu_0 s'\frac{dM_x}{dt};$$
$$e_y=-\frac{d\Phi_y}{dt}=-\mu_0 s'\frac{dM_y}{dt};$$

$$i_x = c_x \frac{de_x}{dt}; \qquad i_y = c_y \frac{de_y}{dt};$$

$$H_{xe} = p_x i_x; \qquad H_{ye} = p_y i_y,$$

где значки x приписаны э.д.с., току и параметрам катушки, создающей поле вдоль оси x, а значки y - катушке, создающей поле вдоль оси y.

Принимая для простоты $C_x = C_y = C$ и $p_x = p_y = p$, из последних уравнений и из уравнения (20) можно получить:

$$n'^2 \frac{d^2\varphi}{d\theta^2} + \beta' n' \frac{d\varphi}{d\theta} + \frac{1}{2}\sin 2\varphi - h\sin\theta\cos\varphi = 0, \quad (23)$$

где
$$\theta = \omega' t, \qquad n' = \frac{\omega'}{\omega_c'};$$

$$\omega_c' = \mu_0 \gamma \sqrt{\frac{p H_\kappa M}{p(1+\mathcal{L}'^2) + \mu_0^3 \gamma^2 MC}};$$

$$\beta' = \mathcal{L}' \sqrt{\frac{pM}{H_\kappa[p(1+\mathcal{L}'^2) + \mu_0^3\gamma^2 MC]}},$$

где ω' - новое значение для круговой частоты возбуждающего поля при вращении,

и $\mathcal{L}'$ - значение коэффициента релаксации при этой частоте.

Уравнение (23) при $n' = n$ и $\beta' = \beta$ совпадает с уравнением (I) статьи 4, описывающим вращение вектора намагниченности в пленке. Значит, наиболее широкие области вращения можно получить опять же при $n' \simeq n \simeq 1$. Но, как видно из формул:

$$n = \frac{\omega}{\omega_c}, \qquad n' = \frac{\omega'}{\omega_c'};$$

$$\omega_c = \mu_0 \gamma \sqrt{\frac{MH_\kappa}{(1+\mathcal{L}^2)}};$$

$$\omega_c' = \mu_0 \gamma \sqrt{\frac{MH_\kappa}{(1+\mathcal{L}'^2) + \frac{\mu_0^3\gamma^2 MC}{p}}};$$

при $n' \simeq n \simeq 1$ частоту ω' можно сделать меньше ω при $C \neq 0$ и $\mathcal{L}' > \mathcal{L}$, ибо ω' уменьшается с уменьшением ω_c', а ω_c' можно уменьшить по сравнению с ω_c за счет увеличения C.

Условие $\mathcal{L}' > \mathcal{L}$ при $\omega' < \omega$ следует из экспериментальных данных ([8], для пленок 80% Ni, 20% Fe), согласно которым

$$\mathcal{L} \simeq \frac{(17 \div 28)\cdot 10^6}{\omega} + 0{,}01,$$

$$\mathcal{L}' \simeq \frac{(17 \div 28)\cdot 10^6}{\omega'} + 0{,}01.$$

Согласно статье 4, вращение получено при n = I и β = 0, I и 2. Можно показать, что $\beta' \leqslant \beta$. В самом деле, так как

$$\lambda = \beta n = \frac{\omega\mathcal{L}}{\mu_0 \gamma H_\kappa},$$

$$\lambda' = \beta' n' = \frac{\omega'\mathcal{L}'}{\mu_0 \gamma H_\kappa},$$

то при $\omega' < \omega$ $\lambda' < \lambda$.

Отсюда, так как $n \simeq n' \simeq 1$, следует, что

$$\beta' < \beta.$$

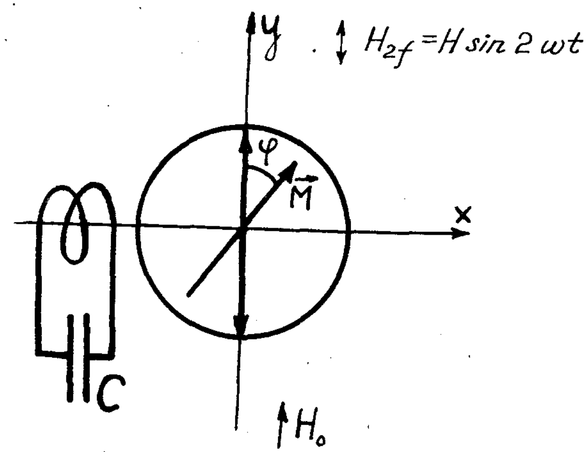
Для реальных параметров пермаллоевых пленок $\lambda \simeq 0{,}6$. Это показывает, что достаточно широкие области вращения можно получить и при более низких частотах за счет применения добавочных контуров.

Выражение для мощности, выделяющейся при вращении вектора намагниченности, можно получить такими же приемами, как и при получении выражения для мощности при параметрических колебаниях. При вращении в единице объема пленки выделяется мощность

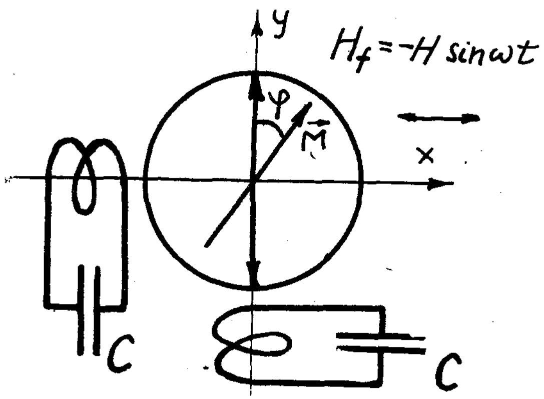
$$p \simeq \omega^2 \frac{\mathcal{L} B_s}{\mu_0 \gamma}. \quad (24)$$

Во всей пленке выделяется мощность

$$P = pV.$$



Р и с.I. Схема пленочного параметрона (двумя стрелками на пленке обозначено направление оси легкого намагничивания, одной стрелкой - направление вектора намагниченности).



Р и с.2. Схема получения вращения вектора намагниченности при пониженных частотах.

ЛИТЕРАТУРА

I. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Zs.Sow.Phys., 1935, 8, 153.

2. Gilbert T.L., Phys.Rev., 1955, 100, 1243.

3. Вонсовский С.В., Шур Я.С. Ферромагнетизм. М., ГИТТЛ,1948.

4. Ферромагнитный резонанс. - Сб. статей под редакцией С.В. Вонсовского. М., ИЛ, 1952.

5. Ферромагнитный резонанс. - Сб. статей под редакцией С.В. Вонсовского. М., ГИРМЛ, 1961.

6. Ферриты в нелинейных сверхвысокочастотных устройствах. - Сб. статей под редакцией А.Г. Гуревича. М., ИИЛ,1961.

7. Suhl H., J.Phys.Chem.of Solids, 1957, 1, 4, 209.

8. Smith, J.Appl.Phys., 1958, 29, 3.

9. Sanders, J.Appl.Phys., 1961, 29, 3.

10. Стреттон. Теория электромагнетизма. М., ГИТТЛ, 1948.

11. Поливанов К.М. Динамические характеристики элементов электрических цепей.-ДАН СССР, 1958, II8, I, 80-83.

12. Phom A.V., Read A.A., Stewart R.M., Shhauer R.F., J.Appl. Phys., 31, 5, Suppl., 1960, 119-120.

13. Stockman H.E., Proc.IRE, 1960, 48, 6, 1157-1158.

14. Coto E., Proc.IRE., 47, 8, 1304-1316.

15. Kiruchi R., J.Appl.Phys., 1956,27, 11, 1352.

16. Эльсгольц. Вариационное исчисление. М., ГИТТЛ, 1952.

17. Methfessel S., Middelhock S., Thomas H., J.Appl.Phys., 1961, 32, 10.

18. Gilletts P.R., Oshima K., J.Appl.Phys., 1958, 29, 529.

19. Wolf P., J.Appl.Phys.Suppl., 1961, 32, 3.