ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Сборник трудов
1963 г. Института математики СО АН СССР Выпуск 9

О СВОДИМОСТИ КОМБИНАТОРНОЙ ПРОБЛЕМЫ ПОСТА К НЕКОТОРЫМ МАССОВЫМ ПРОБЛЕМАМ В ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

М.И. Кратко

Цель настоящей заметки - показать, что к некоторым массовым проблемам в теории конечных автоматов легко сводится так называемая комбинаторная проблема Поста. Так как комбинаторная проблема Поста алгоритмически неразрешима, то этим устанавливается алгоритмическая неразрешимость и тех массовых проблем в теории конечных автоматов,к которым она сводится.

Пусть $S = P_1, Q_1; P_2, Q_2; \dots P_n, Q_n$ - система пар конечных слов в некотором алфавите A . Система S называется сочетаемой, если существует такое целое положительное число t и такие $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_t$, принимающие значения из ряда $1, 2, \dots, n$, что

$$P_{\tau_1}, P_{\tau_2} \dots P_{\tau_t} = Q_{\tau_1} Q_{\tau_2} \dots Q_{\tau_t} .$$

Комбинаторная проблема Поста - это проблема распознавания сочетаемости произвольных систем пар слов в данном алфавите A . Известно, что она алгоритмически неразрешима, если алфавит A содержит более двух букв [3].

Будем рассматривать так называемые α-автоматы - конечные автоматы следующего вида [I]. У них имеется один входной канал x и два выходных канала z_1 и z_2 . Работа α-автомата описывается следующими уравнениями:

$$z_1(t)=F[x(t),q(t)],$$
$$z_2(t)=\Phi[x(t),q(t)],$$
$$q(t+1)=\psi[x(t),q(t)],$$

причем функция Φ может принимать только два значения 0 и I.

Пусть на вход α -автомата, находящегося в начальном состоянии q_0, поступает последовательность букв $X=x(1)x(2)\ldots x(n)$. Тогда в такт времени i автомат печатает букву $z_1(i)=F[x(i),q(i)]$, если $\Phi[x(i),q(i)]=1$, ничего не печатает, если $\Phi[x(i),q(i)]=0$, и переходит в состояние $q(i+1)=\psi[x(i),q(i)]$. Из множества внутренних состояний Q выделено подмножество $R\subseteq Q$. Любому входному слову длины m ставим в соответствие напечатанное таким образом слово, если в такт времени $m+1$ автомат находится в состоянии $q(m+1)\in R$. Если $q(m+1)\notin R$, то данному входному слову ставим в соответствие пустое слово.

Два произвольных α -автомата A и B назовем сочетаемыми, если существует такое конечное входное слово, которое, будучи поданным на входы автоматов A и B, породило бы одинаковые непустые выходные слова.

Любой системе пар слов S можно сопоставить два α -автомата A и B таким образом, что они будут сочетаемы тогда и только тогда, когда система пар слов S сочетаема.

Для этого, если система S содержит n пар слов, примем за входной алфавит автоматов A и B следующий $\Sigma=\{0,1,2,\ldots,n\}$. Начальное состояние автоматов A и B обозначим q_0 и примем, что $R=\{q_0\}$. Пусть m - максимальная длина слова в системе S. Автоматы A и B, начиная работу с состояния q_0, могут снова перейти в состояние q_0 только в том случае, когда на их входы поступила последовательность вида

$$i\,\underbrace{000\ldots0}_{m\text{ раз}}\quad(1\leq i\leq n).$$

При этом автомат A выдает слово P_i, а автомат B - слово Q_i системы S. Построенные таким образом автоматы обладают нужным нам свойством.

Рассмотрим еще один вид автоматов (β -автоматы) [2]. Они имеют один входной и один выходной каналы. Пусть β -автомат находится в некотором внутреннем состоянии $q(i)$ и на его вход поступает буква $x(i)$ внешнего алфавита. Тогда следующее его внутреннее состояние будет $q(i+1)=F_1[x(i),q(i)]$. На

выходе он печатает некоторое конечное слово, являющееся функцией $\Phi_1[x(i),q(i)]$. Два β -автомата A и B также назовем сочетаемыми, если существует такое конечное входное слово, которое перерабатывалось бы автоматами A и B в одинаковые выходные слова. Рассуждения, аналогичные приведенным выше, показывают, что проблема распознавания сочетаемости для β -автоматов также алгоритмически неразрешима.

Литература

1. A.W. Burks. Computation behavior and structure in fixed and growing automata. Self-organizing systems Pergamon Press, 1960.
2. Козмидиади В.А. О множествах, перечислимых и разрешимых автоматами. ДАН СССР, т. I42, № 5 (I962).
3. Марков А.А. Теория алгорифмов. Труды мат. института им. В.А.Стеклова. т. 42 (I954).