ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Сборник трудов

1964 г. Института математики СО АН СССР Выпуск 10

ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ОГИБАЮЩЕЙ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА НА ЭВМ

Н.Г. Загоруйко

Применение ЭВМ для определения параметров исследуемого речевого сигнала позволяет оценивать точность производимых вычислений и, тем самым, достоверность получаемой при этом статистики параметров [1].

Такие характеристики речевого сигнала, как энергия и огибающая, часто рассматриваются в качестве его важных параметров. Кроме того, определение энергии и огибающей является первым этапом квадратичного и линейного детектирования, соответственно.

Погрешности в определении этих параметров зависят от выбранного метода вычислений. Рассмотрим погрешности в определении энергии и огибающей сигнала в зависимости от закона следования отсчетов.

1. Погрешности при регулярных отсчетах. Среднее значение энергии (W) и огибающей (S) за время T определяется по формулам:

$$W_A=\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt\,; \qquad S_A=\frac{1}{T}\int_0^T |f(t)|\cdot dt\,.$$

Функция $f(t)$ задана дискретными отсчетами $F(k\tau)$, равномерно следующими с шагом τ.

Удобно основывать нахождение W и S на использовании формул:

$$W_B=\frac{1}{T}\sum_{k=0}^{n-1}F^2(k\tau)\cdot\tau;\qquad S_B=\frac{1}{T}\sum_{k=0}^{n-1}|F(k\tau)|\cdot\tau ,$$

что предполагает прямоугольную аппроксимацию функции $f(t)$ в промежутках между отсчетами. Необходимо оценить ошибку в определении W_B и S_B, вызванную таким допущением.

Для простоты рассуждений примем, что $f(t)=\sin\pi t$. При этом на участке $0\leq t<1$

$$W_A=\int_0^1\sin^2\pi t\cdot dt=0,5;\qquad S_A=\int_0^1|\sin\pi t|\,dt=0,636.$$

Если первый отсчет, сделанный в момент t_0, есть $F_0=\sin\pi t_0$, то k -й отсчет равен $F_k=\sin\pi(t_0+k\tau)$.

Так как за время наблюдения T делается n отсчетов, то $\tau=\frac{T}{n}$, а

$$W_B=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\sin^2\pi(t_0+k\tau) \tag{I}$$

и

$$S_B=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}|\sin\pi(t_0+k\tau)|. \tag{2}$$

После ряда преобразований выражение (I) приводится к виду:

$$W_B=0,5-\frac{\sin n\pi t\cdot\cos\pi(2t_0-\tau_0+n\tau)}{2n\sin\pi\tau}=W_A-\Delta W_B.$$

Кривые зависимости ΔW_B от τ при $t_0=0$ и различном времени наблюдения сигнала (n) в диапазоне значения τ от 0 до 1 приведены на рис. I.

Как видно из этого рисунка, погрешность тем меньше, чем больше время наблюдения n.

Если сигнал состоит из колебаний различной частоты, то для того, чтобы суммарная ошибка была минимальной, необходимо τ для крайних частот выбирать по возможности близкими к 0,5 (т.е. располагать их симметрично относительно 0,5).

Так, если крайние частоты сигнала f_H = 100 гц и f_B = 5000 гц, то при скважности между соседними отсчетами 0,I $mсек$ получаем τ_H = 0,02 и τ_B = 0,98. При этом погрешность в определении W_B даже для крайних частот при $T\geqslant$ 2,5 $mсек$ не будет превышать 5%.

Анализ выражения (2) показывает, что S_B имеет макси-

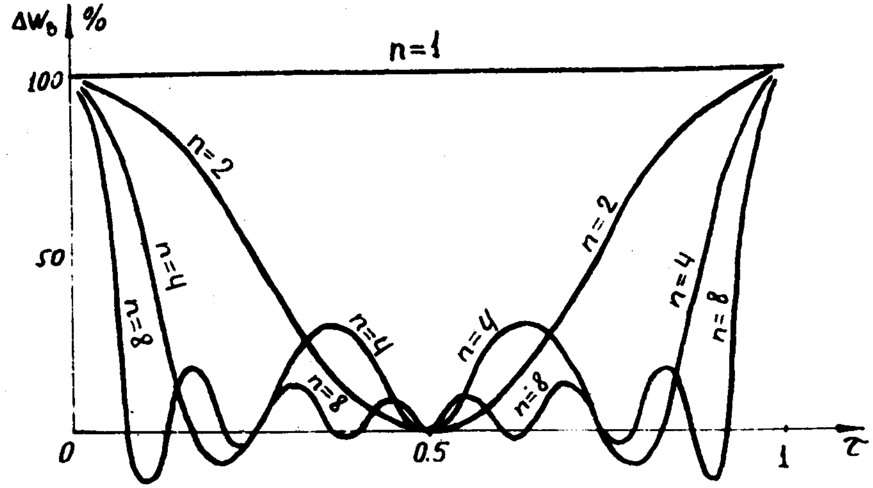

Рис.I..

мальное значение при $t_0=\frac{\tau}{2}$, а минимальное – при $t_0=0$, т.е.

$$S_{B\,max}=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}|\sin\pi(\tau/2+k\tau)|,$$

$$S_{B\,min}=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}|\sin k\tau|.$$

График зависимости $S_{B\,max}$ и $S_{B\,min}$ от времени наблюдения n приведен на рис. 2.

Если, как и в предыдущем примере, сигнал содержит составляющие в диапазоне частот от f_H = 100 гц до f_B = 5000 гц, то при шаге отсчета в 0,I $mсек$ (т.е. при отсчете верхней гармоники не менее 2-х раз за период) мы получим для крайних частот τ_H = 0,02 и τ_B = 0,98. И, значит, погрешность в определении

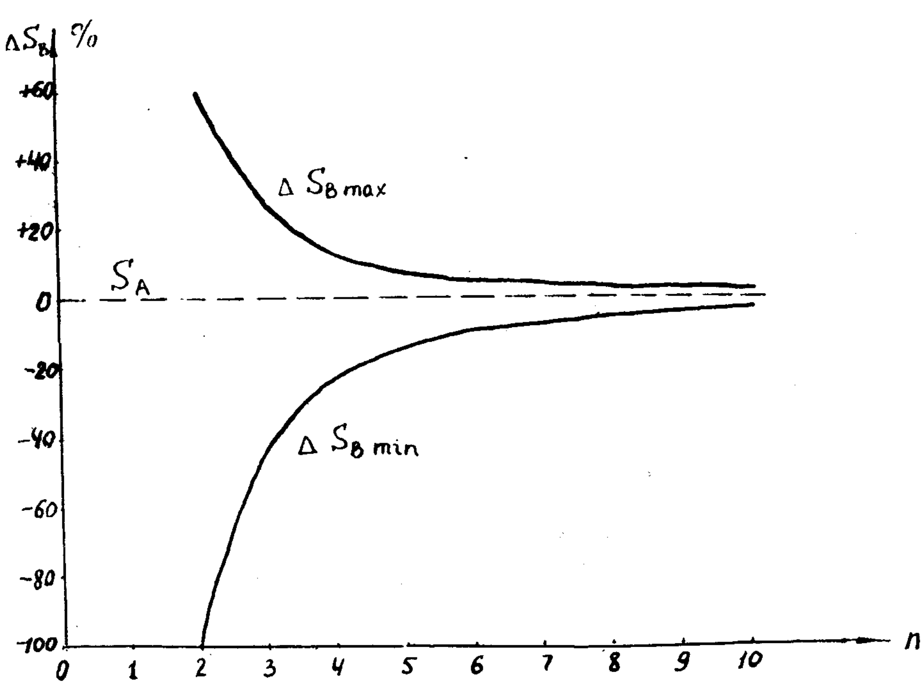

Рис.2.

огибающей уже при времени наблюдения в 2,5 *мсек* не будет превышать ± 2%.

Из рис. 2 видно, что если время наблюдения сигнала равно одному периоду, то для вычисления S_B с ошибкой, не превышающей ± 5%, нужно брать не меньше 10 отсчетов сигнала на период.

2. Погрешности при случайных отсчетах. Из предыдущего следует, что погрешность в определении W и S носит знакопеременный характер и при регулярно следующих отсчетах зависит от различных величин, в том числе от фазы первого отсчета t_0. Если моменты отсчета сигнала будут выбираться произвольно, то вследствие усреднения ошибка ΔW_B и ΔS_B с ростом числа отсчетов n будет уменьшаться.

Определим, при каком числе n случайных отсчетов W_B и S_B будут определены с ошибками, не превышающими ΔW_B и ΔS_B в α случаях из K вычислений.

Пусть $M[W_B]$ - математическое ожидание энергии, а $\overline{W_n}$ - среднее значение энергии, найденное в результате n случайных отсчетов. Тогда задача сводится к решению неравенства:

$$P\{|\overline{W_n} - M[W_B]| \geq \Delta W_B\} \leq \alpha. \qquad (3)$$

Если считать, что распределение $\overline{W_n}$ подчинено нормальному закону со среднеквадратичным отклонением σ, то решение неравенства (3) приводит к результату:

$$n = \sigma \cdot \frac{J}{\Delta W_B},$$

где J - табличный интеграл вероятности, найденный из соотношения

$$\Phi(J) \geq 1 - \frac{\alpha}{2}.$$

Для сигнала $f(t) = \sin \pi t$ при $\alpha \leq 0{,}1$ и $\Delta W_B = 0{,}1$ (т.е. при условии, что ошибка, большая 10%, встретится не чаще чем в 10 случаях из 100) число отсчетов n больше или равно 12 за все время наблюдения сигнала.

Для определения S_B с той же точностью и достоверностью, используя формулу

$$n = \sigma \cdot \frac{J}{\Delta S_B},$$

получаем, что $n \geq 10$.

Для вычисления энергии и огибающей сложного по составу речевого сигнала следует для повышения достоверности результата несколько увеличить число отсчетов (например, до n = 20). При этом, благодаря статистическому подходу, машинное время при вычислении W и S на участке порядка 20 *мсек* может быть сокращено более, чем на порядок по сравнению со случаем использования регулярно следующих отсчетов.

Литература

1. Загоруйко Н.Г. Об обмене устной информацией между человеком и вычислительными системами (данный сборник).