

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА И СВОЙСТВА ОБЛАСТИ
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ОБОГАЩЕННЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ
СЛОЯХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ^{*})

Л.С.Гасанов

В в е д е н и е

Известно, что область пространственного заряда (ОПЗ) может существовать как в объеме полупроводника (например, - при неравномерном распределении примесей и др.), так и вблизи поверхности полупроводника - при наличии заряженных поверхностных состояний.

Основы теории ОПЗ были заложены в работах В.И.Давидова [1], Н.Мотта [2] и В.Шоттки [3] при разработке теории твердых выпрямителей. Позднее Р.Кингстон и Э.Нейштадтер [4], а затем Г.Дусманис и Р.Дункан [5] и Ч.Янг [6], рассматривая случай термодинамического равновесия, невырожденной статистики и полной ионизации примесей, провели численное интегрирование уравнения Пуассона для выбранных значений энергии Ферми и некоторо-

^{*}) Основные результаты данной работы получены в январе - феврале 1963 г. и были доложены на физическом семинаре отделения ВТ ИМ СО АН СССР.

го интервала значений поверхностного потенциала, а результаты представили в графической форме. К.Гэррет и В.Браттэн [7] проанализировали квазиравновесный случай и качественно рассмотрели вид ОПЗ для обедненных и инверсионных слоев.

Однако для ряда задач, связанных как с исследованием физических свойств поверхности полупроводников, так и с применением этих свойств в некоторых полупроводниковых приборах, необходимо знание точного распределения потенциала и других характеристик ОПЗ для любых значений поверхностного потенциала и энергии Ферми. Для таких задач использование графических результатов вышеупомянутых работ весьма затруднительно, в связи с чем возникает необходимость получения достаточно точных аналитических выражений.

Основной целью данной работы является получение аппроксимированных выражений для потенциала, электрического поля и других свойств ОПЗ в обогащенных поверхностных слоях собственных и примесных полупроводников.

Рассмотрение ограничено случаем обогащенных слоев, вследствие того, что их детальное исследование необходимо не только для изучения поверхностных эффектов, но и со все более расширяющейся областью применения этих слоев в полупроводниковой электронике [8, 9] (см. также ^{*}).

При рассмотрении использовалась следующая физическая модель полупроводника [4]. Предполагалось, что равномерно распределенные примеси полностью ионизированы и свободные носители заряда подчиняются статистике Больцмана; на поверхности кристалла существует скачок потенциала; вся система находится в условиях термодинамического равновесия, а размеры кристалла таковы, что применимо одномерное уравнение Пуассона.

1. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Пространственный заряд (ПЗ) создается как зарядом подвижных носителей - электронов и дырок, так и зарядом, связанным с неподвижными примесями - донорами и акцепторами. Поэтому для принятой модели локальная плотность ПЗ выразится так:

$$\rho(x) = q [N_d - n(x) + p(x) - N_a], \quad (1)$$

^{*}) Гасанов Л.С., Дагман Э.И., Косцов Э.Г., Петросян В.И., Скок Э.М. Доклад на симпозиуме по физике тонких пленок, Москва, декабрь, 1962 г.

где x - расстояние от поверхности; q - абсолютная величина заряда электрона; N_d - концентрация доноров; N_a - концентрация акцепторов; $n(x)$ и $p(x)$ - локальные концентрации электронов и дырок в ОПЗ, соответственно.

Можно показать, что в ОПЗ в случае невырожденного электронного газа

$$n(x) = n_0 \exp\left(-\frac{\psi}{kT}\right), \quad (2)$$

$$p(x) = p_0 \exp\left(\frac{\psi}{kT}\right). \quad (3)$$

Здесь n_0 и p_0 - соответственно концентрации электронов и дырок в объеме, где ПЗ отсутствует; k - постоянная Больцмана; T - абсолютная температура; ψ - потенциал (потенциальная энергия электрона в ОПЗ). Очевидно, что в объеме полупроводника вдали от поверхности выполняется условие электрической нейтральности

$$N_d - N_a = n_0 - p_0.$$

С такими определениями уравнение Пуассона, описывающее распределение потенциала в ОПЗ, имеет вид:

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = 2 \left[\lambda (1 - e^{-\psi}) + \lambda^{-1} (e^{\psi} - 1) \right], \quad (4)$$

где $\psi = \psi/kT$ - нормализованный потенциал; $z = x/L_D$ - нормализованное расстояние; $L_D = (\epsilon kT / 2\pi q^2 n_i)^{1/2}$ - характеристическая длина; ϵ - диэлектрическая постоянная полупроводника; n_i - собственная концентрация электронов, $\lambda = n_0/n_i$ - нормализованная концентрация электронов в объеме (очевидно, что $\lambda^{-1} = p_0/n_i$). Заметим, что в уравнении (4) нет величин, явно зависящих от свойств данного полупроводникового материала (λ можно рассматривать как параметр), поэтому любое частное решение уравнения (4) универсально в том смысле, что оно справедливо для любых полупроводников в рамках принятой модели.

Отсчитывая потенциал от дна зоны проводимости (полагаем, что нуль энергии соответствует дну зоны проводимости, а положительные значения энергии откладываются вверх от дна зоны проводимости), имеем в объеме полупроводника, где ПЗ отсутствует,

$$\psi(z) \Big|_{z=\infty} = 0. \quad (5)$$

Пусть, кроме того, на самой поверхности полупроводника потенциал равен ψ_s , т.е.

$$\psi(z) \Big|_{z=0} = \psi_s. \quad (6)$$

Уравнение (4) вместе с граничными условиями (5) и (6) полностью описывает поведение потенциала в ОПЗ для любых поверхностных слоев - обогащенных, обедненных и инверсионных.

2. СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ ПЗ

Рассмотрим для определенности полупроводник n -типа. В этом случае в результате однократного интегрирования уравнения (4) при условии (5) получим:

$$\frac{d\psi}{dz} = \pm 2 \left[\lambda (e^{-\psi} + \psi - 1) + \lambda^{-1} (e^{\psi} - \psi - 1) \right]^{1/2}, \quad (7)$$

где знак "+" соответствует обогащенным слоям, а знак "-" - обедненным и инверсионным слоям, так как при выбранной системе отсчета потенциал и его производная удовлетворяют неравенствам

$\psi_s < \psi < 0$ и $d\psi/dz \geq 0$ в случае обогащенных слоев и $0 < \psi < \psi_s$ и $d\psi/dz < 0$ - в случае обедненных и инверсионных слоев [см. (2) и (3)].

Уравнение (7) определяет распределение нормализованного электрического поля $E(z) = d\psi/dz$ в ОПЗ. Легко заметить, что первый член под корнем в (7) определяется наличием электронов и доноров в ОПЗ, второй член - дырок и акцепторов, причем влияние электронов описывается членом $\lambda \exp(-\psi) - 1$, а дырок - $\lambda^{-1} (\exp \psi - 1)$.

Разделяя переменные в уравнении (7) и интегрируя его с учетом граничного условия (6) получим:

$$z(\psi_s, \psi, \lambda) = \pm \lambda^{1/2} D(\psi_s, \psi, \lambda), \quad (8)$$

$$\text{где } D(\psi_s, \psi, \lambda) = \frac{1}{2} \int_{\psi_s}^{\psi} \frac{d\psi}{F(\psi, \lambda)} \quad (9)$$

$$\text{и } F(\psi, \lambda) = \left[(e^{-\psi} + \psi - 1) + \lambda^{-2} (e^{\psi} - \psi - 1) \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Отметим два свойства полученного решения (8), которые понадобятся в дальнейшем.

1. Интеграл справа при $\psi \rightarrow 0$ логарифмически расходится.

2. Поскольку нижний предел интеграла определяет только постоянную интегрирования, то справедливо следующее соотношение:

$$Z(\psi'_s, \psi, \lambda) = Z(\psi'_s, \psi, \lambda) - Z(\psi'_s, \psi'_s, \lambda) \quad (II)$$

при

$$|\psi| < |\psi'_s| < |\psi'_s|.$$

Очевидно, что выражение (8) определяет пространственное распределение потенциала в ОПЗ. Выражения для избытка электронов ΔN , избытка дырок ΔP и объемного заряда ΔQ , согласно работе [4] и сделанным выше определениям, можно представить следующими соотношениями:

$$\Delta N = \pm \frac{1}{2} L_D n_i \lambda^{1/2} \int_0^{\psi_s} \frac{1 - e^{-\psi}}{F(\psi, \lambda)} d\psi, \quad (I2)$$

$$\Delta P = \mp \frac{1}{2} L_D n_i \lambda^{-3/2} \int_0^{\psi_s} \frac{e^{\psi} - 1}{F(\psi, \lambda)} d\psi, \quad (I3)$$

$$\Delta Q = q(\Delta P - \Delta N) = \mp q L_D n_i \lambda^{1/2} F'(\psi_s, \lambda), \quad (I4)$$

где верхний знак в правых частях соответствует обогащенным слоям, нижний знак — обедненным и инверсионным слоям. Квадратуры в (8), (I2), (I3), к сожалению, невыполнимы. Так как пользование этими выражениями затруднено, то рассмотрим ряд случаев, позволяющих получить либо точные аналитические выражения для обсуждаемых величин, либо их аппроксимации. Дальнейшее изложение ограничивается случаем обогащенных слоев.

2.1. Собственные полупроводники. В этом случае $n_0 = p_0 = n_i$ и, следовательно, $\lambda = 1$. Тогда согласно (I0):

$$F(\psi) = (e^{-\psi} - 2 + e^{\psi})^{1/2} = e^{-\frac{\psi}{2}} - e^{\frac{\psi}{2}}. \quad (I5)$$

Подставляя это в (8) и выполняя интегрирование, получаем:

$$z = \text{Arth}(e^{\frac{\psi}{2}}) - \text{Arth}(e^{\frac{\psi_s}{2}}).$$

$$\text{Откуда } \psi(z) = 2 \ln \text{th}(z + A), \quad (I6)$$

$$\text{где } A = \text{Arth}(e^{\frac{\psi_s}{2}}).$$

Несложными преобразованиями выражение (I6) можно свести к выражению, аналогичному приведенному в заметке [I0]:

$$\psi(z) = 4 \text{Arth} \left[\text{th} \left(\frac{\psi_s}{4} \right) e^{-2z} \right].$$

На основании (7), (I5) и (I6) получаем для нормализованного электрического поля следующую зависимость от расстояния:

$$E(z) = 4 sh^{-1} [2(z + A)]. \quad (I7)$$

Локальные концентрации электронов и дырок в ОПЗ выразятся соответственно так:

$$n(z) = n_i \text{th}^{-2}(z + A) \quad (I8)$$

$$\text{и } p(z) = n_i \text{th}^2(z + A). \quad (I9)$$

Интегралы в (I2) и (I3) при $F(\psi, \lambda)$ вида (I5) берутся, и для избыточной концентрации электронов и дырок имеем:

$$\Delta N = L_D n_i (e^{-\frac{\psi_s}{2}} - 1), \quad (20)$$

$$\Delta P = L_D n_i (e^{\frac{\psi_s}{2}} - 1). \quad (21)$$

Тогда избыточный заряд определится следующим образом:

$$\Delta Q = -q L_D n_i (e^{-\frac{\psi_s}{2}} - e^{\frac{\psi_s}{2}}) = 2q L_D n_i sh \left(\frac{\psi_s}{2} \right). \quad (22)$$

Из (20) находим

$$\psi_s = -2 \ln \left[\frac{\Delta N}{L_D n_i} + 1 \right],$$

то есть потенциал на поверхности непосредственно выражается через избыточную концентрацию электронов и объемные свойства полупроводника.

Все полученные соотношения справедливы также и для обедненных (относительно электронов) слоев в собственных полупроводниках, только в этом случае следует считать:

$$\psi_s > \psi > 0 \quad \text{и} \quad \frac{d\psi}{dz} < 0.$$

2.2. Примесные полупроводники. В противоположность рассмотренному случаю собственных полупроводников для примесных полупроводников не удастся получить в явном виде точного решения уравнения Пуассона. Необходимо численное интегрирование. Однако, как будет показано, представляется возможным не только значительно упростить расчеты, но и

получить аппроксимирующие формулы для интересующих нас величин с достаточной степенью точности. Ниже обсуждаются три из возможных путей аппроксимации.

I. Рассмотрим сначала полупроводник с такой концентрацией примесей, при которой $\lambda \gg 1$. В этом случае второй член под корнем выражения (10) становится много меньше первого члена при малых $|\psi|$ (напомним, что $\psi < 0$) и тем более меньше - при больших $|\psi|$. Следовательно, вторым членом можно пренебречь

$$F(\psi, \lambda) \approx [e^{-\psi} + \psi - 1]^{1/2} \quad (23)$$

Физически это означает, что в рассматриваемом случае дырки и акцепторами в ОПЗ пренебрегается. Подставляя (23) в (8), получаем

$$z(\psi_s, \psi, \lambda) = \lambda^{-1/2} H(\psi_s, \psi), \quad (24)$$

определив таким образом функцию

$$H(\psi_s, \psi) = \frac{1}{2} \int_{\psi_s}^{\psi} \frac{d\psi}{[e^{-\psi} + \psi - 1]^{1/2}} \quad (25)$$

Функция $H(\psi_s, \psi)$ подобно функции $D(\psi_s, \psi, \lambda)$ (см. (9)) при $\psi \rightarrow 0$ логарифмически расходится. Кроме того, $H(\psi_s, \psi)$ обладает свойством, аналогичным (II), т.е.

$$H(\psi_s', \psi) - H(\psi_s^0, \psi) = H(\psi_s^0, \psi_s') \quad (26)$$

при $|\psi| < |\psi_s| < |\psi_s^0|$.

Определим границы применимости полученной аппроксимации (24). Точность выражения (24), как и точность рассматриваемых ниже аппроксимаций, будем характеризовать относительной погрешностью

$$\varepsilon_{(N)} = \frac{F - F_{(N)}}{F}, \quad (27)$$

где F - точное выражение, $F_{(N)}$ - приближенное, а (N) - номер соответствующего приближенного выражения в тексте. (Значения всех $\varepsilon_{(N)}$ рассчитывались на ЭВМ).

На рис. I представлена зависимость $-\varepsilon_{(24)}(\psi_s, \psi, \lambda)$ от ψ для различных значений λ при $\psi_s = -40$ (сплошные кривые). Пунк-

тирные кривые на рис. I, а изображают зависимость $-\varepsilon_{(24)}(\psi_s, \psi, \lambda)$ при $\psi_s = -5$, а на рис. I, б - при $\psi_s = -1$.

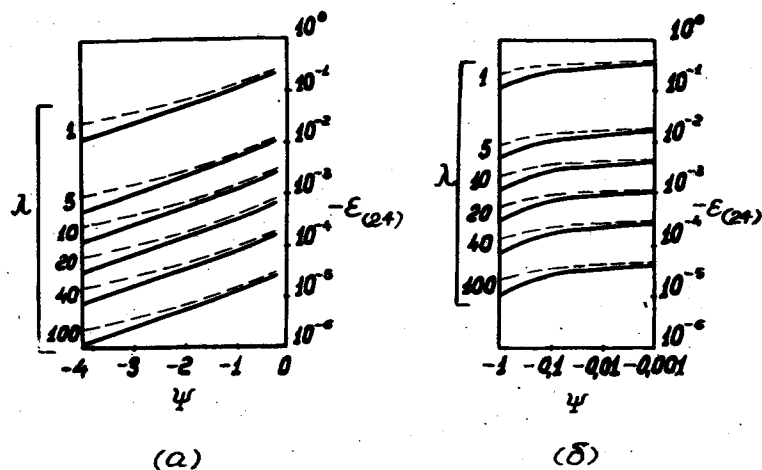


Рис. I. Относительная погрешность формулы (24).

Из рисунка видно, что выражение (24) является достаточно хорошей аппроксимацией точного решения уравнения Пуассона. Хотя входящая в это выражение функция $H(\psi_s, \psi)$ представляется интегралом, но этот интеграл не зависит от λ , что является существенным отличием от (8). Это позволяет составить таблицу значений $H(\psi_s, \psi)$ при некотором ψ_s для $\psi_s \leq \psi < 0$ и пользоваться ею вместе с (24) для расчета хода потенциала вблизи поверхности полупроводника.

Эта таблица была вычислена на ЭВМ (см. табл. I) в интервале $-15 < \psi < -0.2$ при $\psi_s = -15$. Значения функции $H(\psi_s, \psi)$ для ψ , отличных от указанных в таблице, могут быть получены методами интерполирования. Таблицей можно пользоваться также при $\psi_s > -15$, если применить соотношение (26). Кроме того, величину $\varepsilon_{(24)}$, представленную графически на рис. I для различных λ , можно рассматривать как поправку к функции $H(\psi_s, \psi)$. Для $\psi_s < \psi < -15$ функция $H(\psi_s, \psi)$, как будет показано ниже, аппроксимируется функцией $[\exp(\psi/2) - \exp(\psi_s/2)]$ с высокой точностью. Поэтому при расчете $H(\psi_s, \psi)$ можно воспользоваться таблицами экспоненциальной функции.

Итак, выражение (24) вместе с таблицей I и поправкой $\varepsilon_{(24)}$

Т а б л и ц а I *

Значения функции $H(\psi_s, \psi)$ в интервале $-15 < \psi < 0,2$
при $\psi_s = -15$

ψ	$H(\psi)$	ψ	$H(\psi)$	ψ	$H(\psi)$	
-15,0	0,0000	0	-10,0	6,1855	-3	
-14,8	5,8169	-5	-9,8	6,8943	-3	
-14,6	1,2245	-4	-9,6	7,6777	-3	
-14,4	1,9850	-4	-9,4	8,5436	-3	
-14,2	2,7202	-4	-9,2	9,5006	-3	
-14,0	3,5880	-4	-9,0	1,0558	-2	
-13,8	4,5470	-4	-8,8	1,1727	-2	
-13,6	5,6069	-4	-8,6	1,3020	-2	
-13,4	6,7783	-4	-8,4	1,4448	-2	
-13,2	8,0729	-4	-8,2	1,6027	-2	
-13,0	9,5036	-4	-8,0	1,7772	-2	
-12,8	1,1085	-3	-7,8	1,9702	-2	
-12,6	1,2832	-3	-7,6	2,1835	-2	
-12,4	1,4764	-3	-7,4	2,4193	-2	
-12,2	1,6898	-3	-7,2	2,6801	-2	
-12,0	1,9257	-3	-7,0	2,9684	-2	
-11,8	2,1864	-3	-6,8	3,2873	-2	
-11,6	2,4745	-3	-6,6	3,6400	-2	
-11,4	2,7930	-3	-6,4	4,0301	-2	
-11,2	3,1449	-3	-6,2	4,4617	-2	
-11,0	3,5338	-3	-6,0	4,9393	-2	
-10,8	3,9637	-3	-5,8	5,4679	-2	
-10,6	4,4388	-3	-5,6	6,0532	-2	
-10,4	4,9638	-3	-5,4	6,7015	-2	
-10,2	5,5441	-3	-5,2	7,4197	-2	
				-5,0	8,2158	-2
				-4,8	9,0988	-2
				-4,6	1,0079	-1
				-4,4	1,1167	-1
				-4,2	1,2377	-1
				-4,0	1,3723	-1
				-3,8	1,5223	-1
				-3,6	1,6896	-1
				-3,4	1,8767	-1
				-3,2	2,0862	-1
				-3,0	2,3214	-1
				-2,8	2,5863	-1
				-2,6	2,8856	-1
				-2,4	3,2253	-1
				-2,2	3,6128	-1
				-2,0	4,0576	-1
				-1,8	4,5722	-1
				-1,6	5,1736	-1
				-1,4	5,8854	-1
				-1,2	6,7421	-1
				-1,0	7,7973	-1
				-0,8	9,1406	-1
				-0,6	1,0940	0
				-0,4	1,3572	0
				-0,2	1,8237	0

* Численные значения функции $H(\psi_s, \psi)$ имеют четыре верные значащие цифры (пятая цифра может отличаться на ± 1). Справа от каждого численного значения указан его десятичный порядок, например, запись $5,8169 - 5$ означает, что $H(\psi_s, \psi) = 5,8169 \cdot 10^{-5}$

полностью определяют распределение потенциала вблизи поверхности полупроводника.

Рассмотрим другие свойства поверхностного слоя. Выразив нормированное электрическое поле, согласно (10) и (23) формулой

$$E(z) = 2\lambda^{1/2} h(\psi), \quad (28)$$

$$h(\psi) = [e^{-\psi} + \psi - 1]^{1/2}, \quad (29)$$

где и комбинируя (28) с (24), пользуясь табл. I, можно получить явную зависимость электрического поля от расстояния до поверхности.

На рис. 2 показана зависимость $\epsilon_{(28)}(\psi, \lambda)$ для различных значений λ .

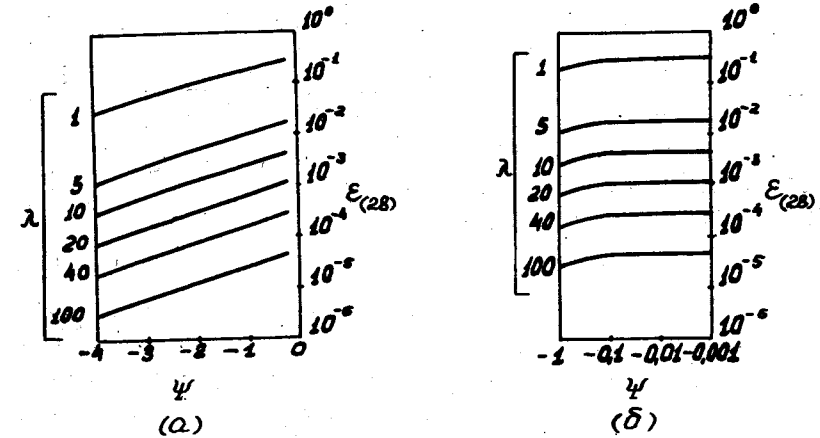


Рис. 2. Относительная погрешность формулы (28).

Из рисунка видно, что формула (28) - хорошая аппроксимация выражения (7).

Численные значения функции $h(\psi)$ для $-15 < \psi < -0,5$ с шагом $\Delta\psi = 0,5$ даны в табл. 2. Для $|\psi| > 15$ функция $h(\psi) \approx \exp(-\psi/2)$ с относительной погрешностью $< 2,5 \cdot 10^{-6}$. Поэтому для таких значений ψ можно пользоваться таблицами экспоненциальной функции.

Далее, с помощью таблицы I и выражения (24) можно получить, согласно формулам (2) и (3), численные значения локальных концентраций электронов и дырок в зависимости от расстояния в ОПЗ.

Таблица 2 *

Численные значения функции $h(\psi)$ в интервале $-15 \leq \psi < -0,5$

ψ	$h(\psi)$	ψ	$h(\psi)$	ψ	$h(\psi)$
-15,0	1,8080	+3 -10,0	1,4838	+2 -5,0	1,1934
-14,5	1,4081	+3 -9,5	1,1554	+2 -4,5	9,1933
-14,0	1,0966	+3 -9,0	8,9962	+1 -4,0	7,0426
-13,5	8,5405	+2 -8,5	7,0038	+1 -3,5	5,3493
-13,0	6,6513	+2 -8,0	5,4516	+1 -3,0	4,0107
-12,5	5,1800	+2 -7,5	4,2421	+1 -2,5	2,9466
-12,0	4,0341	+2 -7,0	3,2994	+1 -2,0	2,0950
-11,5	3,1417	+2 -6,5	2,5645	+1 -1,5	1,4077
-11,0	2,4467	+2 -6,0	1,9911	+1 -1,0	8,4752
-10,5	1,9054	+2 -5,5	1,5433	+1 -0,5	3,8564

В рассматриваемом приближении удается также вычислить интеграл в выражении (12) для избыточной концентрации электронов. Действительно, в этом случае

$$\Delta N = L_D n_i \lambda^{1/2} h(\psi_s). \quad (30)$$

На рис. 3 представлена зависимость $\epsilon_{(30)}(\psi_s, \lambda)$ для различных значений λ . Рисунок показывает, что точность приближения (30) очень быстро улучшается с увеличением $|\psi_s|$ и λ .

Согласно (14) и (23) для величины объемного заряда (равного, но противоположного по знаку заряду, например, в поверхностных состояниях) получается выражение

$$\Delta Q = -q L_D n_i \lambda^{1/2} h(\psi_s), \quad (31)$$

т.е. заряд определяется только избыточной концентрацией электронов. Очевидно, что точность приближения

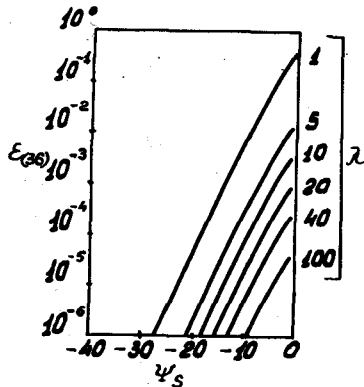


Рис.3. Относительная погрешность формулы (30).

* См. примечание к таблице I.

ΔQ выражением (31) полностью определяется величиной $\epsilon_{(28)}(\psi_s, \lambda)$.

Подводя итог, можно сказать, что введенные функции $H(\psi_s, \psi)$ и $h(\psi)$ вместе с поправками $\epsilon_{(24)}, \epsilon_{(28)}, \epsilon_{(30)}$ существенно упрощают расчеты потенциала, электрического поля и других свойств ОПЗ.

Выше уже упоминалось, что для $|\psi| > 15$ функция $h(\psi)$ аппроксимируется функцией $\exp(-\psi/2)$ с относительной погрешностью $\epsilon_0(\psi) < 2,5 \cdot 10^{-6}$. Поэтому для таких ψ вместо (23) можно использовать $F(\psi, \lambda) \approx \exp(-\psi/2)$. Такая аппроксимация функции $F(\psi, \lambda)$ позволяет значительно упростить полученные формулы. Действительно, выражение (24) в этом случае будет иметь вид:

$$z = \lambda^{-1/2} (e^{\psi/2} - e^{-\psi/2}),$$

причем максимальная относительная погрешность этого выражения $|\epsilon^{max}(\psi_s, \psi, \lambda) + \epsilon_{(28)}(\psi, \lambda) + \epsilon_0(\psi)|$. Тогда распределение потенциала определится формулой $\psi(z) = 2 \ln(e^{\psi_s/2} + \lambda^{1/2} z)$; электрическое поле $E(z) = 2 \lambda^{1/2} (e^{\psi_s/2} + \lambda^{1/2} z)^{-1}$;

локальная концентрация электронов $n(z) = n_0 (e^{\psi_s/2} + \lambda^{1/2} z)^{-2}$

и избыточная концентрация электронов $\Delta N = L_D n_i \lambda^{1/2} e^{-\psi_s/2}$.

Кроме того, очевидно, что $H(\psi_s, \psi) = [\exp(\psi/2) - \exp(-\psi/2)]$ с максимальной относительной погрешностью, меньшей $\epsilon_0(\psi)$.

П. Рассмотрим теперь случай, когда $\lambda \gg 1$ и $\psi(z) \ll 0$. Первое условие совпадает с ограничением только что рассмотренного случая, второе — означает, что рассмотрение ограничивается некоторой частью ОПЗ. Принимая во внимание оба условия можно пренебречь вторым членом и ψ в первом члене под корнем выражения (10).

$$F(\psi, \lambda) \approx (e^{-\psi} - 1)^{1/2}. \quad (32)$$

Физически такой вид $F(\psi, \lambda)$ означает пренебрежение не только дырками и акцепторами, но и донорами.

В результате подстановки (32) в (8) получим:

$$z(\psi_s, \psi, \lambda) = \lambda^{-1/2} [\arccos(e^{\psi_s/2}) - \arccos(e^{\psi/2})]. \quad (33)$$

Этот интеграл в отличие от (8) при $\psi \rightarrow 0$ сходится к величине

$$z(\psi_s, 0, \lambda) = \lambda^{-1/2} \arccos(e^{\psi_s/2}) = z(\psi_s, \lambda), \quad (34)$$

которую можно назвать "глубиной" ОПЗ (очевидно, что $z(\psi_s, \lambda) < \frac{E}{2}$)

Из (33) с учетом (34) следует такое распределение потенциала:

$$\psi(z) = 2 \ln \cos [\lambda^{1/2} (d-z)]. \quad (35)$$

Зависимость нормализованного электрического поля от расстояния в этом случае примет вид

$$E(z) = 2\lambda^{1/2} \operatorname{tg} [\lambda^{1/2} (d-z)].$$

Локальная концентрация электронов согласно (2) и (35) определяется так:

$$n(z) = \lambda n_i \cos^{-2} [\lambda^{1/2} (d-z)],$$

а для избыточной концентрации электронов в ОПЗ получим:

$$\Delta N = L_D n_i \lambda^{1/2} [(e^{-\psi_s} - 1)^{1/2} - \arccos(e^{\psi_s/2})].$$

Простой анализ показывает, что более точной формулой для ΔN будет

$$\Delta N = L_D n_i \lambda^{1/2} [e^{-\psi_s/2} - 1]^{1/2}, \quad (36)$$

которая также следует из выражения для величины объемного заряда

$$\Delta Q = -q L_D n_i \lambda^{1/2} [e^{-\psi_s/2} - 1]^{1/2}.$$

Последнее получается из (14) и (32). Уравнение (36) разрешается относительно ψ_s и в результате:

$$\psi_s = -\ln \left(\frac{\Delta N^2}{L_D^2 n_i^2 \lambda} + 1 \right).$$

Проведем графический анализ некоторых из полученных соотношений. На рис. 4, а представлена зависимость $\epsilon_{(33)}(\psi_s, \psi, \lambda)$ для различных значений λ при $\psi_s = -40$. Интересно, что кривые для $\lambda > 5$ при выбранном масштабе сливаются с кривой для

$\lambda = 5$. Эта малая зависимость от λ значительно упрощает пользование величиной $\epsilon_{(33)}$ как поправкой к выражению (33). Кроме того, кривые на (рис. 4, а) совпадают с кривыми, соответствующими значениям $\epsilon_{(33)}$ при $-40 < \psi_s < -10$, а при $\psi_s > -10$ несколько отклоняются. На рис. 5 изображена зависимость $-\epsilon_{(36)}(\psi_s, \lambda)$ для различных значений λ (сплошные кривые).

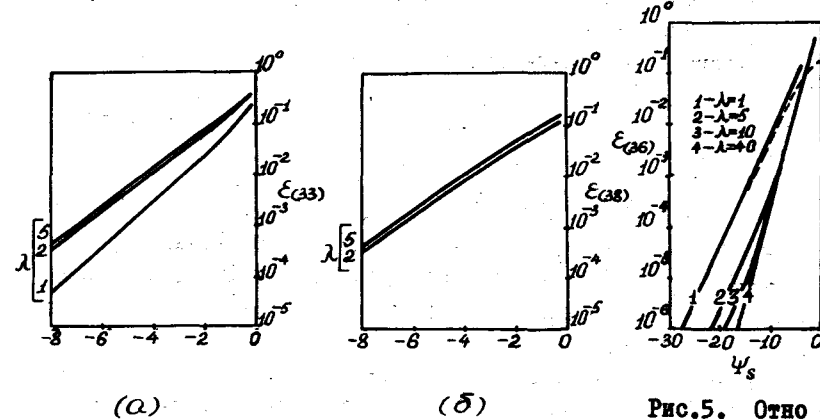


Рис. 4. Относительные погрешности: (а)-формулы (33), (б)-формулы (38).

Рис. 5. Относительная погрешность формулы (36).

Из рисунков можно определить области применимости полученных аппроксимаций для заданной точности.

III. В обоих рассмотренных случаях вид функции $F(\psi, \lambda)$ выбирался таким, что каждому из них можно было поставить в соответствие определенную физическую модель. В первом случае пренебрегалось дырками и акцепторами, во втором - дырками, акцепторами и донорами. Однако опуская физическую наглядность, можно так преобразовать $F(\psi, \lambda)$, что для всех рассматриваемых величин можно получить достаточно точные аналитические выражения во всей ОПЗ или в ее некоторой части. Рассмотрим одну из таких возможностей.

Сопоставляя выражения (15), (23) и (32), представим $F(\psi, \lambda)$ аналогично (15), но для $\lambda \gg 1$, т.е.

$$F(\psi, \lambda) = [e^{-\psi} - 2 + e^{\psi}]^{1/2} \quad (37)$$

(из (10) легко получить член, которым можно пренебречь в этом случае). Подстановка (37) в (8) дает

$$z(\psi_s, \psi, \lambda) = \lambda^{-1/2} [\text{Arth}(e^{\psi/2}) - \text{Arth}(e^{\psi_s/2})]. \quad (38)$$

Этот интеграл при $\psi \rightarrow 0$ логарифмически расходится, и предлагаемая аппроксимация в отличие от (33) качественно совпадает с точным выражением (8) во всей ОПЗ.

Из (38) получим выражение для потенциала

$$\psi(z) = 2 \ln \text{th} [\lambda^{1/2} z + A], \quad (39)$$

где

$$A = \text{Arth}(e^{\psi_s/2}).$$

На рис. 4,б изображена зависимость $\mathcal{E}_{(38)}(\psi_s, \psi, \lambda)$ при $\psi_s = -40$ для различных λ . Сравнение этих кривых с кривыми рис. 4,а показывает, что (38) — более точная аппроксимация, чем (33), в особенности при малых $|\psi|$.

Выражение (39) позволяет получить распределение электрического поля, локальные концентрации электронов и дырок и избыточные концентрации электронов и дырок в ОПЗ. Соответственно имеем:

$$\begin{aligned} E(z) &= 4 \lambda^{1/2} \text{sh}^{-1} [e^{\lambda^{1/2} z + A}], \\ n(z) &= \lambda n_i \text{th}^2 (\lambda^{1/2} z + A), \\ p(z) &= \lambda^{-1} n_i \text{th}^2 (\lambda^{1/2} z + A), \\ \Delta N &= L_D n_i \lambda^{1/2} (e^{-\psi_s/2} - 1), \\ \Delta P &= L_D n_i \lambda^{1/2} (e^{\psi_s/2} - 1). \end{aligned} \quad (40)$$

Избыточный заряд во всей ОПЗ определяется теперь соотношением

$$\Delta Q = -q L_D n_i \lambda^{1/2} (e^{-\psi_s/2} - e^{\psi_s/2}) = 2q L_D n_i \text{sh}(\psi_s/2),$$

Из (40) легко получим

$$\psi_s = 2 \ln \left[\frac{\Delta N}{L_D n_i \lambda^{1/2}} + 1 \right].$$

На рис. 5 пунктирной кривой представлена зависимость $\mathcal{E}_{(40)}(\psi_s, \lambda)$ для $\lambda > 5$. Из рисунка видно, что формула (40) избыточной

концентрации электронов менее точна, чем формула (36) для $\lambda > 5$.

3. Заключение

Теоретически рассмотрено распределение потенциала в слое ПЗ как функции объемных электрических свойств полупроводника и условий на поверхности в случае обогащения. Проблема связана с решением одномерного нелинейного уравнения Пуассона, которое сформулировано с учетом подвижных и неподвижных зарядов обоих знаков. Для собственных полупроводников уравнение решено в точной аналитической форме, для примесных полупроводников найдены приближенные формулы, которые с достаточной степенью точности аппроксимируют точное решение уравнения Пуассона. Кривые рис. 1-5 иллюстрируют зависимость относительной погрешности этих формул от значения потенциала. Следует отметить, что почти линейная зависимость (в полулогарифмическом масштабе) относительных погрешностей позволяет весьма просто учитывать погрешности соответствующих формул.

Хотя все рассмотрение велось для полупроводников n -типа, полученные результаты применимы для полупроводников p -типа, если в соответствующих формулах заменить ψ на $-\psi$, ψ_s на $-\psi_s$, а λ на λ^{-1} . В таблицах 1 и 2 значения функций останутся прежними, но столбец с ψ заменится на столбец с $-\psi$.

Результаты данной работы могут быть непосредственно применены не только к исследованию физических свойств поверхности полупроводников, но и к исследованию некоторых проблем полупроводниковой электроники, например, проблемы контакта металл-полупроводник. Очевидно, что для малых токов распределение потенциала и, следовательно, другие свойства ОПЗ будут мало отличаться от равновесного случая, рассмотренного здесь.

Далее, свойства ОПЗ необходимо принимать во внимание при рассмотрении работы ряда приборов на тонких пленках, толщины которых сравнимы с размерами ОПЗ. Так, обогащенные слои на поверхности полупроводников и диэлектриков могут оказывать существенное влияние на работу таких тонкопленочных устройств, как системы металл-полупроводник-металл, металл-диэлектрик-полупроводник и другие.

В заключении автор искренне благодарит А.В.Ржанова, В.Л.Дятлова, И.Г.Неизвестного, С.П.Синицу за полезное обсуждение

результатов данной работы, а также Дагмана Э.И., Косцова Э.Г.,
Петросяна В.М. и Скока Э.М. за постоянный интерес к работе.

И-т математики СО АН СССР

Поступила в редакцию
15.IV.1964г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давидов Б.И. ЭТФ, 9, 451 (1939); 10, 1342 (1940)
2. Mott N.F., Proc. Roy. Soc. (London) A 171, 27 (1939)
3. Schottky W., Z. Physik, 133, 367, (1939); 118, 539 (1942)
4. Kingston R. and Neustadter S., J. Appl. Phys. 26, 718 (1955)
5. Dousmanis G. and Duncan R., J. Appl. Phys., 29, 1627 (1958)
6. Young C., J. Appl. Phys., 32, 329, (1961)
7. Garrett C. and Brattain W., Phys. Rev., 99, 376 (1955)
8. Mead C.A., Proc. IEEE, 51, N6, 954, (1963)
9. Weimer P.K., Proc IEEE, 50, N 6, 1462 (1962)
10. Busch G., Helv. Phys. Acta 29, 196 (1956)