УДК.5I8.5 + 62I.3II.25

МНОГОГРУППОВОЙ РАСЧЕТ ДВУМЕРНОГО РЕАКТОРА В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ НА СИСТЕМЕ "МИНСК-222"

А.А. Велесько, Ю.Г. Косарев, Р.В. Юревич

I. Распределение нейтронов в реакторе в диффузионном приближении для двумерных областей (x,y) и (r,z) описывается системой уравнений:

$$-\frac{1}{r^{\alpha}}\frac{\partial}{\partial r} D_j r^{\alpha} \frac{\partial \Phi_j(r,z)}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial z} D_j \frac{\partial \Phi_j(r,z)}{\partial z} + \Sigma_j \Phi_j(r,z) = F_j(r,z); \tag{I}$$

$$F_j(r,z) = \frac{\chi_j}{K_{эфф.}} \cdot Q(r,z) + \sum_{i=1}^{j-1} \Sigma_{ij} \Phi_i(r,z), \tag{2}$$

$$Q(r,z) = \sum_{j=1}^{G} (\nu_f \Sigma_f)_j \Phi_j(r,z) \tag{3}$$

с условиями на внешней границе реактора:

$$\Phi|_{\Gamma} = 0. \tag{4}$$

На границах зон выполняются условия непрерывности потока $\Phi_j(r,z)$ и тока $D_j \frac{d\Phi_j(r,z)}{d\bar{n}}$,

где D_j, Σ_j, $(\nu_f \Sigma_f)_j$, Σ_{ij} – кусочно-постоянные функции;

- Γ – контур, ограничивающий рассматриваемую область (прямоугольник);
- G – число энергетических групп ($G \leqslant 10$);
- j – номер группы;
- χ_j – доля нейтронов спектра деления в группе j;
- Φ_j – функция распределения нейтронов в j-ой группе;
- $\bar{n}$ – направление нормали к границе раздела двух зон;

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{для геометрии } (x,y); \\ 1 & \text{для геометрии } (r,z). \end{cases}$$

Задача заключается в нахождении первого собственного числа ($I/K_{эфф}$) и собственной функции (Φ_j) системы уравнений (I), (2), (3), (4). Она решается методом итерации источников [I].

2. Введем разностную сеть так, чтобы линии сетки совпали с границами зон (предполагается, что границы зон параллельны осям). Шаги сетки могут меняться от зоны к зоне (рис. I).

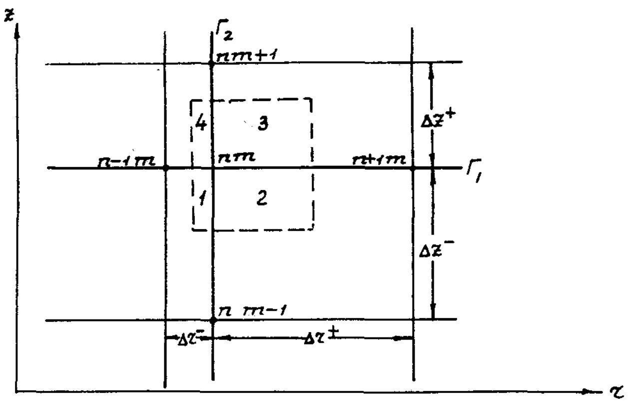

Рис. I. Γ_1, Γ_2 - границы зон.

Уравнения (I) - (4) заменяем системой конечно-разностных уравнений:

$$-S_{nmj}\Phi_{nmj} + a_{nmj}\Phi_{nm+1,j} + b_{nmj}\Phi_{nm-1,j} + C_{nmj}\Phi_{n+1,mj} + d_{nmj}\Phi_{n-1,mj} + L_{nmj} = 0.$$

Эта система решается методом последовательной верхней релаксации [2]:

$$\Phi_{nmj}^{p+1,q} = (1-\omega)\Phi_{nmj}^{pq} + \frac{\omega}{S_{nmj}}\Big[a_{nmj}\Phi_{n\,m+1,j}^{p+1,q} + b_{nmj}\Phi_{n\,m-1,j}^{pq} + C_{nmj}\Phi_{n+1,mj}^{pq} + d_{nmj}\Phi_{n-1,mj}^{p+1,q} + L_{nmj}^{q-1}\Big], \qquad (5)$$

где

$$a_{nmj} = \frac{D_j^3(\Delta\tau^+)(\tau_n + \frac{\Delta\tau^+}{4}) + D_j^4(\Delta\tau^-)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4})}{2\Delta z^+}$$

$$b_{nmj} = \frac{D_j^1(\Delta\tau^-)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4}) + D_j^2(\Delta\tau^+)(\tau_n + \frac{\Delta\tau^+}{4})}{2\Delta z^-}$$

$$C_{nmj} = \frac{(\tau + \frac{\Delta\tau^+}{2})(D_j^2\Delta z^- + D_j^3\Delta z^+)}{2\Delta\tau^+}$$

$$d_{nmj} = \frac{(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{2})(D_j^1\Delta z^- + D_j^4\Delta z^+)}{2\Delta\tau^-} \qquad (6)$$

$$S_{nmj} = a_{nmj} + b_{nmj} + C_{nmj} + d_{nmj} + \frac{1}{4}\Big[\Sigma_j^1(\Delta\tau^-)(\Delta z^-)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4}) + \Sigma_j^2(\Delta\tau^+)(\Delta z^-)(\tau_n + \frac{\Delta\tau^+}{4}) + \Sigma_j^3(\Delta\tau^+)(\Delta z^+)(\tau_n + \frac{\Delta\tau^+}{4}) + \Sigma_j^4(\Delta\tau^-)(\Delta z^+)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4})\Big]; \qquad (7)$$

$$\Sigma_j = \Sigma_j' + \text{æ}^2 D.$$

p - номер внутренних итераций потока,

q - номер итераций по источникам.

Выражение $\text{æ}^2 D$ учитывает вклад от геометрического параметра, когда при расчете трехмерных систем переменные разделяются. В геометрии (τ, z) $\text{æ}^2 = 0$.

Уравнения (2) запишем в виде:

$$L_{nmj}^q = \sum_{i=1}^{j-1}\Big\{\Phi_{nmi}^q\Big[\Sigma_{ij}^1(\Delta\tau^-)(\Delta z^-)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4}) + \Sigma_{ij}^2(\Delta\tau^+)(\Delta z^-)(\tau_n + \frac{\Delta\tau^+}{4}) + \Sigma_{ij}^3(\Delta\tau^+)(\Delta z^+)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4}) + \Sigma_{ij}^4(\Delta\tau^-)(\Delta z^+)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4})\Big]\Big\}; \qquad (8)$$

$$Q_{nm}^q = \sum_{j=1}^{G}\Big\{\Phi_{nmj}^q\Big[(\nu_f\Sigma_f)_j^1(\Delta\tau^-)(\Delta z^-)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4}) + (\nu_f\Sigma_f)_j^2(\Delta\tau^+)(\Delta z^-)(\tau_n + \frac{\Delta\tau^+}{4}) + (\nu_f\Sigma_f)_j^3(\Delta\tau^+)(\Delta z^+)(\tau_n + \frac{\Delta\tau^+}{4}) + (\nu_f\Sigma_f)_j^4(\Delta\tau^-)(\Delta z^+)(\tau_n - \frac{\Delta\tau^-}{4})\Big]\Big\}. \qquad (9)$$

Граничные условия (4) запишем в виде:

$$\Phi_{1m} = \Phi_{Nm} = \Phi_{n1} = \Phi_{nM} = 0, \qquad (10)$$

$$K_{эфф} = \frac{Q_{nm}^q}{Q_{nm}^{q-1}}.$$

Соответствующая схема алгоритма, составленная применительно к ЭВМ "Минск-2" может быть записана в виде следующей строчки:

$$Q_1 B_1^{q} A_1^{jq} A_2 A_3^{mnpq} P_1(m) P_2(n) P_3(p) P_4(j) A_4^{q} P_5(q) Я. \qquad (II)$$

$$m \leq M \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5$$

где оператор Q_1 – вычисляет начальные потоки и источники, многогрупповые константы, формирует нужные команды в программе:

B_1 – восстанавливает программу для счета новой итерации по q;
A_1^{jq} – считает по формулам (8), (9);
A_2 – считает константы (6), (7);
A_3^{mnpq} считает по формуле (5);
$P_1(m), P_2(n), P_3(p), P_4(j), P_5(q)$ – управляют циклами по параметрам, указанным в скобках;
A_4^{q} – считает $K_{эфф}$;
$Я$ – печатает результаты, останов.

Одна из типичных реакторных задач – определение критичности и изменения изотопного состава физических сред со временем (расчет реактора на кампанию). Это значит, что нужно решать систему (I) – (4) с переменными коэффициентами по времени. Для этого разбивают временной интервал на некоторое число шагов, считая, что в пределах каждого временного интервала постоянны или Φ_{nmj}, или $Q(\tau,z)$. В этом предположении на каждом временном шаге пересчитываются $D_j, \Sigma_j, \Sigma_{ij}, (\Sigma_f \nu_f)_j$ и решается задача (I) – (4), т.е. счет по схеме (II) повторяется столько раз, сколько временных шагов.

Время счета по схеме зависит от числа расчетных точек (MN'), числа групп G и зон. Например, расчет варианта при $G=3$, $MN=400$ потребовал 4 часа машинного времени. Таким образом, расчет реактора на кампанию при типичном числе шагов – I0 потребовал бы 40 часов машинного времени, что практически не позволяет решать такую задачу на машине "Минск-2". Рассматривая операторную схему, видим, что основную часть времени занимает счет внутреннего цикла c_1. Заметим, что включение в цикл c_1 оператора A_2 объясняется отсутствием места в оперативной памяти для запоминания коэффициентов (6), (7).

3. Схема параллельного алгоритма строится из схемы (II) по методике, приведенной в [3]. Распараллеливание ведется по циклу c_1. Каждой из ветвей соответствует $\frac{MN}{\ell}$ точек, где ℓ –число машин. Пример разбиения для $\ell=2$ приведен на рис. 2. Константы распределяются между машинами соответственно точкам, некоторые из них дублируются (константы зон 3, 4, 5 на рис. 2).

Соответствующая схема ρ –алгоритма имеет вид:

$$\dot{\Phi}_0 \dot{H}_1 \dot{Q}_1 \dot{A}_2 \dot{\Lambda}_1 \dot{B}_1^{q} \dot{A}_1^{jq} \dot{\Lambda}_2^{jq} \dot{A}_{3*}^{mnpq} \dot{P}_1(m) \dot{O}_1^{mn} \dot{P}_2(n) \dot{P}_3(p) \dot{P}_4(j) \dot{A}_4^{q} \dot{O}_2^{q} \dot{P}_5(q) \dot{Я} \qquad (I2)$$

$$m = M/\ell \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5$$

Функции операторов следующие:

$\dot{\Phi}_0$ – формирует программу по параметрам задачи и системы;
$\dot{H}_1$ – засылает в регистры настройки всех машин код 0I0;
$\dot{\Lambda}_1, \dot{\Lambda}_2^{jq}$ – записывает и считывает с магнитной ленты коэффициенты (5), (6);
$\dot{O}_1^{mn}$ – пересылает значение потока в точке, лежащей на линии раздела области между ЭВМ, в машину, с номером на единицу больше (см. рис. 2);
$\dot{O}_2^{q}$ – поочередно, пересылает из каждой машины во все остальные величины погрешности определения $K_{эфф}$.

Остальные ρ –операторы состоят из ℓ одноименных с ними операторов схемы (II).

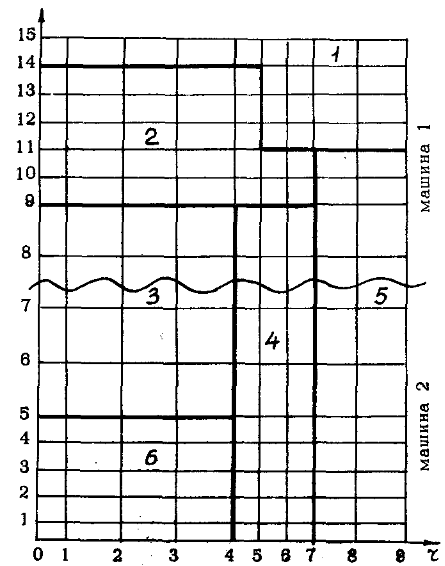

Рис.2. I–6 – номера зон. $M=I5$. $N=9$. Точки линий $z=7,8$ дублируются в двух машинах.

В схеме ρ –алгоритма счет внутреннего цикла ($m=I$) начинает первая машина. Вторая машина начинает работать, запаздывая на время счета M/ℓ точек, третья – на $2M/\ell$ и т. д. Далее счет идет параллельно во всех машинах. Относительный простой каждой из ℓ машин составляет примерно $I/N \cdot p$. При счете варианта для $N=25$ простой машин, определенный, с помощью программы [4], оказался менее 2%. Это позволяет полагать, что система из ℓ машин считает в ℓ раз быстрее одной машины.

Более существенный выигрыш получается из-за вынесения оператора A_2 из внутреннего цикла c_1. Это стало возможным из-за того, что суммарный объем оперативной памяти системы позволяет хранить константы (6), (7) для фиксированного j. При этом оказалось целесообразным преобразовать формулу (5)

$$\Phi^{p+1,q}_{nmj} = \omega' \Phi^{pq}_{nmj} + L^{q-1}_{nmj} + a'_{nmj} \Big\{ \Phi^{p+1,q}_{nm+1,j} + \frac{b'_{nmj}}{a'_{nmj}} \Big[\Phi^{pq}_{nm-1} + \frac{c'_{nmj}}{b'_{nmj}} \Big(\Phi^{p+1,q}_{n+1,mj} + \frac{d'_{nmj}}{c'_{nmj}} \Phi^{pq}_{n-1,mj} \Big) \Big] \Big\} \qquad (13)$$

где

$$\omega' = 1 - \omega \qquad C'_{nmj} = C_{nmj} \cdot S'_{nmj}$$

$$a'_{nmj} = a_{nmj} \cdot S'_{nmj} \qquad d'_{nmj} = d_{nmj} \cdot S'_{nmj}$$

$$b'_{nmj} = b_{nmj} \cdot S'_{nmj} \qquad L'^{\,q-1}_{nmj} = L^{q-1}_{nmj} \cdot S'_{nmj} \qquad (14)$$

$$S'_{nmj} = \frac{\omega}{S_{nmj}} \qquad (15)$$

и запоминать вместо коэффициентов (6), (7) коэффициенты (I4), (I5).

Выигрыш во времени счета по этой причине равен

$$\frac{K(A_2,A_3)\cdot M\cdot N\cdot \bar P\cdot G\cdot \bar Q + K(A_1)G\bar Q + K(A_4)\cdot \bar Q}{K(A_{3*})\cdot M\cdot N\cdot \bar P\cdot G\cdot \bar Q + K(A_1)G\bar Q + K(A_4)\cdot \bar Q + K(\Pi_2)G\cdot \bar Q} =$$

$$= \frac{K(A_2,A_3) + \frac{1}{MN\bar P}K(A_1) + \frac{1}{MN\bar P G}K(A_4)}{K(A_{3*}) + \frac{1}{MN\bar P}K(A_1) + \frac{1}{MN\bar P G}K(A_4) + \frac{1}{MN\bar P}K(\Pi_2)} =$$

$$= \frac{49+4+3}{11+4+3+1} \approx 3.$$

Здесь $K(A_i)$ - число операций, затрачиваемого на выполнение оператора A_i, $\bar P$ и $\bar Q$ - среднее число повторений циклов C_3 и C_5.

Суммарный выигрыш счета задачи на системе по сравнению с одной машиной получается равным примерно 3ℓ. При счете конкретного варианта для 675 точек на одной машине и на системе из двух машин система считает в 5,7 раз быстрее.

При ℓ =2 можно считать число точек MN = I000. На системе из ℓ машин число точек может быть увеличено в $\ell/2$ раз. Время счета при этом остается примерно тем же.

4. Программы, составленные для двух машин "Минск-22", отличаются лишь одной ячейкой I7677, где в первой машине - 0000 0000 0000, а во второй - 0000 0004 0000.

Программа состоит из 3 частей. Вторая и третья части вызываются с магнитной ленты в процессе счета. При работе этой программы на каждой машине используется 4 магнитные ленты.

Часть I печатает и переводит входные данные, формирует константы и команды, зависящие от M, N, G, j и записывает начальные потоки на магнитную ленту.

Часть II считает коэффициенты конечно-разностных уравнений, не зависящие от Φ_{nmj}, и записывает их на магнитные ленты.

Часть Ш вычисляет потоки по группам, $K_{эфф}$ и $Q_{тепл}$

Общий объем программы I050 ячеек, из них 50 ячеек связано с работой системы.

Литература

I. Г.И. Марчук. Численные методы расчета ядерных реакторов. Атомиздат, М., I958.

2. Ward C. Sangren. Two and Three - dimensional Multigroup Difference Equations. - Digital Computers and Nuclear Reactor Calculations, Inc. Publishers, 1960, 208 p.

3. Ю.Г. Косарев. Распараллеливание по циклам. - "Вычислительные системы", Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, I967, вып. 24, стр. 3.

4. Ю.И.Колосова, В.А.Казущик, Ю.Г.Косарев. Измерение временных характеристик программ системы - Данный сборник, стр. 55-62.

Поступила в редакцию
I5.5.I967 г.