ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ
1969 г. Выпуск 33

УДК 519.95

ПРОТИВОГОНОЧНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Б.П. Чистов

Рассматривается один из возможных способов размещения логических структур в двумерной синхронной вычислительной среде. Наиболее просто в такой среде размещаются комбинационные схемы, являющиеся композициями двухвходовых логических элементов с произвольным коэффициентом разветвления. Такие схемы могут иметь несколько входных и выходных полюсов. Входные полюса будем относить к нулевому уровню, а логические элементы, связанные только с входными полюсами, – к первому уровню. В общем случае элемент, связанный с P-м и K-м уровнями $(0 \leqslant P \leqslant K)$, будем относить к ($K$+I)-му уровню. Под глубиной связи между двумя связанными элементами подразумевается разность уровней, к которым относятся эти элементы. Обычно схема характеризуется связью максимальной глубины λ_m. При λ_m= I связываются элементы лишь K-го и (K+I)-го уровней (K=0,I,2,3,...). Всякой комбинационной схеме можно поставить в соответствие некоторый ориентированный граф, вершинам которого поставлены в соответствие полюса схемы и логические элементы, а его дугам – связи между элементами и полюсами схемы. Пример такого графа для схемы с λ_m = I приведен на рис. I.

Рассмотрим задачу размещения комбинационной схемы с λ_m=I в двумерной вычислительной среде, где каждый элемент при соответствующей настройке может выполнять логическую функцию от двух переменных из функционально полного базиса [I] с разветвлением выходного сигнала в двух направлениях и некоторые соединительные функции, характер которых будет ясен из последую-

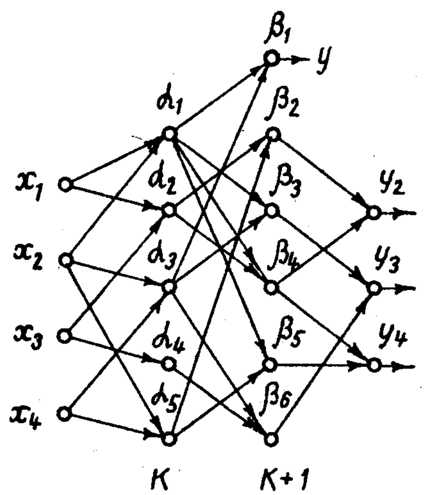

Рис. I.

щих построений. Предполагается, что путем настройки может быть отключен любой из входов элемента среды.

Задача размещения комбинационной схемы в среде может трактоваться как размещение соответствующего ей графа на сетке, приведенной на рис. 2. Будем считать, что в точках пересечения такой сетки (узлах) находятся элементы среды. Тогда линии, их объединяющие, будут соответствовать связям единичной глубины.

Нанесем на такую сетку диагональную прямую "а-а" (рис. 2), вдоль которой в узлах сетки расположим вершины K -го уровня графа, соответствующего размещаемой комбинационной схеме. Из крайних вершин K -го уровня проведем два луча и нанесем диагональную прямую "в-в", вдоль которой разместим вершины (K +I)-го уровня. Прямая "в-в" должна наноситься так, чтобы вершины (K+I)-го уровня размещались вдоль этой прямой в пределах сектора, образованного указанными лучами (рис. 2).

При таком расположении кратчайшие связи между любыми элементами соседних уровней будут иметь одинаковую длину. Задача размещения всего графа будет решена, если будет указан способ размещения связей между элементами K -го и (K +I)-го уровней.

Пусть на K-м уровне размещено n вершин ($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$), а на ($K$ +I)-м требуется разместить m вершин ($\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m$), связав их с вершинами K -го уровня согласно дугам графа. С этой целью построим матрицу связей для вершин K -го и (K +I)-го уровня, поставив им в соответствие строки и столбцы матрицы (рис. 2).

Матрица связей может иметь пустые строки, если часть выходных полюсов размещаемой схемы расположена на K -м уровне. Пустые строки будут исключены, если сигналы с выходных полюсов будем выводить на линию последнего уровня. В этом случае, а именно его мы и будем рассматривать, на (K +I)-м уровне размещаются элементы, повторяющие сигнал выходных полюсов K-го уровня. Матрица связей не будет иметь пустых столбцов, если все входные полюса (в том числе и полюса констант) размещены на нулевом уровне.

Разделим каждый столбец матрицы связей на две части так, чтобы в каждой из них находилось не более одной единицы, в результате чего образуется ломаная линия (рис. 2), разделяющая всю матрицу связей на две части (M_1 и M_2).

Теперь отметим те вершины K -го и (K +I)-го уровней, связи между которыми представлены единицами в M_1. Из отмеченных вершин K -го уровня проведем лучи в одну и ту же сторону до пересечения с лучами, исходящими из отмеченных вершин (K +I)-го уровня.

Аналогично поступим с вершинами, связи между которыми представлены единицами в M_2, проводя лучи в другом направлении. В результате получим линии связей равной длины между всеми вершинами рассматриваемых уровней, вдоль которых осталось настроить элементы среды на выполнение требуемых соединительных функций.

Рассмотренный способ гарантирует размещение любых связей между вершинами двух соседних уровней, но не минимизирует их длины. Очевидно, длина связей целиком определяется минимально допустимым расстоянием между линиями рассматриваемых уровней, которое, в свою очередь, зависит лишь от способа размещения вершин на (K +I)-м уровне, так как положение вершин на K -м уровне принимается заданным или устанавливается на предыдущем шаге размещения графа в среде. В связи с этим возникает задача такого размещения вершин на (K +I)-м уровне, при котором линии связей между вершинами будут минимальными. В этом случае время передачи сигнала от любого элемента K -го уровня к связанному с ним элементу $K+1$ -го уровня, между которыми есть связь, будет одинаковым и иметь минимальную длительность. Этого нельзя сказать о всей схеме в целом, так как выбранное из условия локальной минимизации длины связей с K-м уровнем размещение элементов на (K+1)-м уровне может оказаться не наилучшим с точки зрения минимизации длины связей между следующими уровнями.

Остановимся на одном из способов локальной минимизации длины связей между вершинами двух соседних уровней. Можно убедиться

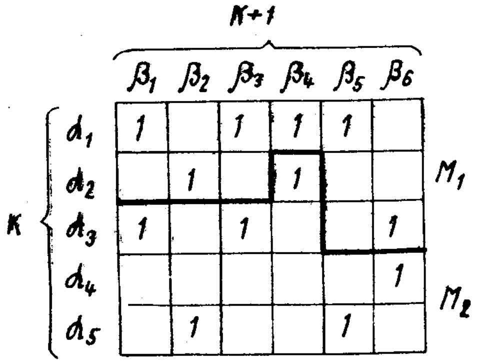

Рис. 2.

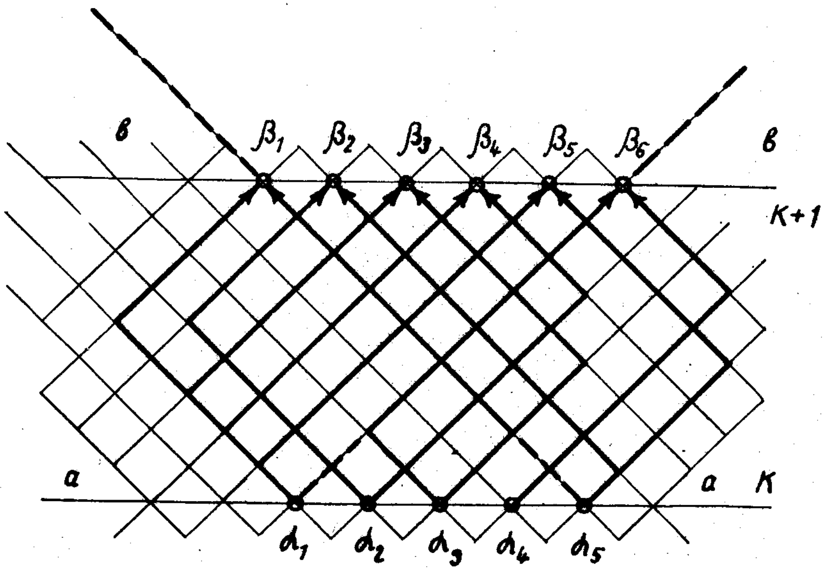

Рис. 3.

ся, что длина связей будет тем меньше, чем ближе будут располагаться единицы в матрице связей по отношению к диагональной плоскости, ограниченной на рис. 4 прямыми "с-с" и "е-е", являющимися продолжениями диагоналей левой верхней и правой нижней клеток матрицы связей.

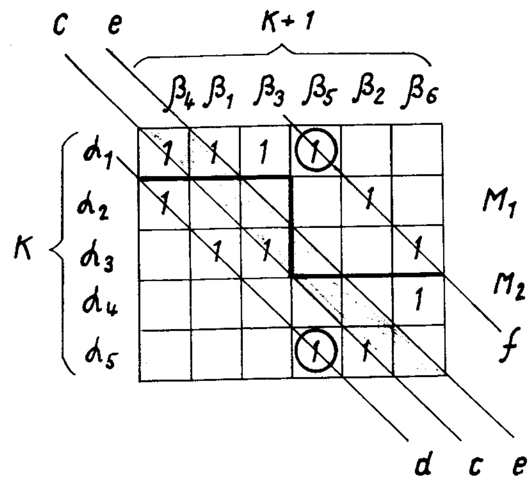

Рис. 4.

Доказательство этого факта базируется на следующих предположениях. Обозначим через γ_0 расстояние между линиями "с-с" и "е-е", измеряемое числом клеток столбцов или строк, заключенных между линиями. Проведем прямые d и f, параллельные "с-с" и "е-е" и проходящие через наиболее удаленные от них клетки, в которых содержатся единицы (рис. 4). Расстояние между прямыми d и f обозначим через γ_1.

<u>Предложение I.</u> Минимальное расстояние между линиями K-го и (K+I)-го уровней равно γ_1.

<u>Предложение 2.</u> Никакой перестановкой столбцов в матрице нельзя получить $\gamma_1 < \gamma_0$.

Матрица связей, приведенная на рис. 4, получена перестановкой столбцов в матрице, приведенной на рис. 2. Алгоритм перестановки столбцов дан в приложении.

Простые геометрические соображения позволяют воспользоваться следующим формализмом при размещении линии (K+I)-го уровня.

В матрице связей отметим самую верхнюю и самую нижнюю клетки, расположенные на прямых d и f, и припишем им номер соответствующих столбцов. Вычислим число ρ, как разность между номерами верхней и нижней отмеченных клеток. Затем на сетке, где размещается граф, проведем два пересекающихся луча из вершин K-го уровня, номера которых соответствуют строкам с отмеченными клетками. Если найденное выше число ρ положительно, то линия вершин $(K+1)$-го уровня должна проводиться выше точки пересечения этих лучей. В противном случае её следует провести ниже точки пересечения. В обоих случаях на отрезке линии $(K+1)$-го уровня, заключенном между лучами, должно располагаться $|\rho|+1$ вершин, включая те, которые располагаются непосредственно на лучах. При $\rho=0$ в точке пересечения лучей размещается одна вершина. Вершины на линии $(K+1)$-го уровня располагаются в том же порядке, что и вершины K-го уровня, но так, чтобы обе вершины $(K+1)$-го уровня, соответствующие столбцам с отмеченными клетками, находились на проведенных выше лучах. После такого расположения вершин $(K+1)$-го уровня повторяется ранее описанная процедура размещения связей между элементами рассматриваемых уровней. На рис. 5 приведено минимизированное размещение связей между элементами K-го и $(K+1)$-го уровней исходной схемы.

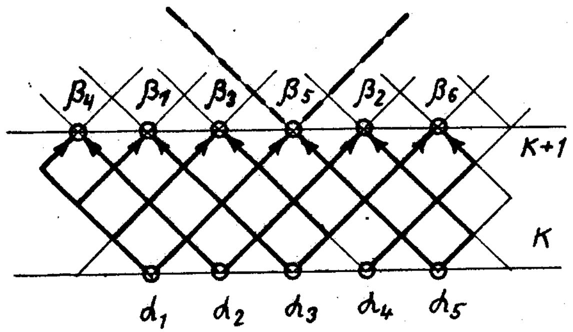

Рис. 5.

Итак:

I. Предложенная методика размещения комбинационной схемы в синхронной вычислительной среде позволяет осуществить связи одинаковой длины между элементами соседних уровней и тем самым

обеспечить правильное функционирование схемы. Применение данной методики к асинхронным средам может дать некоторые конструктивные преимущества и снизить время расхождения в появлении сигналов на выходных полюсах среды.

2. В процессе размещения схема вытягивается в полосу с минимизируемой глубиной в той мере, насколько это позволяет сделать критерий локальной минимизации длины связей между уровнями.

После размещения схемы в среде входные и выходные полюса будут находиться в начале и конце полосы, что может дать некоторые преимущества при ограничении связей между различными схемами, размещаемыми в среде.

3. Из предлагаемой методики вытекает критерий для синтеза логических схем, состоящий в выборе таких связей между уровнями, при которых матрица связей заполняется преимущественно в пределах диагональной плоскости. Оказывается, что методы синтеза, рассмотренные в [2], конструктивно приспособлены для восприятия такого критерия.

4. Рассмотренная методика легко распространяется на размещение в вычислительной среде и комбинационных схем с $\lambda_m > 1$. Для этого достаточно в точках пересечения дугами графа линий уровней разместить фиктивные элементы соединительного типа, после чего задача размещения сводится к рассмотренной. Можно указать также два способа использования рассмотренной методики размещения в двумерной среде логических структур, представленных композицией многовходовых логических элементов.

5. Введение фиктивных элементов позволяет рассмотренную методику использовать для размещения в среде любого автомата, представленного композицией подавтоматов, которым соответствует направленный граф без петель. Для этого достаточно, чтобы каждый элемент вычислительной среды (или её участок) мог настраиваться на выполнение функций элементарного подавтомата.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пусть матрица связей содержит n строк, пронумерованных в порядке $1,2,\ldots,n$, и m столбцов с номерами $1,2,\ldots m$. Каждый столбец характеризуется его положением в матрице связей и парой чисел i,j, совпадающих с номерами строк, против которых стоят единицы. Если в столбце стоит лишь одна единица, то будем его характеризовать парой, у которой $i=j$. Для определенности будем считать, что $i \leqslant j$.

Наша задача будет состоять в перестановке столбцов так, чтобы в конечном итоге расстояние между прямыми d и f в матрице связи (рис. 4) было минимальным.

Ниже дается описание алгоритма такой перестановки.

Среди всех пар отыскивается та, у которой j минимально. Если таких пар окажется более одной, то среди них выбирается пара с минимальным i (первая пара). Столбец, соответствующий этой паре, размещается на первом месте таблицы связей. Далее отыскиваются все пары с максимальными i и среди них выбирается пара с максимальным j (вторая пара), а соответствующий ей столбец размещается на последнем месте. Пусть $a=j-1$, где j взято из первой пары, а $b=n-i$, где i взято из второй пары.

Если $2n-(a+b) \leqslant m$, то размещение $(n-a)$ столбцов в начале матрицы производится следующим образом. На каждое последующее место, начиная со второго, помещается тот столбец, у которого j совпадает с j предыдущего столбца или отличается от него на единицу, а i имеет наименьшее значение. Далее размещение $(n-b)$ столбцов производится с предпоследнего места по аналогичному правилу. На очередное место помещается столбец, у которого i совпадает со значением i последующего столбца, а если таких не окажется, то выбирается столбец, у которого i отличается на единицу. В обоих случаях j у выбранного столбца должно быть максимальным. Остальные места заполняются столбцами в произвольном порядке.

Если же $2n-(a+b)>m$, то первые $m-(n-b)$ мест и последние $m-(n-a)$ мест заполняются столбцами по правилу, как и при $2n-(a+b) \leqslant m$. Остальные $2n-(m+a+b)$ столбцов размещаются следующим образом. Для каждой пары вычисляется сумма $i+j$. На первом из оставшихся мест помещается столбец, у которого разность между суммой $i+j$ и числом $h=2(m-n+a+b)$ минимальна. Если таких столбцов окажется более одного, то в данное место помещается столбец, у которого $(j-i)$ максимально. Для следующего места число h увеличивается на единицу, и указанная процедура повторяется.

То, что приведенный алгоритм минимизирует γ_1, легко обнаруживается в процессе перестановки столбцов.

Литература

1. Э.В. ЕВРЕИНОВ. Теоретические основы построения универсальных вычислительных сред. Вычислительные системы, Новосибирск, 1965, выпуск 16,
2. В.П. ЧИСТОВ. Синтез комбинационных схем с минимальной глубиной преобразования. – Вычислительные системы, Новосибирск, 1968 г., вып. 31,

Поступила в редакцию
22.XI.1968 г.